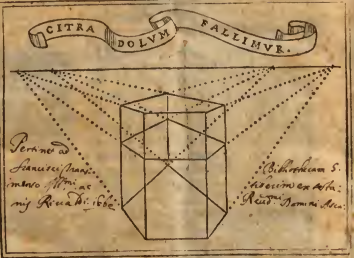
GVIDIVBALDI
E MARCHIONIBVS
M O N T I S
PERSPECTIVAE
L I B R I S E X.



Pertinet ad Francisci Maxi= mo Illmi. ac nis Riccardi 1662

Bibliothecam S. ... ex testa: Revdmi. Domini Asca:

P I S A V R I.

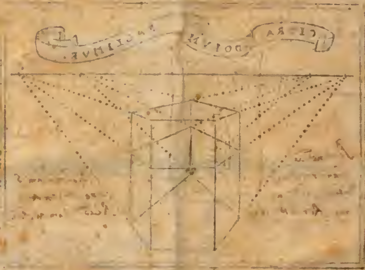
Apud Hieronymum Concordiam,

M. DC.

SVPERIORVM PERMISSV.

Cyrilli Clementis

GVIDIVBALDI
E MARCHIONIBVS
MONTIS
PERSPECTIVAE
LIBRI SEX.



PISAVRI.

Apud Hieronymum Concordiam,

M. DC.

SVPERIORVM PERMISSV.

FRANC.^co MARIAE
S. R. E. CARDINALI
A MONTE
AMPLISSIMO.

Guidus Vbaldus Frater S. P. D.

NON te præterit Cardinalis Amplissime, quanta animi iucunditate in mathematicarum disciplinarum contemplationem quandoque incubuerim. Quarum sanè studium, si veluti est iucundissimum, & ingenuo præsertim homine dignum, ita ab eiusdem nominis viris conseruatum, ac custoditum fuisset; non dubito, quin mathematicæ scientiæ peculiarem, synceramque apud omnes retinerent dignitatem; passimque præclara earum existimatio vigeret; præsertim verò earum, è quibus, veluti vberrimo fonte tot egregia illustrium virorum emanarunt opificia, Mechanicæ nimirum, ac Perspectiuæ, præstantioresque operatiuæ artes; quæ normam, & regulam in suis construendis operibus ab iis sumpserunt, eisdemque mirabilium suorum inuentorum partam sibi palmam meritò adscribendam, acceptamque ferendam libentissimè fatentur. Hanc ego sæpe tam grauem harum disciplinarum miseratus iacturam, non exiguum illi operæpretium constitutum fore arbitratus sum, quæ restituendis, ac renouandis hisce disciplinis impenderetur. Quam sanè prouinciam tametsi longè difficiliorem, quam vt viribus meis sustinerem, semper duxerim; aggredi tamen non sum veritus, sublimium mathematicarum scientiarum auxilio fretus; in quibus tanquam in radice harum disciplinarum fæcundissima semina probè latitare cognouerim; sanè *quæ si inde excerpta in latum, spaciosumque praxeos campum disseminata fuerint, facilè fore confisus sum, vt copiosa eius generis theorematum propagaretur soboles ad quamplurima egregia opificia elaboranda valde oportuna. Quocirca cùm aliquam in iis, quæ ad mechanicam facultatem spectarent, iam præstitissem operam, conuersus postmodum ad inuestigandam rationem eorum, quæ secus atque sunt, sese nobis conspicienda offerunt, huiusmodi nonnullorum speculationem pariter, & praxim meditatus sum: argumentum haudquaquam (ni fallor) ingratum euasurum; cùm præsertim de rebus nobilissimo, sensuumque omnium dilectissimo visui nempe expositis sermo habendus sit; & causæ admirandorum spectabilium ei obiectorum inuestigandæ proponantur: opus sanè non vulgarium hominum, nec satis hactenus perspectum: quandoquidem à veteribus mathematicis nihil propemodum huius generis argumenti emanasse constat (loquor autem de ea perspectiuæ parte, quæ à Græcis Scenographice nuncupatur) qui verò ex recentioribus in hunc eundemmet scopum aciem intenderunt, præterquam quòd tenuuia quædam tantummodo attigerunt, nequaquam collineasse videntur. Horum itaque multiplicem, & variam spectabilium apparentiam quo pacto in proprias singulorum causas referre, ac resoluere oporteat, quavè ratione praxes è propriis deducantur theoriis, præsenti opere explicare, ac patefacere tentaui; illudque in lucem prodire permisi sub tutissimo Amplitudinis tuæ patrocinio, cui potissimùm dedicatum, & consecratum volui; vt aliquam singularis in te meæ obseruantiæ, ac venerationis testificationem ederem; & beneficiorum in me, familiamq; meam à te liberalissimè cumulatorum testimonium qualecunque illud foret, certè saltem extaret. Neque dubito munusculum istud in deliciis tibi futurum; tum ob argumentum ipsum, quippe quod te egregium harum rerum æstimatorem facilè alliciet, tum scriptoris nomine, & fraternitatis necessitudine coniunctissimi, ac tui amantissimi, & obsequentissimi. Quare tam benignis astris in tuum conspectum idipsum accessurum opto, vt quantum mea tenuitas tuæ illi adimeret gratiæ, tantum tua benignitas addere valeat; illiusque intuitu aliquo iucunditatis sale tuus aspergatur animus; quem faustum semper, atque felicem Deus Optimus Maximus longæuum conseruet. Vale.*

GVIDIVBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS

PERSPECTIVAE LIBER PRIMVS.

ARCHITECTVRAM, atque picturam reliquas omnes anteire artes, quę citra manuum vſum ſola ingeniorum applicatione, atque ſolertia, quod intendunt, moliri, ac perficere nequeunt (quæ propterea Mechanicæ appellantur) nemini certè egregia earum opera conſideranti, ambigendum cenſeo. Enimuero ſi varias, longeq; præſtantes humano generi ex architectura allatas quis ſpectauerit vtilitates, & commoditates, facilè illi principatum concedet. Hæc enim principio vagos homines tectorum, parietumq; commoditate, & neceſſitate congregauit, vnáq; continuit: horum beneficio à nimio ſolis æſtu ſe defendentes, mordentia frigora repellentes, ſæuasq; tempeſtates arcentes, à quibus ſine habitationibus, & receptaculis (niſi talparum more ſubterranea ſibi foderent cubicula) nequaquam ſe tutari poſſent; quæ ſanè corporum tuendorum neceſſitudo, communium, propriarumq; vtilitatum deinceps quaſi parens fuiſſe videtur: vnde à pauperculis, & anguſtis tuguriolis ad domunculas, ab his ad ædes capaciores, ab ædibus ad vicos, à vicis ad oppida, ad magnasq; denique vrbes progreſſum eſt. Cuius præterea artis inuenta eſſe dicuntur, machinæ, tormenta, propugnacula, vehicula, thermæ, aquæductus, trophæa, delubra, & alia quàm plurima ad valetudinis curationem, ad religionis exercitationem, ad posteritatis fructum non mediocriter pertinentia, & oportuna: vt meritò architectura pulcherrimo eius artificio, & magnificentia summoperè celebranda sit, atque colenda. Pictura quibetiam admirabilis valdè apparet, cùm in superficie corpora formare, & quasi sculpere tentet, & ausit; idq; egregiè adeo præstat, & efficit; vt omnium aliarum artium, quæ in repræsentando versantur, sit nobilissima. Harum autem vtriusque propria dignitas, atque præstantia mathematicis disciplinis, potissimùm verò perspectiuæ ferri debet accepta. Cùm enim præcipuæ partes, in quibus tota pictura versatur, vt à peritissimis viris traditum est tres esse dicantur; nimirum delineatio, vmbra, & colores, duabus tamen prioribus (quæ quidem non nisi ex perspectiua oriuntur) tanquam proprio artis fundamento innititur; quarum ope non solùm effigiem rerum animatarum, aut inanimatarum, vt sunt; verùm etiam mentis affectus, animaliumque (vt ita dicam) voces, insuper temporum, & locorum successiones, distantiasquè vnà clarissimè exprimit; quod sanè, neque cælandi, neque sculpendi ars, neque ea, quæ plastice vocatur, vnquam efficiet. Architectura pariter, cùm & ipsa partes quasdam habeat peculiares, ex quibus integra constituitur, sexq; illæ dicantur esse: nempe ordinatio, dispositio, eurythmia, symetria, decor, distributio siue æconomia, dispositionis autem (alijs interim omissis) tres perhibentur species: Ichnographia, quæ est formæ in plano descriptio: Orthographia, quæ est erectæ frontis imago operis faciem ostendens: Sciographia, seu Scenographia, quæ est frontium compositio per apparentiam linearum tanquam in vnum concurrentium. Ex his quantùm vtraque ipsarum perspectiuæ deferre debeat, satis superq; conspicuum esse potest: quandoquidem ex huius imperitia hæ artes cum multa lucis, ac nobilitatis suæ imminutione remanserint. Harum ita statum retinendi, ac dignitatis conseruandæ gratia, vt eius scientiæ, vnde nobilissimæ hæ duæ artes suum accipiunt splendorem, notitia haberi possit facilior, & expeditior, iucundissimam placuit sumere contemplationem nonnullorum theorematum de genere spectabilium, & omnino visibilium aspectui nostro variè sese offerentium, eorumq; præsertim, quæ ad scenographices

phices

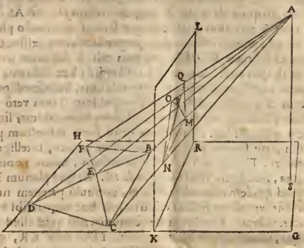
phices praxim maximè conducunt: quod certè negocium, quamquam à peritissimis viris pertractatum fuerit, & à nonnullis integra edita fuerint volumina, tentare tamen sum ausus aliqua in medium afferre fortè non iniucunda, & ea solidis adeò rationibus (quod ab alijs omissum videtur) comprobare, vt praxes, veluti è fonte riuuli, scaturire, & manare videantur.

Vt autem muneris à me suscepti negotium aliquantò fælicius in aliorum gratiam cedat, oportunum fore duxi, nonnulla præter communem eorum sententiam, qui circa huiusmodi materiam versari consueuerunt, veluti prælibanda præponere, tum notitiæ afferendæ, tum ambiguitatis tollendæ gratia. Hoc namque in primis præcognitum esse cupio, proprium, ac peculiare obiectum scientiæ perspectiuæ nequaquam à subiecto geometriæ, cui subalternatur, diuersum esse: quinimo corpora, superficies, lineæ, atque puncta à perspectiuo considerata germanam geometrici obiecti naturam, atque considerationem concernere. Quòd quamuis linea latitudinis, punctumq; sit partium expers; asserimus tamen vtrumque videri: non quidem, vt vulgari fertur ratione, vt non intelligatur punctum mathematicum, sed paruum, & exiguum quid instar pũcti; veluti quoque intelligenda sit linea subtilissima, non autem mathematica. Sicut enim corpus mathematicum, itidemq; superficiem, ita lineam, punctumq; mathematicum in propriam adducit perspectiua contemplationem: quæ tamen omnia non tanquam nuda, ac pura geometrica considerat; sed quadam adiectione facta, vt ea ratione multiplicem spectabilium apparentiam doceat, ac manifestet; propterea accipit, atque supponit superficiem, lineam, atque punctum videri: non quasi colorata quædam visus obiecta; sed tanquam ex illorum varia inter se dispositione, varij, ac diuersi anguli emergunt, diuersam visibilium effigiem ostendentes. Si enim lineam aliquam habere latitudinem conciperemus; tota hæc destrueretur scientia: in qua nos datum angulum visualem in infinitum diuidere posse opus est: veluti quoque quamlibet obiectam figuram infinitæ diuisioni subiacere necesse est. quod vtique fieri omnino non posset, nisi lineæ mathematicè essent asſumptæ, nempe omni prorſus latitudine carentes: vnde ſequitur, viſibilia puncta eſſe quoque mathematica: puncta enim lineæ termini exiſtunt. Cùm præterea neque demonſtrari poſſet varia corporum, atque ſuperficierum apparentia; niſi lineæ, punctaq; viſualia proprio fungerentur officio terminos conſtituendi; & veluti extrema quædam, vnde viſuales radij ortum ſumant. Ex his etiam liquet, quid nomine ſpeciei viſibilis intelligendum ſit; eſt enim apparentia conſurgens ex radijs viſualibus, quippe qui tanquam rectæ lineæ à terminis obiecti ſpectabilis prodeuntes, ad oculum pertingunt. quicquid enim perſpectiua facultas oculo conſpiciendum proponit, & offert; illi radijs obijcit viſualibus pyramidalem, ſiue conicam figuram conſtituentibus, aciemq; in ſphærico viſionis organo terminantibus; quorum longitudine maiori, vel minori, propinqua, & remota oritur inter obiectum, & viſum diſtantia, quæ quidem apud perſpectiuos eſt ſimplex quædam longitudo. Hac namque ratione figurata quæcunque ex vario linearum ductu, vnde diuerſæ prodeunt effigies, vt quanta geometrica perſpectiuæ ſubijciuntur contemplationi, illiq; optimè conuenire dicuntur.

De varia igitur viſibilium apparentia, & de eo videndi modo, qui arte quadam viſum decipere videtur, quamuis mathematicis demonſtrationibus, quæ falli non poſſunt, fallax omnis tollatur apparentia, ſermonem facturus; & de ſingulis demonſtrationes allaturus, inde initium facere placuit, vt in primis conſtet, quo pacto in data ſectione figuram deſcribere poſſimus, quæ propoſitum obiectum, vt in ipſa ſectione apparet, referat, atque repræſentet; veluti ex præſenti, omnibusq; nota delineatione ſatis conſpicuum eſſe poterit.

Sit oculus A, obiectum verò, nempè id, quod ſpectatur, ſit primùm figura plana BCDEF; quæ ſit in aliquo plano, putà GH. radij autem viſuales, qui ab obiecto, hoc eſt ab hac figura ad oculum perueniunt, ſint BA CA DA EA FA, qui pyramidem conſtituunt; cuius baſis eſt BCDEF, vertex verò A in oculo. Secentur hi viſuales radij plano quopiam KL; quod quidem lineam BA ſecet in M, CA verò in N, DA in O, EA in P, & FA in Q; iungantur, q; MN NO OP PQ QM. primùm quidem MN ap-

paret



paret ipsi BC æqualis, quoniam ambo sub eodem angulo BAC spectantur. Ob eandemq; rationem NO æqualis apparet ipsi CD. propter angulum CAD, & ita in alijs: hoc est OP ipsi DE, PQ ipsi EF, & QM ipsi FB æqualis apparet. Præterea figura MNOPQ figuræ BCDEF apparet æqualis: nam ductis lineis BE MP, linea MP apparebit æqualis ipsi BE; cùm sint in eodem angulo BAE. lineæ verò MQ QP ipsis BF FE apparent æquales, triangulum igitur MQP triangulo BEF apparet æquale. similiter iunctis NP CE ostendetur triangulum NOP ipsi CDE, triangulum verò MPN triangulo BCE æquale apparere. Quocirca tota figura MNOPQ figuræ BCDEF æqualis apparet. ergo repræsentat figura MNOPQ in sectione KL figuram BCDEF oculo A. *Def. Eucl. perspectiua.*

In hoc igitur decipitur sensus visus; quandoquidem figura MNOPQ oculo A ipsi figuræ BCDEF apparet æqualis, cùm sit tamen multo minor.

Cæterùm pro faciliori eorum, quæ dicenda sunt intelligentia; quoniam sæpe sæpius quorundam habenda erit mentio, horum in primis familiaris acceptio aperienda, & explicanda erit. Primùm itaque intelligatur GH subiectum planum, in quod ab oculo A perpendicularis feratur AS: erit vtique S terminus distantiæ, quæ scilicet in subiecto plano GH est à puncto infra oculum perpendiculariter existenti vsque ad figuram BCDEF: nec non erit S distantiæ terminus ab ipso ad sectionem KL: cùmq; sit hæc distantia cognitu necessaria, pro ijs, quæ dicenda sunt, huiusmodi punctum S punctum distantiæ nuncupabitur. Linea verò SA linea altitudinis oculi, siue oculi altitudo vocabitur; siquidem ostendit hæc altitudinem oculi supra subiectum planum, cui semper perpendiculariter imminere, intelligere oportet. Figura verò BCDEF obiectum, necnon obiecti figura, siue figura visa intelligenda est. At verò planum KL (quod quidem nonnulli tabulam, nonnulli parietem nuncupant) vocabitur sectio: veluti res ipsa hoc nomen sibi vendicare videtur: nomine autem sectionis, nisi quid aliud addatur, plana sectio intelligenda erit. Linea verò KR, quæ est communis sectio sectionis KL, & subiecti plani GH; nuncupabitur linea sectionis. Figura verò MNOPQ apparens figura; nec non figura in sectione vocabitur.

His ita constitutis multò adhuc maior deceptio in visione contingere videtur, si obiectum fuerit corpus aliquod, vt BCDEFG: figura verò in sectione apparens sit HPIMNO: ita vt figura plana in sectione obiecto corpori æqualis appareat. quod quidem eodem prorsus modo ostendetur, ducendo scilicet visuales radios BHA CPA DIA, &c.

Ex his perspicuum est si obiectum fuerit recta linea, id etiam, quod in sectione apparet, rectam lineam esse.

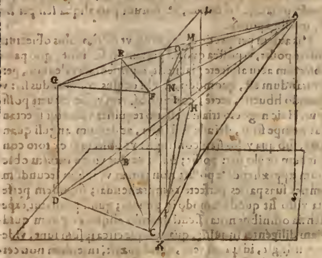
Vt si obiectum est recta linea FC, quam in sectione ostendit NP. Quoniam enim planum est AFC; itidemq; KL sectio est plana, & est NP in plano AFC, & in plano sectionis KL, erit sanè NP vtrorumq; planorum communis sectio recta linea.

3. vndecimi.

3. vndecimi.

Hic verò ambigendum obiter occurrit, an sit omnino verum (vt passim fertur) in visione semper fieri pyramidem, vel conum, cuius basis sit obiectum, vertex verò in oculo. nam basim esse figuram planam semper oporteret; cùm tamen in

proximè



proximè propoſito exemplo viſuales radij non à figura plana, ſed à figura corporea prodeant; atque ideo cùm baſis non ſit plana, non habebitur pyramis, vel conus. Attamen quamuis baſis non ſit plana, quia tamen conſiderantur viſuales radij, qui in oculo, tanquam in vertice coeunt; ideo baſis quæcunque pro baſi coni, vel pyramidis accipi conuenienter poteſt. Deinde verò ſi accipiamus plana, quæ corpus terminant, multas pyramides conſpiciemus; vt pyramis, cuius baſis eſt BCFE, vertex verò A; ſimiliter alia quoque pyramis eſt, cuius baſis eſt FGE, vertexq; A; & ſimiliter aliæ. Sed quid dicendum erit, ſi baſis hoc eſt obiectum fuerit ſphæra? in hoc quoque caſu poteſt intelligi conus, cuius baſis erit circulus in ſphæra eam partem terminans, quæ ſpectatur, vertex verò in oculo. Similiter ſi baſis eſſet ellipſis, tunc viſuales radij portionem coni efficient, cuius baſis eſt ellipſis, vertex autem in oculo. Quòd autem hæc ſit pars coni, ex Apollonio, & ex octaua, nonaq; Archimedis propoſitione de conoidibus, & ſphæroidibus patet. Similiter ſi daretur baſis pluribus portionibus circuli compoſita, plures etiam coni portio-

nes

nes ad oculum peruenirent; & ita in alijs; in quibus aliquo modo pyramis, vel conus, vel horum pars aliqua semper fieri, intelligi potest.

His autem perspectis, & cognitis; vt rectè oculus obiectum videre possit, vt postea quò ad praxim in sectione, quo pacto obiectum actu aspicere placuerit, repræsentare valeamus, perscrutandum est, quomodo, & vbi oculus collocandus sit: vt quando libuerit, rectè, concinnèq; rem visam intueri possimus. Huic negocio tria necessariò requisita videntur spectanda: nempe situs, deinde distantia, ac demum anguli quantitas, sub qua visio fieri contingit: vt obiectum ex toto conspicuum oculo fieri possit; ita vt oculus vnico intuitu obiectum apprehendere possit; non tamen vt ipsum secundùm omnes suas partes perfectè comprehendat; siquidem perfecta visio fit quodammodo in puncto; quod probatur experientia omnibus nota; sicuti quando aliquis exiguum quidpiam diligenter inquirit, quæcunque circa ipsum sunt, videre contingit, id ipsum verò, quod quærit, interdum non cernitur. quod vtique accidit, quia visio perfecta ex media oritur pupilla; quippe quæ ad id, quod quæritur, non se conuertit exactè. Cùm igitur dicimus visum rectè apprehendere obiectum secundùm totum, intelligimus id tunc contingere, quando in tali distantia collocatur oculus, vt obiectum absque oculi motu apprehendi possit; quamuis oculus totum obiectum perfectè minimè videat.

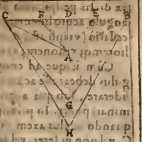
Hæc autem obiecti apprehensio ex corporatura, & structura oculi inuestiganda videtur. propterea peritissimi viri ad Anatomiam confugerunt; & pariter conuenientes, & admittentes oculum esse sphæricum, nonnulli asseruerunt pupillam esse ferè quartam partem sphæræ: alij verò paulò adhuc minorem (quamuis non defuerunt nonnulli pupillam quartam esse partem sphæræ asserentes) concluseruntq; visionem fieri in cẽtro pupillæ; integramq; totius obiecti apprehensionem fieri sub angulo propemodum recto. Vnde tanquam ab omnibus ferè receptum fertur, visionem fieri sub angulo acuto. quod vtique non est ita intelligendum, si A fuerit oculus, sitq; obiectum BC, ductisq; visualibus radijs BA CA, constituaturq; BAC angulus obtusus, vt oculus A totum obiectum

BC videre non possit, cùm modò ad C, modò ad B se conuertere possit. Sed ita intelligendum est, nempe quòd ducta AD perpendiculari ipsi BC, æqualiterq; ex vtraque parte sumantur DE DF, ita vt visuales radij EA FA angulum contineant acutum EAF: tunc obiectum EF dicetur rectè comprehendi ab oculo A: quamuis ab oculo perfectiùs spectetur punctum D, minùs verò perfectè EF. videntur tamen EF, quia radij EA FA ad pupillam pertingunt; & ad centrum oculi perueniunt. idcirco dum oculus videt obiectum EF, id videt absque vlla sui mutatione; dumq; immotus manet, radij BA CA erunt extra pupillam: quare si oculus cernere voluerit puncta BC, oportebit, vt se conuertat modò ad B, modò ad C. Vnde hoc modo tres potiùs erunt visiones, quàm vna, vel saltem duæ propter angulos BAD DAC acutos, quibus obiectum videri potest. & ob id statuunt, visionem fieri non posse nisi sub angulo acuto. quibus quidem rationibus communem videntur firmare sententiam, supponentes propter sphæricitatem oculi visionem fieri in centro pupillæ. Quod tamen non videtur verum; & in hac parte Aristoteli potiùs adhærendum videtur: re ipsa namque probè perspecta, virtus visiua non erit omnino in centro pupillæ constituenda; quippe quod immaginarium fortasse videtur: sed virtus visiua in ipsa residet pupilla: vt experientia similium rerum magistra facilè docere potest. Veluti si oculus A perfectè respicit D, ita vt DA per medium pupillæ transeat (quod axis visus nuncupatur) maneatq; oculus ita immotus, vt in neutram partem voluatur: deinde in linea notentur puncta extrema, quæ oculo se offerunt, sintq; BC; apparebit, ductis BA AC lineis, angulum BAC obtusum esse, non autem acutum; veluti vnicuique satis compertum esse potest. in præsentia autem (vt diximus) de quacunque visione indifferenter loquimur. itaque quamuis perfectè ab oculo videatur D, minùs verò perfectè EF, & adhuc minùs ita vt vix videantur BC; sat est, quòd puncta BC videntur. quare hinc perspicuum est, visionem fieri posse sub angulo etiam valdè obtuso, quod est fortasse contra communem perspectiuorum sententiam. hoc autem ideo euenit; quia visuales radij BA CA ad pupillam pertingere possunt, in qua fit visio, quamuis dicti radij ad centrum pupillę pertingere nequeant. quòd autem radij BA CA ad pupillam peruenire possint, in causa est rotunditas oculi, nec non pupillæ, quæ cùm sit (vt ita dicam) in medio oculi, & valde promineat, propterea ob eius situm ad ipsam ex vtraque parte visuales radij obliquè pertingere possunt; visioq; aliquo modo fieri contingit. quod propterea factum à diuina dispositione existimandum est; vt dum oculus aliquid perfectè secundùm axem visus intuetur; quando ipsi dextrorsum, siue sinistrorsum aliquid aliud sese offert, hoc ipsum quoque cernere possit; quoniam autem hoc imperfectè videt, statim pupillam vergit (quod propter oculi sphæricitatem, & ob eius facilem vertibilitatem facillimè fit) vt hoc quoque perfectè videre valeat. hac quoque ratione multas, ac penè infinitas res oculus sæpè videt; quas quidem minùs cerneret, si tantùm videre posset; quæ sub angulo acuto (vt aiunt) illi offerri possent.

Determinare autem quantitatem huius obtusi anguli, sub quo visio contingere possit, admodum difficile apparet; & videtur omnino fieri non posse, propter oculorum interse inæqualitatem; siquidem & maiores reperiuntur, & minores in aliquibus, & etiam parui admodum, & exigui; nonnulliq; ex maioribus valde prominentes, habentesq; pupillam magnam; in quibus contingere potest, sub maiori angulo visionem fieri posse, quàm in alijs, qui parui sunt, & introrsùm situati, atque reconditi, quamuis sæpè contingat eos perspicaciorem habere intuitus aciem, quàm qui magnos habent oculos.

Cæterùm quamuis oculus in A videre possit totum obiectum BC, dum axis est tantummodo AD, siquidem tunc partes, quæ sunt ipsis BC proximæ, vix & imperfectissimè videt; ideo vt oculus rectè, concinnèq; totum obiectum

semper



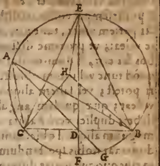
semper intueri possit, in ea distantia à BC collocandus erit, vt quando suo axe videt aliquam partem obiecti, tunc reliquæ quoque eius conspectui sint præsentes. Vt oculo existente in G, si oculus vergit suum axem ad C, tunc videat quoque B; & si oculus axem vergit ad B, tunc & ipsum quoque C videre possit; ita vt visio ipsius BC fieri possit medietate pupillæ. Vnde angulus BGC erit medietas totius anguli, sub quo fieri potest visio secundum totam pupillam; dimidium autem cuiuslibet anguli rectilinei est angulus acutus, erit igitur BGC angulus acutus. atque hac ratione oculus in G vnico intuitu semper videbit obiectum BC, quod non contingit existente oculo in A. nam si oculus in A vergit suum axem in C, tunc nullo modo videbit ipsum B; quia si quando axis est AD, tunc vix videt ipsum B; igitur quando axis erit AC, tunc vix videbit D, vnde B videri non poterit. vt igitur totum obiectum ab oculo semper spectari possit, oportet, vt angulus visionis sit acutus; & quo magis fuerit acutus, eo melius, perfectiusq; totum simul obiectum aspiciet, vt si oculus fuerit in H; cum angulus BHC minor sit BGC, dum oculus suum 21. primi. vergit axem ad B, melius videbit ipsum C radio CH, quam existente in G radio GC, dum scilicet suo axe videt B; quia dum oculus est in H, dumq; habet axem ad B, tunc radius CH proximior est axi BH, quam sit radius CG axi BG oculo existente in G. quo enim res visa spectatur radijs axi proximioribus, eo melius aspicitur. quare oculus melius videbit obiectum in H, quam in G (dummodo in vtroque situ oculus obiectum recte aspicere possit) vnde ob id contingit quoque obiectum melius spectari ab eodem oculo in eodem situ existente, vt in H, dum axe respicit partes obiecti medias, vt pote quæ sunt circa D; quam quando oculus axe videt obiecti partes extremas, vt BC. nam quando axis dirigitur ad D, tunc obiecti extremitates radijs videntur axi proximioribus, quàm axe vel in B, vel in C existente: vt ex dictis perspicuum est. Visionem igitur fieri debere sub angulo acuto libenter cum alijs admittimus, non tamen necessariò (vt ipsi affirmant) sed propter congruentiorem, melioremq; visionem; vt ostendimus.

Cùm itaque ad congruam visionem constituendam angulus debeat esse acutus, non erit alienum à proposito considerare, sub qua acuti anguli quantitate visio rectè determinari possit. In primis itaque si angulus fuerit ferè rectus, quando oculus axem visus habuerit, vt in B, tunc ipsum C vel non videret, vel adeò imperfectè videret, vt idem esset, ac si ipsum C non cerneret: quod quidem ex dictis manifestum est. quare sub hoc angulo congrua semper visio fieri non potest, quamuis oculus, si axe medium D aspexerit, obiectum BC recto quoque angulo rectè videre posset. similiterq; si angulus fuerit acutissimus, non est dubium visionem fieri confusam; quod vtique continget, aut propter nimiam obiecti paruitatem, aut propter maximam eiusdem ab oculo distantiam. vnde fit, vt visuales radij ob nimiam inter se propinquitatem inuicem discerni nequeant, sed omnes simul, ac si vnus ferè tantùm esset, appareant, & videantur (nunc enim de visione in actu sermonem facimus) propterea nonnulli ostendere conati sunt, visionem non posse fieri sub angulo contactus; qui continetur circuli circunferentia, rectaq; linea circulum contingente: ea ratione adducti, quòd angulus contactus minor est omnibus acutis angulis rectilineis, quorum certè diligentia etiam mediocriter eruditis superuacanea meritò videri poterit. Nam si visio fit secundùm radios rectos, qui sunt tanquam rectæ lineæ, cui dubium visionem fieri non posse sub angulo contactus ex recta linea, & circuli circunferentia constituto? non enim potest visualis radius esse curuus. In determinanda itaque visualis anguli præcisa quantitate, cùm sit de numero eorum, quæ vix determinari, ac demonstrari possint; imò eorum, quæ fieri nequeant; non est, quòd quis conetur. nam continget aliquando, vt necessarium sit obiectum aspicere sub angulo obtuso; idq; non propter aliquod impedimentum, sed propter visionem eo modo, & non aliter necessariò fieri possibilem. non enim in quibuscunque visionibus

16. tertii.

congrua viſio ſemper fieri poteſt; ita ſcilicet, vt oculus in tali poſſit ſemper collocari diſtantia, vt dum axe aliquam obiecti partem videt, tunc totum quoque obiectum ſemper videre valeat; vt proximè dictum eſt. nam in aliquibus viſionibus ſat erit, ſi dum oculus axe videt partes medias obiecti, quòd tunc vel totum obiectũ videat ſub angulo acuto; ſi fieri poteſt; vel ſaltem aliquo modo ſub quocunque angulo videat; quæ quidem anguli quantitas ex obiecto inueniri debet; duplici verò habita ratione, quia ſi oculo ſeſe offerat magnum aliquod obiectum, tunc vel totum ipſum obiectum duntaxat nobis ſpectandum propoſuimus, vel ſimul cum toto eius quoque partes diſcernere volumus. quòd ſi totum ipſum tantùm aſpiciendum abſque conſideratione partium ſumpſerimus, tunc longo ſepoſito interuallo obiectum cernere poterimus; idq; fieri continget ſub angulo etiam valde acuto; ſed tunc partes vmbilico ipſius obiecti propinquiores cerni minimè poterunt propter paruam ipſarum partium quantitatem, quas ab oculo magis, quàm par ſit, diſtare contingit. Quòd ſi totum obiectum cum ſuis partibus omnibus videre voluerimus, tunc oculus propè obiectum ita collocandus erit, vt in aliqua viſione omnes partes diſcerni poſſint; & quamuis altera pars fortaſſe meliùs, quàm altera videri contingat, nihil refert; ſat enim eſt omnes partes conſpici poſſe. quòd ſi hæc viſio fieri poteſt angulo acuto, appoſita erit viſio; ſin minùs, fiet angulo vel recto, vel obtuſo. Quando igitur obiectum mediocris magnitudinis commodè aſpicere poſſumus, & angulo obtuſo, & recto, & acuto; tunc angulo acuto meliùs id perſpiciemus, quàm cæteris angulis; eòq; perfectiùs videbitur obiectum angulo magis acuto, quàm minùs acuto propter directiores viſuales radios; vt potè axi ipſius viſus propinquiores; vt oſtendimus, dummodo tamen non ſit angulus adeò acutus, vt ex nimia radiorum viſualium inuicem approximatione confuſio potiùs, quàm viſio fiat. Obiectum enim in proportionata diſtantia exiſtere debet.

His cognitis, vt adhuc exquiſitiùs, perfectiùsq; obiectum aſpicere poſſimus, ſummopere obſeruandus eſt ſitus, in quo



collocandus sit oculus, vt sub angulo conuenienti obiectum, quantum fieri possit, perfectè cernatur. Nam posito, quòd obiectum BC commodè videatur sub aliquo acuto angulo, vt BAC, describatur circa triangulum BAC circulus; diuidaturq; BC bifariam in D, ipsiq; BC perpendicularis ducatur EDF, iunganturq; BE CE. Quoniam igitur angulus BAC

21. tertii. est æqualis BEC, in vtroque situ A E obiectum BC æquale apparebit: oculo scilicet, tam in A existenti, quàm in E. siquidem, quæ sub æqualibus angulis videntur, æqualia apparent: quare videtur, vt oculus in A existens adeò exquisitè, & perfectè aspicere possit obiectum BC, ac si existat in E: quinnimo in A exquisitiùs propter propinquitatem, quàm in E: quandoquidem propinquius est punctum A ipsi BC, quàm E. Res tamen aliter se habet; etenim ex E exquisitius videtur obiectum BC, quàm ex A. Ducta enim ADG, quæ circulum secet in G: quoniam circunferentiæ BF FC sunt æquales, erit BG minor GC. ac

Def. Eucl. perspecti-uæ.

Ex 27. tertii. propterea cùm sit angulus BAG minor angulo GAC, angulo autem BAG videtur BD, anguloq; GAC videtur DC, minor apparebit BD, quàm DC: quæ tamen BD DC inter se sunt æquales. Intelligatur autem oculus in E; quoniam angulus BED æqualis est angulo DEC, æqualis apparebit BD ipsi DC. partes igitur vtrinque obiecti BC oculo in E existenti apparent, vt sunt; quod non contingit oculo in A existenti. Deinde quando oculus est in A, tunc patet obiectum BC videri radijs ferè obliquioribus, quàm quando oculus in E reperitur. Præterea si intelligatur BC esse horizonti æquidistans: sit verò planum circuli BCE horizonti inclinatum, sintq; puncta AE ab horizonte altiora, quàm BC, oculo in A existenti apparebit BC ex parte B sinistrorsum tendere, propter radios DA BA: deinde ipsamet BC sursum quoque tendere ex parte

B appa-

B apparebit. vt Euclides in perspectiua propositionibus decima, & duodecima demonstrauit. oculo autem existente in E, obiectum BC, tam dextrorsum, quàm sinistrorsum tendere apparebit. nam propter æquales angulos BED DEC, ac propter radios BE CE æquales, puncta BC æqualiter distare ab oculo videbuntur; vt sunt. At verò intelligatur per BC planum horizonti æquidistans, cui ad angulos rectos ducatur EH; iunganturq; HB HC; erunt sanè plana BEH CEH plano BHC erecta. & quoniam triangulorum EBH ECH duo latera BE EH sunt duobus lateribus CE EH æqualia; vnde & inuicem proportionalia; & angulus EHB angulo EHC æqualis; sunt enim ambo recti; erit angulus HBE angulo HCE æqualis. quare radius BE non erit quò ad horizontem magis sursum, vel deorsum, quàm CE, sed vterq; eandem habebit inclinationem. Vnde & punctorum quoque BC alterum altero, neque magis sursum vel deorsum apparebit. ex quo sequitur, neque obiectum BC apparere in neutram partem, siue sursum, siue deorsum tendere. quare horizonti æquidistans, secutū est, videbitur. 18. vndecimi. 7. sexti.

Ex his omnibus perspicuum est, quòd quamuis, quæ sub æqualibus angulis videntur, apparent æqualia; multò tamen meliùs videtur obiectum sub eodem angulo in vno, quàm in alio situ. Cùm in E obiectum CB perfectiùs videatur, quàm in A, & quàm in alio situ circunferentiæ CEB. quod eodem modo semper ostendetur.

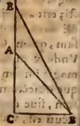
Similiter (quod communi ferè opinioni repugnare videtur) obiectum meliùs sub eodem angulo cerni poterit in distantia longiori, quàm proximiori; vt patet, quòd meliùs in E, quàm in A. quod tamen contingit propter situm, & non propter distantiam.

Quando igitur obiectum videre voluerimus, ita vt rectè, perfectèq; ipsum intueri possimus: magna adhibenda erit diligentia, non solùm in visualis anguli quantitate, atque distantia, verùm etiam in situ.

Quoniam verò tota ſcenographices praxis circa linearum viſionem, præcipuéq; rectarum conſiſtit; ideo ſumpta linea, tanquam obiecto, adhuc nonnulla de angulo, diſtantia, & ſitu proſequemur.

PROPOSITIO. I.

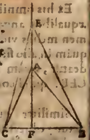
Si rectæ lineæ viſę datę occurrat linea altitudinis oculi, quò propiùs erit oculus ipſi lineę, maior etiam apparebit linea viſa.



Sit data linea viſa BC, cui occurrat CA, quæ ſit linea altitudinis oculi. Dico quò propiùs erit oculus ipſi C, lineam BC eò maiorem apparere. Intelligatur oculus modò in A, modò in E, connectanturq; BA BE. Quoniam enim angulus BAC maior eſt angulo BEC, oculo exiſtenti in A maior apparebit BC, quàm exiſtente oculo in E.

21. primi.

Veluti etiam in ſecunda figura ſi linea altitudinis oculi ipſi BC occurrerit in F; cùm ſit angulus BAC maior angulo BEC, ſimiliter ſequitur quò propiùs fuerit oculus ipſi F, lineam BC maiorem quoque apparere. quod demonſtrare oportebat.

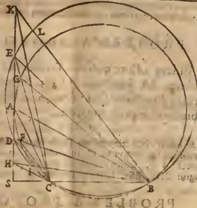


PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Datę lineę viſę non accurrat linea altitudinis oculi, punctum autem diſtantiæ ſit cum data linea in directum. Situm in linea altitudinis oculi inuenire, in quo ſi collocetur oculus, viſa linea maior appareat, quàm exiſtente oculo in alio ſitu ipſiuſmet lineæ.

Sic

Sit obiectum BC recta linea, sit S distantiæ punctum, lineaque altitudinis oculi sit SA; & sit BCS in directum. oportet in SA punctum inuenire, in quo si collocetur oculus, linea BC maior appareat, quàm in quocunque alio situ lineæ SA fuerit oculus constitutus. Inueniatur linea SA, quæ sit inter BS SC media proportionalis. Dico punctum A esse punctum quæsitum. iungantur BA CA, & inter AS quoduis sumatur punctum D. similiter extra SA vbicunque sumatur punctum E; connectanturque BD CD, BE CE. Deinde circa triangulum ABC circulus describatur BAC. Quoniam enim est BS ad SA, vt SA ad SC, quadratum ipsius SA erit rectangulo BSC æquale; sed linea SCB circulum secat; SA verò circulo occurrit; linea igitur SAE circulum continget in A. & quoniam punctum D extra circulum reperitur, perspicuum est, circunferentiam CA lineam BD secare, vt in F. similiter circunferentiam AG lineam CE secare, vt in G; siquidem punctum E est quoque extra circulum ABC. Itaque iungantur CF BG. Cùm igitur angulus BAC sit angulo BFC æqualis, est verò BFC maior angulo BDC; ergo angulus BAC angulo BDC maior existit. Pariq; ratione, quoniam angulus BGC maior est angulo BEC, sunt verò BGC BAC æquales, erit angulus BAC maior BEC. obiectum igitur BC maius apparet oculo in A collocato, quàm in D, vel in E existenti. & hac ratione semper ostendetur BC maius apparere oculo in A existenti, quàm in alio situ lineæ SE. quod facere oportebat.



13. sexti. 17. sexti. 37. tertii. 21. tertii. 21. primi. 21. primi.

PROPOSITIO. III.

Iisdem positis. Dico, quò propiùs fuerit oculus ipsi A, obiectum quoque maius apparere.

Sistatur enim inter DS quoduis punctum H. connectanturq; BH CH & circa triangulum BCD circulus describatur BEDC. cùm itaque sit linea DA intra circulum CDE, erit linea DH extra, vnde manifestum est, circunferentiam GD lineam BH secare, vt in I. Quare si iungeretur CI, eodem prorsus modo ostendetur angulum BDC maiorem esse BHC, ac propterea obiectum BC maius apparere oculo in D existenti, quàm in H. Similiterq; ad alteram partem, si extra SE quoduis punctum sumatur K, connectanturq; BK CK, & circa triangulum BEC circulus describatur, constat, circunferentiam EL lineam BK secare, vt in L. Quòd si iungeretur CL, similiter ostendetur angulum BEC maiorem esse angulo BKC. atque hac ratione demonstrabitur obiectum BC maius apparere oculo ipsi A propinquiori existenti, quàm remotiori. quod demonstrare oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Iisdem adhuc positis, Datum sit præter A vbicunque in linea SA punctum, vt D; in eadem linea alterum inuenire punctum, ita vt oculo in vtroque puncto existenti obiectum æquale appareat.

Si enim circa triangulum BCD circulus describatur, linea vtique SD circulum secabit, vt in E. tunc oculo tum in D, tum in E collocato, obiectum BC semper apparebit æquale. Nam iunctis BD CD, BE CE,
21. tertii. anguli BDC BEC sunt equales inter se. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. V.

Data recta linea visa lineæ altitudinis oculi parallela, punctum in linea altitudinis oculi inuenire, in quo si collocetur oculus, linea visa maior appareat, quàm existente oculo in alio situ ipsius lineæ.

Obiectum sit data recta linea BC, & sit SA linea altitudinis oculi ipsi BC æquidistans, oportet in SA oculi situm inuenire, ita vt BC maior appareat, quàm existente oculo in alio situ ipsius SA. Diuidatur BC bifariam in D. Ducaturq; DA perpendicularis ad SA. Dico A esse situm quæsitum. Sumatur in SA aliud quoduis punctum E. iunganturq; BA CA BE CE. Quoniam igitur linea SA est ipsi BC parallela, & est DA perpendicularis ipsi SA; eadem DA ipsi quoque BC
Ex 29. primi. perpendicularis erit. Itaque circa triangulum ABC circulus describatur BAC. & quoniam est DA perpendicularis BC, estq; BC in D bifa-
Cor. 1. tertii. riam diuisa, transibit DA per circuli centrum, est verò AS perpendicularis ipsi DA; ergo linea SA circulum contingit. Vnde punctum E extra circu-
Cor. 16. tertii. lum reperitur. Quare circunferentia BA lineã CE secabit, vt in G. Itaque iungatur BG. quoniam igitur angulus BAC est æqualis BGC; est autem BGC
21. tertii. maior BEC; erit propterea BAC maior BEC. eodemq; prorsus modo li-
21. primi. neam BC maiorem apparere oculo in A, quàm in alio situ demonstrabitur. quod facere oportebat.

PROPO-

PROPOSITIO. VI.

Ijſdem poſitis. Dico, quò propinquiùs fuerit oculus ipſi A, lineam BC maiorem quoque apparere.

Sumatur punctum F vbicunque: diſtet verò magis pũctum F ab A, quàm E; iunganturq; BF CF. rurſus circa triangulum BEC circulus deſcribatur BEC, in quo (quod ſimiliter oſtendetur) linea DA per circuli centrum tranſibit; cùmq; ſit DA perpendicularis ipſi SA, circulus BEC lineam SA ſecabit, vt in H, ita vt EH bifariam diuiſa proueniat in A. ex quo patet portionem lineæ EF, & ob id punctum F extra circunferentiã BE reperiri. ac propterea ab ipſa lineam CF ſecari, vt in K. Quapropter iungatur BK. cùm enim ſit angulus BEC æqualis BKC, BKC verò maior eſt BFC; erit BEC maior BFC. ex quibus manifeſtum eſt lineam BC maiorem apparere oculo in E exiſtente, quàm in F. Quod idem oſtendetur ad aliam partem ſumptis punctis LH, nempe lineam apparere maiorem oculo in L, quàm in H. quod demonſtrare oportebat. 3. tertii. 21. tertii. 21. primi.

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

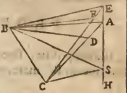
Ijſdem adhuc poſitis, Dato in SA puncto (præter A) vt H, aliud inuenire punctum, ita vt BC æqualis appareat oculo in vtroque puncto collocato.

Connectantur BH CH. Ducaturq; per BCH circulus, qui lineam SA ſecet in E, vel (quod ex demonſtratis idem eſt) fiat AE æqualis AH, erit vtrique punctum E, quod quæritur. ſunt quippe anguli BHC BEC æquales. Vnde linea BC æqualis apparet oculo tam in H, quàm in E exiſtente. quod facere oportebat. 21. tertii.

PROPOSITIO. VIII.

Si linea viſa fuerit in ſubiecto plano, à puncto autem diſtantiæ ducta perpendicularis ad lineam viſam in ipſa cadat linea, Maior apparebit linea viſa oculo in puncto diſtantiæ exiſtenti, quàm in alio ſitu lineæ altitudinis oculi. Maiorq; apparebit linea oculo diſtantiæ puncto propinquiori, quàm remotiori.

Sit BC linea viſa in ſubiecto plano; in quo ſit S punctum diſtantiæ; ſitq; AS linea altitudinis oculi, quæ quidem ſubiecto plano perpendicularis exiſtit. Deinde à puncto S ad BC perpendicularis ducatur SC, quæ primùm cadat in extremitate lineæ BC. Dico primùm BC maiorem ap-

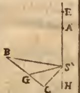


parere oculo in S existenti, quàm in alio situ lineæ AS. sumatur in ipsa SA quoduis punctum A. Iunganturq; BS BA CA. Quoniam enim AS est plano BCS erecta, & SC ipsi CB perpendicularis existit, erit quoque linea AC ipsi BC perpendicularis. Cùm itaque ASC rectus sit angulus, erit AC maior SC. quare fiat CD æqualis CS, iungaturq; BD. & quoniam duo latera BC CS duobus BC CD sunt æqualia, angulíq; (quos continent) BCS BCD sunt æquales, sunt nempè recti, erit triangulum triangulo, & angulus CSB angulo CDB æqualis. maior autem est angulus CDB, quàm CAB: ergo CSB maior est angulo CAB. maior igitur apparebit linea BC oculo existente in S, quàm in A. & per consequens quàm in alio situ lineæ SA.

43. sexti Pappi.
19. primi.
4. primi.
21. primi.

Sumantur deinde in linea altitudinis oculi ad eandem partem quælibet duo puncta AE. sitq; A ipsi S propinquius, quàm E. Dico lineam BC maiorem apparere oculo in A existenti, quàm in E. Iisdem constructis connectantur BE CE. primùm quidem similiter ostendetur lineam EC ipsi BC perpendicularem esse. & quoniam angulus ASC est rectus; erit SAC acutus (in triangulo enim ASC duo recti esse non possunt) vnde EAC erit angulus obtusus. ac propterea linea EC maior est AC. Fiat itaque CF æqualis CA. iungaturq; FB. eodem prorsus modo ostendetur triangulum BFC triangulo BAC æquale esse, vnde angulus BFC, qui est æqualis BAC, maior est BEC. Quare maior apparebit linea BC oculo in A collocato, quàm in E. Atque hac ratione ostendetur, quò propiùs fuerit oculus puncto S, eò maiorem apparere lineam visam.

19. primi.



Si verò à puncto S ducta linea SG ipsis BC SA perpendicularis, non in extremitate, sed in G occurrerit. Quoniam enim ex proximè demonstratis BG maior apparet oculo in S collocato, quàm in alio situ lineæ SA; similiterq; GC maior itidem apparet oculo in S existenti, quàm in alio situ: tota quoque linea BC maior apparebit oculo in puncto S collocato, quàm in alio situ lineæ AS.

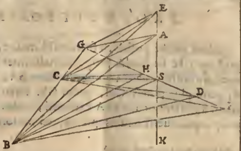
Pariq; ratione ostendetur maiorem apparere BC oculo in A, quàm in E collocato. Nam cùm vnaquæque seorsum BG CG maior appareat oculo in A, quàm in E; tota igitur simul BC maior apparebit oculo puncto S propinquiori, quàm remotiori. quod demonstrare oportebat.

Idem eodem modo contingere ad alteram partem lineæ SH ostendetur.

PROPOSITIO. IX.

Iisdem positis, linea verò perpendicularis à puncto S ad BC ducta non cadat in ipsa linea BC, sed extra in G, vt SG; & sicut BG ad GS, ita sit GS ad GC. Dico lineam BC similiter maiorem apparere oculo in S existente, quàm in alio situ lineæ SA. & quò propiùs erit oculus ipsi S, lineam BC maiorem apparere, quàm oculo ab S longiùs existente.

Sumantur in SA ad easdē partes duo puncta AE; sit verò A ipsi S propinquius, quàm E. coněctanturq; SB SC, AB AG AG, EB EC EG. Quoniam enim est ASG angulus rectus; erit GA maior, quàm GS. Itaque fiat GD æqualis GA, iunganturq; DC DB. primùm quidē con



stat GD maiorem esse GS. Et quoniam AS plano SBG est erecta, & SG est ipsi BG perpendicularis, erit AG eidem BG quoque perpendicularis; est igitur AGB angulus rectus, qui æqualis est recto DGB. & quoniam duo latera DG GB sunt duobus AG GB æqualia; erit DB ipsi AB æquale. eodemq; modo linea DC ipsi AC æqualis esse demonstrabitur. ex quibus patet, triangulum DCB triangulo ACB æquale esse, angulumq; CDB angulo CAB æqualem. Pariq; ratione fiat GF æqualis GE. quòd cùm sit in triangulo AGS angulus ASG rectus, erit SAG acutus, vnde reliquus GAE obtusus existit. vnde linea GE maior est GA; est autem GF æqualis GE, & GD ipsi GA; erit igitur GF maior GD. Connectantur FC FB, eodem prorsus modo ostendetur, angulum CFB æqualem esse ipsi CEB, veluti CDB æqualem esse CAB ostensum fuit. Itaque quoniam ita est BG ad GS, vt SG ad GC; si intelligatur GF tanquam linea altitudinis oculi, erit angulus CSB maior CDB, & CDB maior CFB; sunt verò anguli, qui ad DF, æquales angulis, qui ad AE. maior igitur est angulus CSB angulo CAB, & CAB maior CEB. ex quibus perspicuum est lineam visam BC maiorem apparere oculo in S existente, quàm in alio situ ipsius SA. & insuper eandem BC maiorem apparere oculo propinquiùs ipsi S collocato, vt in A, quàm remotiùs ab ipso S existente, vt in E. quod demonstrare oportebat.

19. primi.
41. sexti Pappi.
4. primi.
Ex 2. huius.

PROPOSITIO. X.

Iisdem positis, si GS maior fuerit, quàm media proportionalis inter BG GC, eadem prorsus similiter contingent.

Sit enim BG ad GH, vt GH ad GC, sitq; GS maior, quàm GH. Dico BC maiorem apparere oculo in S existenti, quàm in alio situ lineæ SA, itidemq; maiorem apparere BC oculo in A, quàm in E existenti. Iisdem namque eodem modo constructis, nimirum erit angulus CHB maior CSB. similiterq; angulus CSB maior CDB, & CDB maior CFB. quòd cùm anguli, qui ad DF, angulis, qui sunt ad AE, sint æquales, erit angulus CSB maior CAB, & CAB maior CEB. Manifestum est igitur, quod propositum fuerat. quod quidem demonstrare oportebat.

Ex 2. huius.

Pariq; ratione eadem contingere in SK ostendetur.

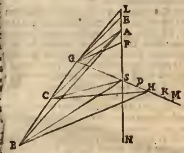
PROPOSITIO. XI.

Ijſdem adhuc poſitis, ſi fuerit GH maior, quàm GS, quæ quidem GH ſit media proportionalis inter BG GC, & in linea altitudinis oculi exponatur linea SA, quæ oſtendat id, quod plus poteſt GH, quàm GS. Dico lineam BC maiorem apparere oculo in A exiſtenti, quàm in alio ſitu; & quò propiùs fuerit oculus ipſi A, eò maiorem apparere.

Lemma ante 15. decimi.

Primùm quidem ſimiliter iungantur AG AC AB, SC SB. & quoniam AG ſubtendit angulum rectum ASG, linea SA oſtendet id, quod plus poteſt AG, quàm GS. ſed SA oſtendit etiam id, quod plus poteſt HG, quàm SG; ergo æqualiter plus poteſt AG, quàm GS, veluti HG, quàm GS. quare lineæ AG GH interſe ſunt æquales. vnde angulus CHB æqualis eſt angulo CAB; ſunt enim triangula BGH BGA, & BCH BCA æqualia, quod quidem vt antea demonſtrabitur.

Ex eodem lemmate.



Ex 2. huius.

Cùm autem ſit BG ad GH, vt HG ad GC; erit angulus CHB, hoc eſt CAB maior CSB. ſumatur deinde inter AS vtcunque punctum F, ductaq́; FG, fiat GD æqualis GF, ſi lineæ eodem modo ad BC ducerentur, angulus, qui fieret ad D, angulo, qui fieret ad F, æqualis exiſteret; ſed BC maior apparet oculo in H, quàm in D, & maior oculo in D, quàm in S ergo BC maior apparebit oculo in A, quàm in F, & maior oculo in F, quàm in S. Pariq́; ratione ſumantur extra SA quælibet puncta EL; iunganturq́; EG LG; fiantq́; GK GM æquales ipſis GE GL; eodem modo demonſtrabitur, lineam BC æqualem apparere oculo tam in K, quàm in E collocato; ſimiliterq́; tam in M, quàm in L. at quoniam BC maior apparet oculo in H, quàm in K, & maior oculo in K, quàm in M exiſtente; maior quoque apparebit BC oculo in A, quàm in E exiſtente, & maior in E, quàm in L collocato. Quapropter BC maior apparet oculo in A, quàm in alio ſitu, & quò propiùs fuerit oculus ipſi A, eò maior apparet. quod demonſtrare oportebat.

2. huius.

2. huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

Ijſdem poſitis, Dato in SA vtcunque puncto F, alterum inuenire punctum in linea altitudinis oculi, ita vt linea BC æqualis appareat oculo in vtroque puncto exiſtente.

4. huius.

Fiat GD æqualis GF. Inueniaturq́; alterum punctum K, ita vt BC æqualis

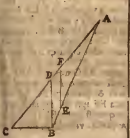
lis appareat oculo tam in D, quàm in K exiſtenti; appliceturq́; à puncto G linea GE, quæ occurrat ipſi SA, ſitq́; GE æqualis GK; patet lineam BC. æqualem apparere oculo tam in F, quàm in E collocato; quod facere oportebat.

Eadem contingere in SN ſimiliter oſtendetur.

Hucusq́; circa data recta linea viſionem nonnulla tantùm de anguli quantitate attigimus, prout diuerſa oculi poſitio in linea altitudinis oculi contingit; nunc verò pauca quædam circa eadem, prout diuerſa inueniri poteſt ſectionis poſitio, ſimul afferemus.

PROBLEMA PROPOITIO. XIII.

Oculo dato, dataq́; linea terminata in ſubiecto plano exiſtente, planum autem per lineam, & oculum tranſiens ſit ſubiecto plano erectum; ſectionem ſubiecto plano erectam inuenire, in qua apparens linea datæ lineæ æqualis appareat, & æqualis exiſtat.



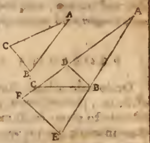
Datus ſit oculus A. dataq́; linea BC in ſubiecto plano; ita vt planum per BC, & A ductum ſit ſubiecto plano erectum. Oportet ſectionem ſubiecto plano erectam inuenire, in qua linea apparens videatur, & ſit ipſi BC æqualis. Ducantur viſuales radij CA BA, & à puncto B erigatur BD ſubiecto plano erecta, quæ ipſam CA ſecet in D; erit vtique BD in plano ABC. Deinde ſicut eſt BD ad
BC, ita fiat BA ad AE, & à puncto E ducatur EF ipſi BD parallela. *Ex 38. vndecimi.*
Intelligaturq́; ſectio per lineam EF tranſiens. Dico ſectionem per EF ductam ſubiecto plano erectam eſſe, lineamq́; EF in ſectione ipſi BC, & æqualem apparere, & æqualem eſſe. Primùm quidem EF ipſi BC æqualem apparere, ex ſe conſtat, cùm vtraque linea ſub eodem angulo BAC
ſpectetur. Quoniam autem EF eſt ipſi BD æquidiſtans, erit EF ſubiecto *8. vndeci-*
plano erecta. Vnde & ſectio per EF ducta ſubiecto plano erecta erit. At ve- *mi.*
rò quoniam EF eſt ipſi BD æquidiſtans; ob ſimilitudinem triangulorum *18. vnd.*
ABD AEF, erit BA ad AE, vt BD ad EF. ſed vt BA ad AE, ita eſt *4. ſexti.*
BD ad BC; ergo vt BD ad EF, ita eſt BD ad BC. Quapropter EF ipſi *11. quinti.*
BC æqualis exiſtit. Inuenta eſt igitur EF in ſectione ſubiecto plano ere- *9. quinti.*
cta, quæ ipſi BC æqualis apparet, & æqualis exiſtit. quod facere oportebat.

Oportet autem in hoc problemate, vt perpendicularis, quæ à puncto A in ſubiectum planum cadit, non cadat in ipſa linea BC, ſed extra,

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

Dato oculo, dataq; linea, ſectionem inuenire, in qua ſit linea apparens, quæ datæ lineæ æqualis appareat, & æqualis exiſtat; viſualesq; radij interſe ſint æquales.



Sit oculus A, data verò linea BC. Ducantur viſuales radij BA CA; qui vel ſunt æquales, vel inæquales. ſi ſunt æquales, iam habetur intentum. intelligatur enim per BC ſectio, eritq; eadem BC, & obiectum, & linea in ſectione apparens, quæ obiecto æqualis eſſe debet. Sed ſint BA CA inæquales; ſectionem inuenire oportet, in qua ſit linea, quæ ipſi BC non ſolùm videatur æqualis; verùm etiam æqualis exiſtat, ſintq; viſuales radij interſe æquales. Fiat AD æqualis AB; iungaturq; BD. & quam
12. ſexti. proportionem habet BD ad BC, ita fiat BA ad aliam AE. ducaturq; EF ipſi BD æquidiſtans. Intelligaturq; ſectio per EF ducta. Dico EF ipſi BC æqualem apparere, & æqualem eſſe; radiosq; viſuales EA FA interſe æquales eſſe. Quoniam enim BD eſt æqui-
4. ſexti. diſtans EF; erit ob ſimilitudinem triangulorum ABD AEF, ſicut AB ad AE, ita BD ad EF. vt autem AB ad AE, ita eſt BD ad BC; eandem igi-
11. quinti. tur habet proportionem BD ad BC, quàm ad EF. vnde BC, & EF in-
9. quinti. terſe ſunt æquales. & quoniam AB eſt æqualis AD; erit angulus ABD
5. primi. angulo ADB æqualis; eſt autem EF ipſi BD æquidiſtans; erit igitur an-
29. primi. gulus ABD angulo AEF, & ADB angulo AFE æqualis. Quare angulus
6. primi. AEF angulo AFE æqualis exiſtit. ac propterea EA FA interſe ſunt æquales. & quoniam BC EF ſub eodem angulo ſpectantur, nempè EAF, linea EF ipſi BC æqualis apparebit. ergo inuenta eſt ſectio per EF tranſiens, in qua eſt linea EF, quæ æqualis apparet, vt BC, & eſt eadem EF ipſi BC æqualis. viſualesq; radij EA FA ſunt interſe æquales. quod fieri oportebat.

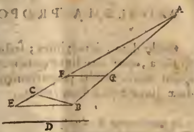
PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Oculo dato, dataq; linea, ſectionem inuenire, in qua ſit linea apparens, quæ datæ lineæ æqualis appareat, nec non ſit ipſi quoque æqualis; alteri verò datæ lineæ æquidiſtans exiſtat.

Datus ſit oculus A, dataq; linea BC. ſintq; viſuales radij BA CA. ſitq; altera data linea D. oportet ſectionem inuenire, in qua ſit linea, quæ ipſi BC appareat, & ſit æqualis, ſitq; datæ lineæ D æquidiſtans. Duca-

tur à

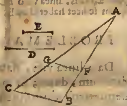
tur à puncto B linea BE æquidistans ipsi D. & vt BE ad BC, ita fiat BA ad AG. Ducaturq; GF ipsi BE æquidistans. intelligaturq; sectio per GF ducta. Dico GF ipsi D æquidistantem esse, & ipsi BC æqualem apparere, & æqualem esse. similiter enim quoniam BE GF sunt parallelæ, ob similitudinem triangulorũ ABE AGF, erit BA ad AG, vt BE ad GF; & est BA ad AG, vt BE ad BC; erit igitur BE ad BC, vt ad GF. quare BC GF sunt æquales. quia verò GF est æquidistans ipsi BE, & BE est ipsi D æquidistans, erit & GF ipsi D æquidistans. & quoniam GF BC sub angulo BAC videntur, linea GF ipsi BC æqualis apparebit. ergo inuenta est sectio per GF transiens, in qua est linea GF ipsi D æquidistans, eademq; linea apparens GF æqualis apparet, vt BC; & est ipsi BC æqualis. quod fieri oportebat. 11. quinti. 9. quinti. 9. vndecimi.



PROBLEMA PROPOSITIO. XVI.

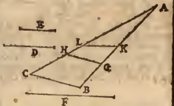
Dato oculo, dataq; linea, sectionem inuenire, in qua sit linea, quæ datæ lineæ æqualis appareat, ipsiq; æquidistet; data verò linea ad ipsam datam habeat proportionem.

Rursus sit datus oculus A. dataq; linea BC. radijq; visuales sint BA CA. data verò sit proportio, quam habet D ad E. sectionem inuenire oportet, in qua sit linea, quæ datæ lineæ BC æqualis appareat, ipsiq; BC sit æquidistans, at verò BC ad ipsam proportionem habeat, quam D ad E. Fiat, vt est D ad E, ita BA ad aliam AF. ipsiq; BC æquidistans ducatur FG. intelligaturq; sectio per FG ducta. simili modo quoniam FG est ipsi BC æquidistans, ob triangulorum ABC AFG similitudinem, ita erit BA ad AF, vt BC ad FG. vt autem BA ad AF; ita est D ad E; ergo BC ad FG est, vt D ad E. & quoniam BC FG sunt sub eodem angulo BAC, linea FG ipsi BC æqualis apparebit. Quare inuenta est sectio per FG transiens; in qua est linea FG, quæ ipsi BC æqualis apparet, ipsiq; est parallela, habetq; BC ad FG datam proportionem, quæ scilicet est D ad E. quod fieri oportebat. 12. sexti. 4. sexti. 11. quinti.



PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

Oculo dato, dataq; linea; sectionem inuenire, in qua sit linea, quæ datæ lineæ çqualis appareat, dataq; linea ad ipsam datam habeat proportionem, apparensq; linea alteri datæ lineæ æquidistans existat.



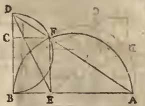
Sit datus oculus A. dataq; linea BC. sintq; visuales radij BA CA. data verò proportio sit, vt D ad E. alteraq; sit data linea F. oportet sectionem inuenire, in qua sit linea ipsi F æquidistans, ipsiq; BC videatur æqualis. BC verò ad ipsam eandem habeat proportionem, quam habet D ad E.
12. sexti, Fiat BA ad AG, vt est D ad E. Ducaturq; GH ipsi BC æquidistans.
15. huius; Deinde inueniatur sectio, in qua sit linea KL, quæ sit ipsi F æquidistans, & sit ipsi GH æqualis. Intelligaturq; sectio per KL ducta. Quoniam enim GH est çquidistans ipsi BC, ob similitudinem triangulorum ABC AGH,
4. sexti. erit BA ad AG, vt BC ad GH. est autem BA ad AG, vt D ad E, erit igi-
11. quinti, tur BC ad GH, vt D ad E. & quoniam KL est ipsi GH æqualis, habe-
7. quinti, bit BC ad KL eandem proportionem, quam habet ad GH. sicut autem
11. quinti, BC ad GH. ita est D ad E. ergo BC ad KL est, vt D ad E. & quoniam BC KL sub eodem angulo cernuntur, apparebit KL æqualis ipsi BC. factaq; est KL ipsi F æquidistans; ergo inuenta est sectio, in qua est linea KL, quæ datæ lineæ F æquidistat, eademq; KL datæ lineæ BC apparet æqualis, linea verò BC ad ipsam KL datam habet proportionem, quam scilicet habet D ad E. quod fieri oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

Data linea visa, dataq; distantiæ linea ipsi lineæ visæ in directum, dataq; sit in communi termino erecta sectio; inuenire oculi altitudinem, ita vt in continua sint proportione linea visa ad apparentem, vt apparens ad lineam distantiæ, ac distantiæ linea ad excessum, quo altitudo oculi lineam superat apparentem.

Data sit linea visa AE, cui in directum sit data distantiæ linea EB. ducanturq; EF BD ipsi AB perpendiculares. sitq; sectio EF. oportet in linea BD oculi situm inuenire, vt propositum est. Fiat super AB semicirculus AFB, qui sectionem EF secet in F. lineaq; ducatur AFD, quæ secet BD in D. iungaturq; DE; denique ducatur FC ipsi EB æquidistans. Quo-

niam



niam igitur triangulum DAB triangulo DFC simile existit; erit AB ad FC, vt BD ad CD, est autem EB æqualis FC (est enim BF parallelogrammum) ergo AB ad BE est, vt BD ad DC; & diuidendo AE ad EB, vt BC ad CD; permutandoq; AE ad BC, hoc est ad EF, ita EB ad CD. Cùm autem sit AE ad EF, ita EF ad EB. & vt AE ad EF, ita EB ad CD; in continua erunt proportione quatuor lineæ, nempe AE EF EB CD. ex quibus sequitur inuentum esse oculi punctum D, cuius altitudo est BD, ita vt sicut se habet linea visa AE ad lineam apparentem EF, ita sit apparens EF ad distantiæ lineam EB, & hæc EB ad CD, nempe ad excessum, quo oculi altitudo BD lineam superat apparentem EF. quod facere oportebat. 4. sexti. 17. quinti. 16. quinti. Ex 13. sexti.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIX.

Data verò sit oculi altitudo BD, dataq; sit AB, quæ lineam visam, distantiamq; contineat; inuenire punctum E, in quo sit sectio, ita vt similiter quatuor lineæ in continua sint proportione.

Duo describantur semicirculi super AB BD, nempe AFB, & BFD, & à puncto F, vbi scilicet se inuicē secant, ad AB perpendicularis ducatur FE. erit sanè punctum E inuentum. erunt namque similiter quatuor lineæ AE EF EB CD in continua proportione. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

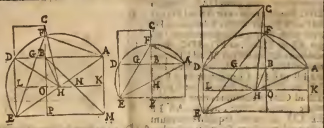
Hinc quomodo duæ datæ lineæ secari possint, vt quatuor partes in continua sint proportione, manifestum est.

Datæ sint enim lineæ AB BD, quæ inuicem ad rectos angulos constituantur. ductis eodem modo semicirculis, ac lineis FE FC ad AB BD perpendicularibus, perspicuum est, cùm sit BC æqualis EF; ita esse AE ad BC, vt BC ad EB, & EB ad CD.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

Duabus datis rectis lineis, alteram ita diuidere, vt ipsius partes vnà cum altera data in continua sint proportione.

Datæ sint lineæ AB BC, quæ ita interse se aptentur, vt angulum contineant rectum ABC. oporteatq; diuidere BC. vt propositum est. fiant



super AB BC quadrata AP CD non ad easdem partes: compleaturq; re-
ctangulum BE; iungaturq; AE, quæ bifariam diuidatur in H; & centro
H, interualloq; HA, circulus describatur AFE. Dico AB ad BF ita es-
se, vt BF ad FC. Primùm quidem circulum AFE lineam BC dispescere
ostendendum est. Nam quoniam linea BC ipsa BA minor esse potest, vt
in prima figura, vel ipsi BA æqualis, vt in secunda, vel maior, vt in tertia.
tunc si BC minor est BA, iungantur in prima figura HB HD; & quoniam
ADE rectus est angulus, circunferentia AFE per punctum D transibit;
vnde HD circuli semidiameter existit. Ducatur deinde per H ipsi AD æqui-
distans KHL; erit vtique KH æqualis HL, quandoquidem est AH ad HE,
Ex 4. sexti. vt KH ad HL. sed quoniam AB maior est, quàm BC, ac per consequens
quàm BD, erit KO ipsi AB æqualis, maior, quàm OL, quæ est æqualis BD.
punctum ergo H medium lineæ KL in linea KO existit. Quoniam autem
OBD est angulus rectus, erit HBD obtusus, quare in triangulo HBD linea
19. primi. HD, hoc est semidiameter circuli maior erit HB. præterea iungatur HC,
ducaturq; in quadrato AP diameter BM, seceтq; BM ipsam KO in N. Quo-
niam igitur KL transit per H. quod quidem est in medio rectanguli AE, at-
que KL est ipsi AD æquidistans, diuidet KL rectangulum AE in duo æqua-
lia, nempe rectangulum KD ipsi LM erit æquale; ac per consequens KB ip-
si KP æquale. quare BO ipsi OP æqualis existit. vt autem BO ad OP, ita est
BN ad NM, atque vt BN ad NM, ita ON ad NK. vnde sequitur KN ipsi
NO æqualem esse. Cùm autem maior sit KL, quàm KO, & horum di-
midia, scilicet KH maior erit KN; ex quo perspicuum est punctum H inter
puncta NO reperiri; lineamq; HB in triangulo NBO existere; & ob id an-
gulum OBN maiorem esse angulo OBH. Cùm verò sit BM diameter qua-
drati AP, erit angulus ABM angulo OBM æqualis; quare ABN maior est
OBH, ac propterea multò maior est ABH ipso HBO, quibus si addantur
æquales anguli ABC OBD (nempè recti) erit CBH maior HBD. Quo-
niam itaque duo latera HB BC duobus lateribus HB BD sunt æqualia,
24. primi. erit basis CH maior HD circuli semidiametro, ac propterea, cùm sit cir-
culi semidiameter minor HC, maior verò HB, necesse est circunferentiam
AFDE inter puncta BC transire, lineamq; BC secare.

In secunda figura quoniam AB est æqualis BC, hoc est BD, & AH est
æqualis HE, erit centrum H in linea BP. Cùm itaque sit angulus ABH re-
19. primi. ctus, erit in triangulo ABH linea HA, circuli nempè semidiameter maior
20. primi. HB, sed quoniam HA minor est quàm duæ simul HB BA, hoc est HC,
circunferentia AFDE inter puncta BC transibit. lineam igitur BC secabit.

In tertia verò figura quoniam BC, hoc est BD maior est AB, ducta KHL
ipsi AD æquidistans, simili ratione, vt in prima figura ostendetur centrum
H esse in linea OL. iuncta igitur HB, erit HBA angulus obtusus, ergo HA
19. primi. semidiameter circuli maior erit HB. Ductis deinde HD HC CD lineis,

quoniam

quoniam BC est æqualis BD, erit angulus CDB angulo DCB æqualis, *5. primi.*
sed CDH maior est CDB, DCH verò minor DCB; maior igitur erit CDH ipso DCH. & propterea in triangulo CDH linea HD semidiameter circuli minor est HC. ex quibus constat, circunferentiam AFDE *19. primi.*
lineam BC dispescere.

Hoc itaque demonstrato secet circunferentia AFDE lineam BC in F. junganturq; AF FE, secetq; FE lineam BD in G. Quoniam enim angulus AFG est rectus, & FB est perpendicularis ipsi AG, erit triangu- *31. tertii.*
lum ABF triangulo FBG simile, & angulus AFB angulo FGB æqua- *8. sexti.*
lis. sed FGB est ipsi DGE æqualis; angulus ergo AFB angulo DGE est *15. primi.*
æqualis. Quoniam autem ABF rectus recto EDG est æqualis, atque latus DE ipsi AB æquale, cùm vtraque AB DE sint ipsi BP æqualia; erit triangulum EDG triangulo ABF æquale: quare latus BF erit lateri *26. primi.*
DG æquale. cùm itaque BC sit æqualis DB, erit reliqua FC reliquæ BG æqualis. Quoniam igitur in triangulo rectangulo AFG ab angulo recto ad basim ducta est perpendicularis FB; erit AB ad BF, vt BF ad BG, *cor. 8. sexti.*
hoc est ad FC. Diuisa est igitur BC in puncto F, vt propositum fuit. quod facere oportebat.

In secundo casu diuidi etiam potest linea BC extrema, ac media ratione in F, & factum erit, quod proponebatur. nam cùm sit AB æqualis BC, erit BC ad BF, hoc est AB ad BF, vt BF ad FC.

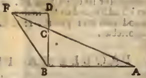
COROLLARIVM.

Vnde etiam colligi potest ex constructione huius secundi propositi, datam lineam extrema, ac media ratione secari posse.

Ex ea enim apparet esse AB ad BF, hoc est BC ad BF, vt BF ad FC.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXI.

Data linea visa, cui adiaceat sectio erecta, dataq; sit oculi altitudo; oculi situm inuenire, ita vt linea visa ad apparentem sit, vt apparens ad excessum, quo altitudo oculi superat apparentem.



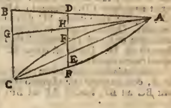
Data sit AB linea visa, sitq; erecta sectio BD; oculi verò altitudo data sit BD. Ducatur DF ipsi AB æquidistans. oportet oculi situm in DF inuenire, diuidereq; BD, vt propositum est. Diuidatur igitur BD in C, ita vt tres lineæ AB BC CD in continua sint proportione, ducaturq; ACF, iunga- *Ex præcedenti.*
turq; FB; intelligaturq; oculus in F, sintq; radij AF BF. constat ita se habere lineam visam AB ad apparen-

tem

tem BC, vt apparens BC ad excessum CD, quo scilicet oculi altitudo BD apparentem BC superat; oculiq; situm inuentum esse punctum F, quod facere oportebat.

PROPOSITIO. XXII.

Sit AB ad AD, vt BC ad DE; sintq; BC DE paralle-læ; iunganturq; CE EA. Dico CEA rectam lineam esse.

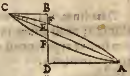


Non sit quidem, sed si fieri potest, sit AFC recta linea, quę lineam DE secet in F. erit vtique triangulum ABC triangulo ADF simile.
4. sexti. quare vt BA ad AD, ita BC ad DF. est autem BA ad AD, vt BC ad DE; ergo BC eandem
11. quinti. habet proportionem ad DE, quam habet ad DF. quod fieri non potest. recta igitur est linea CEF; quod demonstrare oportebat.

Item si fuerit BC ad BG, vt DE ad DH, lineæ BD GH CE in idem punctum A conuenient.

Quoniam erit BA ad AD, vt GA ad AH, & CA ad AE.

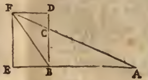
Itidem si fuerit AD ad BC, vt DE ad EB, fueritq; DEB recta linea, BC verò ipsi AD parallela. Dico similiter AEC rectam lineam esse.



Si enim non est recta, sit AFC recta linea, primùmq; sit F inter ED, vnde propter si-
4. sexti. militudinem triangulorum AFD BFC erit AD ad BC, vt DF ad FB; sed vt AD ad BC, ita est DE ad EB; ergo DF ad FB est,
16. quinti. vt DE ad EB. & permutando DF ad DE, vt FB ad BE. quòd cùm sit DF minor DE, erit & FB minor BE, quod esse non potest. Pariq; ratione si F fuerit inter EB, similiter ostendetur ita esse DF ad FB, vt DE ad EB. permutandoq; DF ad DE, vt FB ad BE; sed est DF maior, quàm DE, erit igitur FB maior, quàm BE. quod fieri non potest. recta ergo est linea AEC; quod demonstrare oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO, XXIII.

Data linea visa, cui in directum sit linea distantiæ, & in communi termino sit erecta sectio, dataq; sit oculi altitudo; distantiæ punctum terminare, ita vt distantia sit lineæ apparenti æqualis.



Data sit AB linea visa, cui in directū sit distantiæ linea BE, sitq; sectio erecta BD. oculi verò altitudo data, sit ipsi BD ęqualis. Distantiæ punctum terminare oportet, ita vt distantiæ linea sit apparenti lineæ ęqualis. Ducatur DF æquidistans AE. deinde secetur BD in C, ita vt sit AB ad BC, sicut BC ad CD. Fiatq; BE æqualis BC; ducaturq; EF æquidistans BD, nimirum erit EF æqualis BD; atque DF æqualis ipsi BE. quare erit DF ipsi BC ęqualis. Quoniam igitur est AB ad BC, vt BC ad CD, cùm sit DF ipsi BC æqualis, erit AB ad DF, vt BC ad CD, est autem DF ipsi AB æquidistans; est igitur ducta linea ACF recta linea. Itaque iungatur BF, oculusq; intelligatur in F; erit vtique BC in sectione linea apparens. ergo existente linea visa AB, oculiq; altitudine EF datæ altitudini æquali, inuenta est distantiæ linea BE, quę ęqualis est lineæ apparenti BC. quod facere oportebat. 20. *huius.* 34. *primi.* *Ex praecedenti.*

His ita prælibatis, iam quando datus est oculus, dataq; est linea, siue quælibet figura, dataq; est sectio, quomodo in ipsa sectione obiectum appareat, quomodoq; inueniendа, describendaq; sit apparens figura, est aggrediendum. hæc enim est præcipua nostra intentio. Sed antequam ad has repræsentandas in sectione figuras deueniamus, theoremata nonnulla priùs in medium afferemus; in quibus, quomodo nempè datæ lineæ, præcipuèq; parallelæ in sectione apparent, demonstrabimus. Quod quidem ad cognoscendam multarum praxium rationem valde vtile, ac necessarium existit; in quibus tota scenographices ratio constituta videtur.

THEOREMA PROPOSITIO. XXIIII.

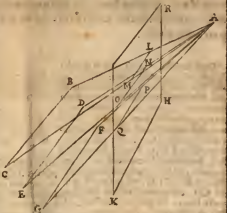
Si oculus parallelas lineas videat, sitq; sectio parallelis lineis æquidistans; lineæ in sectione apparentes erunt interse parallelæ.

Sit oculus A, qui videat æquidistantes lineas BC DE FG, quomodocunque, & vbicunque sitas, hoc est siue in vno, siue in pluribus existant planis. sitq; sectio KR quomodocunque sita, dummodo sit ipsis BC DE FG parallela. sint autem visuales radij BA CA, DA EA, FA GA; qui sectionem

sectionem in punctis LM NO PQ secent. iunganturq; LM NO PQ, quæ nimirum in sectione ostendunt, vbi BC DE FG in sectione apparent; ita scilicet vt BC in LM, DE verò in NO, & FG in PQ appareat. Dico lineas LM NO PQ interse parallelas esse. Intelligatur per BC planū plano KR, hoc est sectioni equidistans. nimirum lineæ AB AC à planis diuidentur parallelis; ac propterea erit AL ad LB, vt AM ad MC. quare linea LM est ipsi BC parallela. eodemq; modo si intelligatur planum per DE æquidistans plano KR, ostendetur NO ipsi DE parallelam esse. & ita in alijs. At verò lineæ BC DE FG interse sunt parallelę; ergo & LM NO PQ interse sunt parallelæ. quod demonstrare oportebat.

Ex 17. vndecimi. 2. sexti.

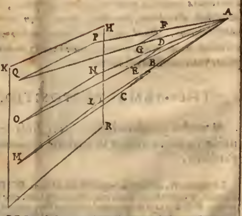
Ex 9. vndecimi.



COROLLARIVM.

Ex hoc patet lineas LM NO PQ ipsis BC DE FG parallelas esse.

Euenire autē potest secundùm propositionem vniuersalem propositam, vt sectio KR non sit semper inter lineas BC DE FG, & oculum; at lineas BC DE FG esse inter sectionē, & oculum A; vt in hac secunda figura. quare ductis visualibus radijs BA DA FA CA EA GA, qui producātur, donec similiter secent sectionem in LNP MOQ, codē prorsus modo ostendetur lineas LM NO PQ interse, & ipsis BC DE FG parallelas esse. eruntq; lineæ PQ NO



LM sub subiecto plano; dummodo sectionis linea HK in subiecto plano existere intelligatur.

Vnde si parallelæ lineæ partim fuerint inter sectionem, & oculum; partim verò sectio inter lineas, & oculum; ex ijs, quæ demonstrata sunt, constat, lineas, quæ in sectione apparent, interse, & ipsis æquidistantes esse.

Quòd si datarum parallelarum aliqua esset in ipsa sectione, liquet hanc in sectione se ipsam ostendere, cæterisque lineis parallelam esse. lineis enim, quæ hoc modo sunt in sectione, contingit, vt eędemmet sint, & quæ repręsentant, & quæ repræsentantur. quod idem omnibus alijs, siue sint puncta, siue lineæ, siue figuræ, dummodo existant in sectione, contingit; cùm eadem res, & pro obiecto, & pro figura in sectione apparente deseruiat,

THEOREMA PROPOSITIO. XXV.

Si oculus parallelas lineas videat, quæ sectionis lineæ sint æquidistantes, lineæ in sectione apparentes erunt interse, & sectionis lineæ, & ipsis parallelæ.

In ijsdem enim figuris sit KH sectionis linea in subiecto plano; datæ verò vtcunque parallelæ lineæ sint BC DE FG, quæ sint ipsi KH æquidistantes; lineæ verò in sectione apparentes sint LM NO PQ. Dico lineas LM NO PQ & interse, ipsiq; HK, & ipsis BC DE FG æquidistantes esse. Eodem enim modo, quoniam BC KH sunt parallelæ, si intelligatur per BC planum plano sectionis KR æquidistans, erit BL ad LA, vt CM ad MA. quare LM ipsi BC est parallela. & ita ostendetur NO ipsi DE, & PQ ipsi FG parallelam esse. Ex quibus colligitur LM NO PQ interse, ipsiq; HK, & ipsis BC DE FG parallelas esse. quod demonstrare oportebat. *Ex 17. vndecimi. 2. sexti. Ex 9. vndecimi.*

Quod idem ostendetur in alijs casibus, vt in præcedenti.

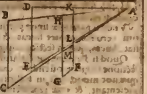
THEOREMA PROPOSITIO. XXVI.

Si oculus videat lineas subiecto plano perpendiculares, sitq; sectio eidem plano erecta, lineæ in sectione apparentes erunt & subiecto plano, & sectionis lineæ perpendiculares.

Sit oculus A, qui videat lineas BC DE, quæ sint subiecto plano perpendiculares. sitq; sectionis linea in subiecto plano FG; sectio autem intelligatur subiecto plano erecta. lineæq; in sectione apparentes sint HM KL. Dico HM KL & subiecto plano, & sectionis lineæ FG perpendiculares esse. Ducantur visuales radij BHA CMA, DKA ELA. Quoniam enim li-

18. vndecimi. nea BC est subiecto plano erecta; erit planum trianguli ABC eidem subiecto plano erectum. & quoniam HM est in triangulo ABC, eademq; HM est in sectione, erit HM sectionis, ac trianguli ABC communis sectio. sectio autem, & planũ ABC sunt subiecto plano erecta; ergo linea quoque HM subiecto plano erecta erit.

19. vndecimi. Eodemq; modo ostendetur KL esse subiecto plano perpendicularem. At verò producantur HM KL, quæ cum linea FG conuenient; cùm sint omnes lineæ in plano sectionis, & non sint HM KL ipsi FG parallelæ; siquidem sunt subiecto plano erectæ. Quare producantur, occurrantq; ipsi FG in punctis GF. & quoniam FG est in subiecto plano, suntq; HG KF subiecto plano erectæ; erunt HG KF ipsi FG perpendiculares. quod demonstrare oportebat.



ALITER.

Iisdem constructis, quoniam BC DE sunt subiecto plano perpendiculares; estq; sectio eidem plano erecta; erit vnaquæque BC DE sectioni

24. huius. æquidistans. quare HM KL & interse, & ipsis BC DE sunt parallelæ.

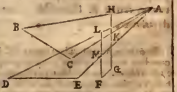
8. vndecimi. sed BC DE sunt subiecto plano erectæ, ergo HMG KLF sunt subiecto plano perpendiculares: quæ propterea (vt dictum est) erunt & ipsi FG perpendiculares. quod demonstrare oportebat.

THEOREMA PROPOSITIO. XXVII.

Si oculus videat datas lineas, quomodocunque sitas, quæ tamen existant in planis per ipsas, & oculum ductis subiecto plano erectis, sectio autem sit quoque subiecto plano erecta; lineæ in sectione apparentes erunt subieto plano, ac sectionis lineæ perpendiculares.

Sit oculus A. datæ autem vtcunque lineæ BC DE. sitq; sectionis linea FG in subiecto plano. sectioq; sit subiecto plano erecta. plana verò per BC & A, & DE & A ducta, sint subiecto plano erecta. lineæ autem in sectione apparentes sint HK LM. Dico has lineas HK LM subiecto plano, & ipsi FG perpendiculares esse. sint visuales radij BHA CKA, DLA EMA. Quoniam igitur sectio, planumq; ACB sunt subiecto plano erecta; lineaq; HK horum planorum est communis sectio, erit

19. vndecimi. HK subiecto plano, ac per consequens ipsi FG perpendicularis. similiterq;

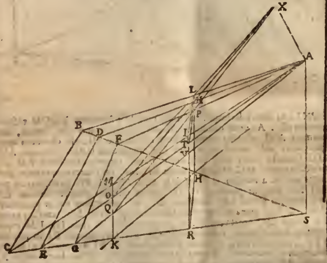


ostendetur

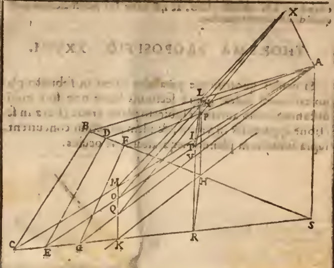
ostendetur LM subiecto plano, ac ipsi lineæ FG perpendicularem esse. quod demonstrare oportebat.

THOREMA PROPOSITIO. XXVIII.

Si oculus quotcunque parallelas lineas in subiecto plano existentes videat, quæ sectionis lineæ non sint æquidistantes; sectio autem sit subiecto plano erecta; lineæ in sectione apparentes in vnum, & idem punctum concurrent supra subiectum planum æquealtum, vt oculus.



Sit altitudo oculi A supra subiectum planum linea AS. sitq; in subiecto plano sectionis linea HK. æquidistantes verò lineæ in subiecto plano existentes sint BC DE FG, quæ ipsi HK non sint parallelæ. sitq; sectio HLMK subiecto plano erecta. In sectione autem lineæ apparentes sint LM NO PQ. Dico LM NO PQ in vnum, & idem punctum concurrere, quod quidem est æquealtum supra subiectum planum, vt oculus A. Duæ in subiecto plano ducantur à puncto S lineæ, quæ secent sectionis lineam, ac datas lineas, sintq; SHFDB, SKGEC. Sint visuales radij BLA, DNA, FPA, CMA, EOA, GQA. Iunganturq; HP PN NL, KQ QO OM. Quoniam enim punctum B in sectione apparet, vbi L. D vbi N, F vbi P; punctum verò H est in sectione; linea igitur HFDB in sectione apparebit in HPNL. atqui recta est linea HFDB; ergo recta etiam est



HPNL; vt initio diximus. eademq; ratione ostendetur KQOM rectam
15. vndecimi. lineam esse. At verò quoniam AS est subiecto plano SBC erecta, erit
planum ASB subiecto plano erectum; sed sectio HLMK est eidem quo-
19. vndecimi. que plano SBC erecta, ergo linea LH communis sectio planorum ASB
HM subiecto plano SBC erecta erit. pariq; ratione ostendetur KM esse
6. vndecimi. subiecto plano SBC erectam. vnde LH MK sunt inrerse parallelæ. Du-
catur autem à puncto H linea HR ipsis BC DE FG parallela; ac per
LH HR ducatur planum HLIR, quod quidem propter lineam LH
18. vndecimi. erit subiecto plano SBC erectum. sitq; RI communis sectio planorum
ASC, & HI; quæ quidem plana sunt subiecto plano SBC erecta; quare
19. vndecimi. IR plano SBC erecta existit. ac propterea erit IR ipsis HL KM æqui-
distans. secent autem visuales radij CA EA GA lineam RI in punctis
6. vndecimi. ITV. secabunt enim, quoniam visuales radij, & RI in eodem sunt plano,
trianguli scilicet ASC. si igitur HLIR intelligatur sectio; linea vtique RI
ipsam RC repræsentabit. Itaque iungantur LI NT; nimirum ostendet
LI in sectione HI lineam BC; NT verò lineam DE. quoniam igitur
25. huius. BC DE sunt ipsi HR parallelæ, erunt LI NT interse, & ipsis BCDE
parallelæ; sed LN IT sunt quoque parallelæ; erit igitur LNTI paralle-
34. primi. logrammum. quare IT ipsi NL æqualis existit. Quoniam autem MO
IT sunt æquidistantes; siquidem MK IR ostensæ sunt parallelæ; ob si-
4. sexti. militudinem triangulorum AMO AIT, erit MA ad AI, vt MO ad
IT; est autem MA maior, quàm AI; ergo MO maior est, quàm IT;
ac per consequens maior, quàm LN. quia verò lineæ MK LH sunt æqui-
distantes, & MO maior est LN; lineæ LM NO non erunt inter se paral-
lelæ, sed ex parte LN interse conuenient. Itaque producantur, & con-
currant in X. Præterea quoniam ostensum est IT LN interse æquales
7. quinti. esse, habebit MO ad LN proportionem eandem, quam habet ad IT. sed
11. quinti. MA ad AI est, vt MO ad IT; ergo MA ad AI est, vt MO ad LN. ob

similitudinem autem triangulorum XMO XLN, ita est MX ad XL, vt 4. *sexti.*
MO ad LN; & vt MO ad LN, ita est MA ad AI; erit igitur MX ad 11. *quinti.*
XL, vt MA ad AI. Eodemq; prorsus modo demonstrabitur MQ ad IV ita esse, vt MA ad AI; esseq; IV LP interse æquales; quod fiet, si iungeretur PV, quæ in sectione HI lineam FG ostenderet. quare sicut MQ ad LP, ita est MA ad AI. Cùm itaque sit MX ad XL, vt MA ad AI, erit MQ ad LP, vt MX ad XL. sunt verò MQ LP paral- 11. *quinti.*
lelæ; ergo ducta PX, erit QPX recta linea. si igitur producatur PQ ex 22. *huius.*
P, lineis OX MX occurret in X. & ita si plures essent datæ lineæ parallelæ, omnes in X secundùm apparentiam concurrere ostendetur. At verò connectatur AX. quoniam igitur ita est MA ad AI, vt MX ad XL. erit diuidendo MI ad IA, vt ML ad LX. quare linea LI est 17. *quinti.*
ipsi AX parallela; sed LI ipsis BC DE FG æquidistans ostensa est; erit 2. *sexti.*
igitur AX ipsis BC DE FG parallela; ac per consequens subiecto plano SBC æquidistans. ex quo patet punctum X æquealtum esse supra subiectum planum, vt oculus A. in punctumq; X apparentes lineas ML ON QP in sectione concurrere. quod demonstrare oportebat.

Assumpsimus in demonstratione, punctum R esse inter puncta SK, quòd si acciderit punctum K esse inter puncta SR; tunc ducatur non à puncto H, sed à puncto K linea datis lineis BC DE FG æquidistans; cæteraq; eodem prorsus modo ad alteram partem euenient; eademq; demonstratione ostendentur.

Quod autem hoc theoremate demonstrauimus, aliter quoque, faciliùsq; in sequenti, non solùm in sectione subiecto plano erecta, verùm etiam in sectione subiecto plano inclinata idem pariter contingere ostendemus.

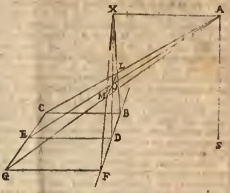
THEOREMA PROPOSITIO. XXIX.

Si oculus quotcunque parallelas videat lineas in subiecto plano existentes, quæ non sint sectionis lineæ parallelæ; sectio autem sit quomodocunque sita; lineæ in sectione apparentes in vnum, & idem punctum conuenient, supra subiectum planum æquealtum, vt oculus.

Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS. lineæ verò in subiecto plano parallelæ sint BC DE FG; quę quidem, cùm non sint sectionis lineæ (quæ sit BF) parallelæ, cum ipsa concurrent, vt in punctis BDF. sitq; sectio BFX. lineæ autem apparentes, quæ scilicet in sectione ostendunt lineas BC DE FG, sint BL DO FM. Dico primùm BL DO FM in vnum, & idem punctum concurrere. Fiant lineæ BC DE FG interse æquales; iunganturq; CE EG; erit vtique 33. *primi.*
CE ipsi BD æqualis, & æquidistans; veluti EG ipsi DF. quòd cùm sit

BDF

BDF recta linea, erit & CEG recta linea. Sint visuales radij CLA EOA GMA, qui sectionem secent in punctis LOM; ita vt puncta LOM in sectione ostendant pūcta CEG. & quoniam puncta BDF in ipsa sunt sectione, in ijsdēmet quoque punctis in sectione apparebūt. Iungantur LO OM. & quoniam punctum L in sectione ostendit punctum C, O autem ipsum E, & M ipsum G; linea LO in sectione ipsam CE, & OM ipsam EG

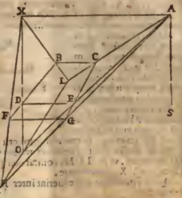


ostendet. sed CEG est recta linea, & sectionis lineæ BF ęquidistans; er-
25. huius. go LOM est recta linea, & ipsis CG BF ęquidistans. Itaque quoniam
LO est ipsi CE ęquidistans; erit ob similitudinem triangulorum ACE
4. sexti, ALO, vt CA ad AL, ita CE ad LO. est autem in hoc casu CA
maior, quàm AL; ergo & CE maior est, quàm LO. Cùm autem
sit BD ipsi CE ęqualis; erit BD maior, quàm LO; & quoniam BD
LO sunt interse parallelæ, lineæ BL DO ex parte LO interse conue-
nient. itaque concurrant in X. At verò quoniam BD LO sunt paralle-
4. sexti. læ, erit ob similitudinem triangulorum BDX LOX vt BX ad XL, ita
7. quinti. BD ad LO. Cùmq; sit CE ipsi BD æqualis, eandem habebit pro-
portionem CE ad LO, quam BD ad LO. vt verò CE ad LO, ita est
Ex 11. quinti. CA ad AL, & vt BD ad LO, ita BX ad XL; erit igitur BX ad XL,
vt CA ad AL. eademq; ratione ostendetur ita esse CA ad AL, vt CG
ad LM. est verò BF æqualis ipsi CG; erit igitur BF ad LM, vt CA ad
AL. sed est CA ad AL, vt BX ad XL; ergo BF erit ad LM, vt BX ad
22. huius. XL; suntq; BF LM parallelæ; linea igitur FMX recta est. quare FM ex
M producta ipsis BX DX in idem punctum X occurret. & ita similiter
ostendetur, omnes alias si extiterint, in X concurrere. ex quibus primùm
patet lineas BL DO FM in vnum, & idem punctum X concurrere.

Dico autem insuper punctum X æquealtum esse supra subiectum pla-
num, sicut punctum A. connectatur AX. Quoniam enim ita est CA ad
17. quinti. AL, vt BX ad XL; erit diuidendo CL ad LA, vt BL ad LX. permutan-
18. quinti. doq; CL ad LB, vt AL ad LX. angulus verò BLC est ipsi XLA ęqua-
15 primi. lis, cùm sint ad verticem; ergo triangulum BLC triangulo XLA est simi-
6. sexti. le; ac propterea angulus XBC angulo BXA est æqualis. quare linea AX
est ipsi BC, & per consequens ipsis DE FG parallela; & ideo subiecto pla-
no æquidistans. ergo punctum X supra subiectum planum est æquealtum,
vt oculus A; quod demonstrare oportebat.

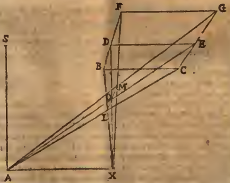
His demonstratis, quoniam secundùm positam propositionem varij possunt esse casus; vt omnia oculis subijciantur, primùm constat nos in demonstratione assumpsisse sectionem BXF inter parallelas lineas BC DE FG, & oculum existere; sicuti vt plurimùm fieri solet.

At verò si lineæ BC DE FG fuerint inter punctum S, & sectionem; li-



neas BL DO FM in sectione apparentes, infra verò subiectum planum per S, sectionisq; lineam BF transiens, existentes, ipsasq; BC DE FG repræsentantes, in idem punctum X concurrere similiter ostendetur. si enim eadem cõstruantur, primùm ostendetur LO in sectione ipsam CE ostendere, & OM ipsam EG, esseq; LOM ipsi CEG parallelam: quare ob similitudinem triangulorum LAO CAE erit LA ad AC, vt LO ad CE; est *Ex 4. sexti.* autem LA maior, quàm AC; erit igitur & LO maior, quàm CE; ac per consequens maior, quàm BD; est quippe BD ipsi CE æqualis, siquidem parallelogrammum est BCED; suntq; LO BD parallelæ; ergo lineæ LB OD interse conuenient, vt in X. At verò quoniam BD LO sunt parallelæ, erit ob similitudinem triangulorum LXO BXD, vt LX ad XB, ita LO ad BD. eandem autem habet proportionem LO ad CE, quam ad BD; vt autem LO ad CE, ita est LA ad AC; & vt LO *7. quinti.* ad BD, ita LX ad XB; erit igitur LA ad AC, vt LX ad XB. Eadem autem *Ex 11. quinti.* ratione ostendetur LM ad BF ita esse, vt LX ad XB. ergo iuncta MFX est recta linea. quare lineæ LB OD MF in punctum X concurrent. Quoniam *22. huius.* autem ita est LA ad AC, vt LX ad XB; erit diuidendo LC ad CA, sicut LB ad BX; & ob id AX est ipsi CB, ac per consequens ipsis DE FG, nec *2. sexti.* non subiecto plano æquidistans. ex quo patet punctum X esse æquealtum supra subiectum planum, vt oculus A. lineæ igitur LB OD MF in idem punctum X concurrent supra subiectum planum æquealtum, vt oculus A. quod etiam demonstrare oportebat.

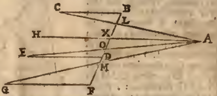
Cæterùm intelligere quoque possumus æquidistantes lineas BC DE FG in subiecto plano esse per S, & BF ducto; verùm oculum A infra subiectum planum existere altitudine AS. in hoc quoque casu exponantur eadẽ, eodemq; prorsus modo, vt in primo casu ostẽdetur lineas BL DO FM in sectione apparentes in punctum X con-



currere.

currere. quod erit æqualtum ſupra ſubiectum planum per S, & BF ductum, vt eſt A. figura enim eadem prorſus eſt, ſed inuerſa.

Quòd ſi lineæ BC DE FG fuerint inter ſectionem, & punctum S, idem vt in ſecundo caſu demonſtrabitur.



Porrò in omnibus caſibus ſupra poſitis, ſemper ſubiectum planum fuit, vel infra oculum, vel ſupra; quòd ſi neque infra, neque ſupra oculum, ſed vt oculus æquealtum conſtituatur, tũc oculus erit ĩ ſubiecto plano, in quo etiã ſectionis linea BF reperitur, in qua nimirum erit punctum X, in quod lineæ concurrunt. ductis enim viſualibus radijs CLA EOA GMA, qui lineam BF ſecabunt, vt in LOM; conſtat dici poſſe BL DO FM in idem punctum, putà X, concurrere.

Quòd ſi parallelæ lineæ fuerint inter BF, & punctum A, idem prorſus continget.

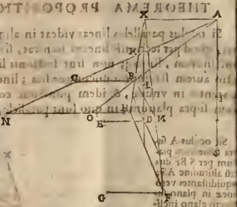
Si verò caſu euenerit, vt linearum aliqua ſitum habeat, vt HX, quæ quidem producta oculo A occurrat; id, quod in ſectione oſtendet lineam HX, erit punctum X. Cùm enim recta ſit linea HXA, à quolibet puncto in linea HX exiſtente ducatur viſualis radius, ſemper per idem punctum X tranſibit.

Ex quibus omnibus patet, ſi æquidiſtantes lineæ partim fuerint inter ſectionem, & oculum, partim verò fuerit ſectio inter lineas, & oculum; lineas in ſectione apparentes ſemper in vnum, & idem punctum concurrere ſupra ſubiectum planum æquealtum, vt eſt oculus.

THEOREMA PROPOSITIO. XXX.

Si oculus parellelas lineas videat, partim in ſubiecto plano, partim verò extra exiſtentes, quæ quidem non ſint ſectioni parallelæ; lineæ in ſectione apparentes in vnum, & idem punctum concurrent, ſupra ſubiectum planum æquealtum, vt oculus.

Sit oculus A, cuius ſupra ſubiectum planum altitudo ſit AS; in quo ſectionis linea ſit FH; ſectioq; ſit FXH: ſint æquidiſtantes lineæ BC DE FG partim in ſubiecto plano, vt FG, partim verò extra, vt BC DE. quæ quidem, cùm non ſint ſectioni FXH parallelæ, cum ipſa conueniant in punctis BDF. lineæ verò, quæ in ſectione apparent, ſint BK DL FM. Dico has in vnum, & idem punctum concurrere æquealtum ſupra ſubiectum planum, vt A. ſit primùm oculus A ſupra ſubiectum planum al-



rior, quàm lineæ BC DE; vndè visuales radij CKA BA producti subiecto plano, vt in punctis ON, occurrent. Itaque iungatur NO, quæ producatur vsque ad sectionis lineam in H; connectaturque HB. Quoniam igitur BC, est ipsi FG æquidistans, quæ quidem FG est in subiecto plano; erit & BC subiecto plano æquidistans. si igitur intelligatur planũ per BC ductum subiecto plano æquidistans; lineæ ACN ABO in casdem rationes secabuntur; ac propterea erit AC ad CN, vt AB ad BO. 7. vndecimi. quare NO est ipsi BC æquidistans. Vnde sequitur NH ipsi FG æquidistantem esse; ambasq; in subiecto plano existere. 2. sexti. Quoniam autem OBA NKA sunt visuales radij, punctum O in sectione apparebit, vbi B, N 9. vndecimi. verò vbi K; sed punctum H est in ipsa sectione, ergo linea HON apparet in linea HBK. quòd cùm sit HON recta linea; erit & HBK recta linea, vt initio diximus. At verò quia lineæ HK FM in sectione ostendunt lineas HN FG in subiecto plano existentes, quæ nimirum interse se parallelæ sunt; concurrent HK FM in vnum punctum, puta X, æquealtum supra subiectum planum, vt A; atqui BK est pars lineæ HK; linea igitur Ex præcedenti. BK, quæ in sectione ostendit ipsam BC, in idem punctum X concurret. similiter ostendetur DL in idem punctum X conuenire. Quapropter lineæ BK DL FM in vnum, & idem punctum X concurrunt; quod quidem est æquealtum supra subiectum planum, vt oculus A. quod demonstrare oportebat.

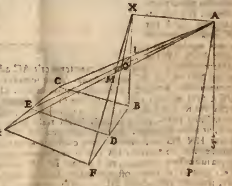
Hæc verò non est prætereundum, quòd si ducatur BM ipsi FH æquidistans, erunt BC BM ipsis FG FH æquidistantes; quare planum per BC BM ductum, erit subiecto plano per FG FH transeunti æquidistans; pla- 15. vndecimi. num autem per BC, BM ductum intelligatur productum, ita vt linea AS secet in P; tunc intelligi poterit hoc planum per P & MB ductum; esse subiectum planum, in quo linea BM erit sectionis linea; punctum autem P erit punctum distantiæ; AP verò altitudo oculi supra hoc subiectum planum; eritq; punctum X (in quo lineæ concurrunt) supra hoc planum æquealtum, vt oculus A. Quod idem fieri potest puncto D; & alijs quibuscunque; ex quibus ostendi potest lineas BC DE FG in idem punctum X concurrere.

In demonstratione assumpsimus æquidistantes lineas omnes infra oculum existere; quòd si fuerint etiam supra oculum, vt in præcedenti in casu simili, intelligeretur subiectum planum esse supra oculum; eademq; ratione, vt dictum est, ostendetur lineas in punctum concurrere, quod est æquealtum, vt A.

Idē quoque ostēdetur accidere, si parallelæ lineæ fuerint inter sectionē, & oculum, ac partim supra, partimq; infra extiterint. & ita in alijs casibus.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXI.

Si oculus parallelas lineas videat in aliquo plano existentes, quod per sectionis lineam transeat, sitq; subiecto plano inclinatum, lineæq; non sint sectionis lineę parellelę, sectio autem sit quomodocunque sita; lineę in sectione apparentes in vnum, & idem punctum concurrent ęquealtum supra planum, in quo sunt parallelę, vt oculus.



Sit oculus A supra subiectum planum per S BF ductũ altitudine AS; æquidistantes verò lineæ in plano subiecto plano inclinato, ac per sectionis lineam ducto existentes sint BC DE FG, quæ quidem non sint sectionis lineæ BF æquidistantes, vnde cum ipsa conueniant in BDF. sitq; sectio BXF quomodocunque sita, in qua sint lineæ BL DO FM apparentes. Dico BL LO FM in vnum, & idem punctum concurrere æquealtum supra planum per BC DE FG ductum, veluti est punctum A. sint visuales radij CLA EOA GMA. Fiant autem BC DE FG æquales; iungaturq; CEG. Deinde intelligatur planum per BC DE FG ductum, cui ab A perpendicularis ducatur AP. si igitur intelligatur planum per P, & BF ductum, esse subiectum planum, in quo lineæ BC DE FG reperiuntur; porrò AP erit oculi A altitudo supra hoc planum. Quare ex vigesima octaua, & vigesima nona huius propositionibus manifestum est BL DO FM in idem punctum X concurrere, esseq; punctum X supra planum æquealtum, vt A. quod demonstrare oportebat.

Quod idem in omnibus alijs casibus contingere ostendetur similiter.

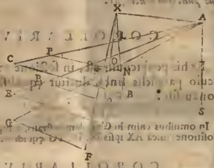
Si verò (ijsdem positis) æquidistantes lineæ non fuerint in eodem plano; lineæ in sectione apparentes in idem punctum X concurrere, similiter vt in præcedenti ostendetur.

Caterùm ea omnia, quæ in his quatuor proximis therorematibus demonstrata sunt, aliter, vnicaq; demonstratione perstringemus in hunc modum.

THOREMA PROPOSITIO. XXXII.

Si oculus ęquidiſtantes videat lineas, quæ cum ſectione conuenire poſſint, lineę in ſectione apparentes in vnum punctum concurrent ęquealtum ſupra planum lineis parallelis ęquidiſtans, vt oculus.

Sit A oculus; cuius AS ſit altitudo ſupra planum lineis parallelis BC DE FG parallelum, quę quidem lineæ ſint primùm in eodem plano, quæ cum ſectione BXF conueniant in punctis BDF. Dico lineas in ſectione apparentes in vnum punctum concurrere æquealtum ſupra planum, in quo ſunt parallelæ, vt oculus A. Ducatur à puncto A linea AX æquidiſtans ipſis BC DE FG, ſitq; punctum X in ſectione. connectanturq; BX DX FX, & AC AE AG. Quoniam enim AX BC ſunt parallelæ, erunt lineæ XB AC ipſas coniungentes in eodē plano, in quo ſunt AX BC. quare viſualis radius CA ſecat ipſam BX. itaque ſecet in L. ſimiliter oſtendetur EA ipſam DX diſpeſcere, vt in O: GA verò ipſam FX in M. Quoniam igitur puncta BX ſunt in ſectione, erit etiam linea BX in ſectione; vndè BC in ſectione apparebit in BL. pariq; ratione DE apparebit in DO, GF verò in FM. & quoniam BL DO FM ſunt in lineis BX DX FX; erunt BL DO FM in lineis, quæ in vnum punctum concurrunt. quia verò AX eſt ipſis BC DE FG parallela; erit AX plano per parallelas tranſeunti æquidiſtans. quare punctum X eſt ſupra planum, in quo ſunt parallelæ, æquealtum, vt oculus A. lineæ igitur BL DO FM in vnum punctum concurrunt ęquealtum ſupra planum, in quo ſunt parallelæ, vt oculus A. quod demonſtrare oportebat.



7. vndecimi.

Quòd ſi parallelæ lineæ ſint NP QR FG, quæ quidem non ſint omnes in eodem plano, lineas in ſectione apparentes in idem punctum X concurrere ſimiliter demonſtrabitur.

Apparentes enim lineæ ſunt NL QO FM, quæ in X concurrunt.

Eadem quoque omnibus alijs caſibus ſimiliter contingere oſtendetur.

Quoniam autem ſæpè in ſequentibus punctum nominare oportet, in quo lineæ in ſectione concurrunt, propterea huiuſmodi punctum, *putà X, nuncupabitur punctum concursus. quod est quidem intelligendum esse punctum concursus linearum BC DE FG & aliarum ipsis æquidistantium. Nam quamuis lineæ BL DO EM in X concurrant; parallelæ tamen lineæ BC DE FG sunt, quæ in sectione in X concurrere oculo apparent. Quod idem dicendum est de vna duntaxat linea. ita vt si data fuerit in figura sola linea, vt BC; erit vtique X punctum concursus lineæ BC. quia BC in sectione in X tendere videtur. Quòd si ipsi BC aliæ ducerentur lineæ parallelæ; idem punctum X erit similiter linearum omnium quoque punctum concursus.*

COROLLARIVM I.

Ex his perspicuum est, in sectione punctum, in quod ab oculo parallelis lineis ducitur æquidistans, esse punctum concursus.

In omnibus enim hucusq; demonstratis, nempe à vigesima octaua propositione, linea AX ipsis BC DE FG æquidistans existit.

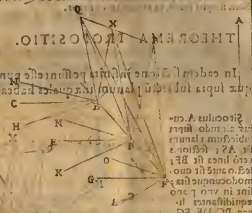
COROLLARIVM II.

Ex his quoque manifestum est, lineas, quæ in sectione parallelas, quæ cum sectione conuenire possint, repræsentant, omnes in vnum, & idem punctum concurrere.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXIII.

In eadem sectione infinita possunt esse puncta concursus supra subiectum planum æquealta.

Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS. sit sectionis linea BF. sectio autem sit quomodocunque sita, hoc est siue subiecto plano erecta, siue minùs. sintq; in subiecto plano parallelæ lineæ BC DE FG; deinde in eodem plano aliæ BH DK FL; denique aliæ adhuc BM DN FO in eodem existant subiecto plano, quæ quidem omnes cum sectionis linea conueniant in BDF punctis. in sectione autem punctum concursus linearum BC DE FG sit X; itidemq; concursus linearum BH DK FL sit punctum P; linearum verò BM DN FO pulierum concursus sit Q. Iungantur BX DX FX, BP DP. FP, BQ DQ FQ. ex dictis . n. BC DE FG in sectione apparent in lineis BX DX FX: lineæ verò BH DK FL in lineis apparent BP DP FP; atque lineæ BM DN FO in lineis apparent BQ DQ FQ. Cùmq; parallelæ lineæ sint omnes in subie



cto plano, erit vnumquodque punctũ P X Q punctum concursus supra subiectum planum ęqualtum, vt oculus, vt ex antea demonstratis perspicuum est. At verò quoniam infinitis modis esse possunt in subiecto plano lineæ parallelæ diuersimodè collocare; ergo in eadem sectione infinita quoque possunt esse puncta concursus supra subiectum planum æqualta. quod demonstrare oportebat.

COROLLARIVM I.

Ex hoc patet, si iungantur puncta PXQ, primum esse in recta linea; atque hanc sectionis lineę BF parallelam existere.

Cùm enim sint puncta PXQ supra subiectum planum æqualta, vt A, erunt puncta PXQ, & A in vno, & eodem plano, quod quidem erit subiecto plano æquidistans: vnde linea PXQ erit communis sectio plani per A, & PXQ transeuntis; & sectionis. ergo recta linea est PXQ. 3. vndecimi.
Cùmq; sit BF sectionis, subiectiq; plani communis sectio, erit linea PXQ ipsi BF æquidistans. 16. vndecimi.

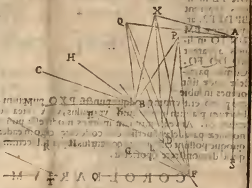
COROLLARIVM II.

Ex his quoque manifestum est, omnes parallelas lineas in subiecto plano existentes, & alias in subiecto plano non existentes, ipsisq; parallelas, habere punctum concursus in linea sectionis lineę parallela, & ab ipsa ita distante, vt oculi altitudo supra subiectum distat planum.

Omnia enim puncta concursus in linea PXQ existunt, producta scilicet, si opus fuerit, ex antea demonstratis.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXIIII.

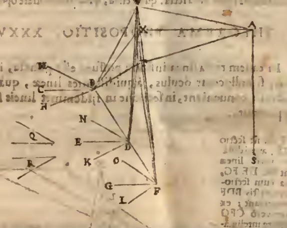
In eadem sectione infinita possunt esse puncta concursus, quæ supra subiectũ planum inæquales habeant altitudines.



Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS; sectionis verò linea sit BF; sectio autẽ sit quomodocunque sita: sint in vno plano æquidistantes lineę BC DE FG, quod quidem planum ad subiectum planum sit inclinatum in angulo R; similiter BH DK FL sint in altero plano æquidistantes, quod ad subiectum planum inclinationem habeat anguli T; parallelæ verò lineæ BM DN FO sint in subiecto plano; omnesq; præfatę lineæ cum sectionis linea conueniant. Præterea BH BC BM non sint in vno, & eodem plano, veluti DK DE DN, & FL FG FO. in sectione autem sit punctum X concursus ipsarum BC DE FG; linearum verò BH DK FL punctum concursus sit Q; linearum autem BM DN FO sit punctum P. si igitur iungantur BX DX FX, BQ DQ FQ, BP DP FP, parallelæ lineæ BC DE FG in sectione apparebunt in BX DX FX; lineæ verò BH DK FL apparebunt in BQ DQ FQ; lineæ denique BM DN FO apparebunt in BP DP FP. Si igitur iungantur AX AQ AP, erit ex antea demonstratis AX ipsis BC DE FG æquidistans, AQ verò ipsis BH DK FL, & AP ipsis BM DN FO parallela. ęquidistantes verò lineæ in diuersis sunt planis diuersas subiecto plano inclinationes habentibus; ergo puncta XQP inęquales habebunt supra subiectum planum altitudines. At verò quoniam infinitis modis lineæ dari possunt parallelæ in planis diuersimodè collocatę, quæ quidem plana magis, minúsvè sint subiecto plano inclinata; infinita igitur possunt esse puncta concursus, quę supra subiectum planum inęquales habeant altitudines. quod demonstrare oportebat.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXV.

In eadem ſectione infinita eſſe poſſunt puncta concurſus in eadem recta linea exiſtentia, quæ ſupra ſubiectum planum inęquales altitudines habeant.



Sit A oculus, cuius altitudo ſupra ſubiectum planum ſit AS; ſitq́; ſectionis linea BF, Primùmq́; ſint parallelæ lineæ in ſubiecto plano BC DE FG; aliæ deinde ſint lineæ parallelæ BH DK FL, quæ in vno ſint plano, quod tamen ſit ſub ſubiecto plano inclinatum in angulo R. prætetea aliæ adhuc ſint parallelæ lineæ BM DN FO in vno plano exiſtentes, quod quidem planum ſit ſupra ſubiectum planum inclinatum in angulo Q. hæ autem omnes lineæ cum ſectionis linea conueniant in BDF punctis, ſint præterea BC BH BM in vno, & eodem plano; vnde & DE DK DN in vno, & FG FL FO in altero plano exiſtẽt; eruntq́; tria hæc plana interſe parallela. Sit punctum X punctum concurſus, linearum ſcilicet BC DE FG, quæ ſanè in ſectione in BX DX FX appareant. Sit autem punctum T punctum concurſus linearum BH DK FL; atque punctum V ſit punctum concurſus linearum BM DN FO; ita vt BH DK FL in ſectione appareant in BT DT FT; lineæ verò BM DN FO in BV DV FV appareant. Si itaque iungantur AT AX AV, erit AT ipſis BH DK FL æquidiſtans; AX verò erit ipſis BC DE FG parallela, & AV ipſis BM DN FO æquidiſtans. quare erunt AT AX AV ipſis BH BC BM æquidiſtantes; planum igitur per AT AX tranſiens eſt plano per BH BC tranſeunti æquidiſtans. ſimiliterq́; planum per AX AV tranſiens erit plano per BC BM tranſeunti æquidiſtans; tres verò lineæ BH BC BM in vno ſunt plano; ergo & AT AX AV in vno plano exiſtunt.

Ex 15. vndecimi.

Ex 32. huius.

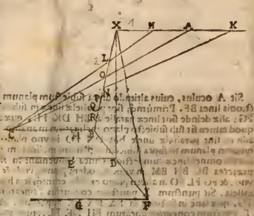
15. vndecimi.

Quoniam

Quonjam autem puncta TXV sunt in sectione, & sunt in plano ATV, erit ducta TXV communis sectio plani ATV, ac sectionis. ex quibus patet puncta XTV concursus in eadem esse recta linea TXV; eritq; T su-
31. huius. pra planum BH DK FL æquealtum, vt est oculus A; X verò erit supra subiectum planum æquealtum, vt A; eritq; V supra planum per BM DN FO ductum æquealtum, vt A: ex quibus sequitur puncta TXV supra subiectum planum diuersas habere altitudines. At verò quoniam in ijsdem planis per parallelas lineas BM BC BH, DN DE DK, FO FG FL transeuntibus infinitæ possunt duci lineæ parallelæ, quæ cum subiecto plano diuersas semper inclinationes efficiant: infinita ergo possunt esse quoque puncta concursus inequales altitudines habentia, quæ quidem in eadem semper erunt linea recta. quod est id, quod demonstrare oportebat.

THEOREMA PROPOSITIO. XXXVI.

In eadem recta linea infinita possunt esse puncta, in quibus, si collocetur oculus, æquidistantes lineæ, quæ cum sectione conueniant, in sectione in ijsdemmet lineis semper appareant.



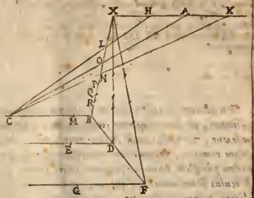
Data sit sectio BXF; æquidistantes verò lineæ sint BC DE FG, quæ cum sectione in punctis BDF conueniant; ex parte verò CEG infinite intelligantur. Ponatur oculus vbicunque in A: in sectione autem sit X punctum concursus, ita vt BC DE FG in sectione appareant in BX DX FX; si igitur iungatur XA, erit AX ipsis BC DE FG
Ex 32. huius. æquidistans. producatur autem XA ex parte A in infinitum. Dico parallelas lineas BC DE FG, vbicunque ponatur oculus in linea XA, in sectione semper apparere in ijsdem lineis BX DX FX, quod quidem perspicuum est. Nam si oculus ponatur vt in H, idem punctum X erit punctum concursus, veluti si ponatur etiam oculus in K; linea enim ducta XHAK, semper est ipsis BC DE FG æquidistans (est enim semper eadem linea) quare siue oculus fuerit in H, siue in A, siue in K, lineæ BC DE FG in sectione semper in lineis BX DX FX apparebunt. Itaque quoniam in linea XK infinita

possunt esse puncta, in quibus oculus esse potest, ita vt ducta linea ab oculo ad X semper sit ipsis BC DE FG æquidistans, ergo in infinitis punctis lineæ XK potest collocari oculus, & idem punctum X in sectione punctum concursus semper existet. Quare infinita puncta in eadem linea existunt, in quibus oculus collocari potest, lineæq; BC DE FG in sectione in iisdemmet lineis BX DX FX semper apparent: quod demonstrare oportebat.

Paradoxum fortasse vedebitur problema propositum, est tamen verissimum, & demonstratione confirmatum. quamuis fieri non posse videatur, vt oculus modò sectioni propinquiùs, modò à sectione non solùm remotiùs, verùm etiam remotissimus, collocatus sit; & tamen eadem parallelæ lineæ in iisdemmet lineis semper appareant. Nam si oculus situm mutat, id quoque, quod in sectione apparet, manente obiecto, manenteq; sectione, situm apparitionis in sectione mutare oportet. Attamen ex demonstratione perspicuum est lineam BC etiam infinitè productam, vbicunque fuerit oculus in linea XA, semper in BX apparere. Huiusmodi autem apparens repugnantia facilè hoc pacto conciliari poterit.

Iisdem namque positis, sumatur in linea BC quoduis punctum C. Ducanturque CH CA CK, quæ lineam XB secent in LON. secabunt enim, quia ostensum est, lineam BC in BX semper apparere. præterea quia XB coniungit parallelas lineas XK BC; erunt KX XB BC in vno, & eodem plano. quare CH CA CK lineam BX dispescent. Itaque existente oculo in H, linea BC apparebit in BL; existente verò oculo in A, apparebit BC in BO; oculo verò in K, BC apparebit in BN. Quare dum oculus situm mutat, id etiam, quod in sectione apparet, situm quoque mutat. cùm BC, modò in BL, modò in BO, modò in BN, prout oculus vel in H, vel in A, vel in K reperitur, appareat. Punctum autem B situm non mutat, quia in ipsa existit sectione. At verò problema quoque propositum verissimum est; nam BC (vt dictum est) vbicunque sit oculus in linea XK, semper apparet in linea BX. Quocirca ad apparentis repugnantiæ concilium, lineam BC, dum apparet in sectione, & situm mutare, & situm non mutare intelligi potest. primùm quidem si linea ex C infinita intelligatur, situm non mutet, ipsius verò partes mutent; etenim vt infinita semper apparet in BX, partes verò non semper apparent in eodem situ. Nam punctum C in sectione situm mutat, cùm modò in L, modò in O, modò in N appareat. quod idem accidet, sumpto quouis alio puncto, vt M, quod & in P, & in Q, & in R apparere potest; dum scilicet oculus vel in H, vel in A, vel in K extiterit. Vnde linea MC. 7. vndecimi.

quæ est portio lineæ, modò in LP, modò in OQ, modò in NR apparebit. & hoc non solùm cuilibet portioni contingit, verùm etiam cuilibet pũcto; quod quidem, dum oculus situm mutat, & ipsum quoque mutabit situm; cùm punctum C in LON, & M in PQR appareat. & ita in omnibus alijs, præter B, quod in sectione reperitur. Deinde dici



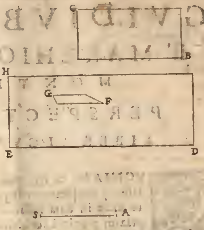
quoque poterit, quòd terminata linea BC, quamuis dum oculus, vel in H, vel in A K reperitur, situm mutat, cùm modò appareat in BL, modò in BO BN, tamen verùm est quoque asserere terminatam lineam BC semper apparere in BX.

PRIMI LIBRI FINIS.

GVIDIVBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS PERSPECTIVAE LIBER SECVNDVS.

QVONIAM ex ijs, quæ dicta sunt, satis (ni fallor) perspicuum esse potest, quomodo datæ lineæ in data sectione appareant, iam ad praxim proximè accedere poterimus; cùm præsertim ex theorematibus propositis, tanquam ab exuberanti, & fœcunda propagine multæ, ac variæ spectabilium praxes germinare, ac prodire facilè possint. in quo negotio absoluendo, non mediocri opus est industria, dum in vno, eodemq; plano duæ occurrunt describendæ figuræ, quarum altera obiectum ostendat, altera verò in sectione obiectum repræsentet; ita vt, aliquando planum nobis pro subiecto plano, aliquando autem (vt continget,) idem planum nobis pro sectione deseruiat. exempli gratia.

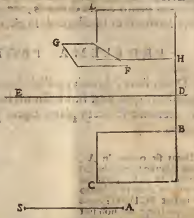
Sit obiectum, siue figura visa BC, quæ intelligatur in subiecto plano; in quo sit sectionis linea DE; in eodemq; plano sit punctum S punctum distantiæ, in quod nempe cadit perpendicularis ab oculo in subiectum planum; oculi verò altitudo supra punctum S sit quantitas SA. Intelligatur autem super DE sectionem subiecto plano erectam esse debere. His ita constitutis, oportet in hoc eodem plano describere figuram, quæ sit æqualis ei (immo sit eadem) quæ in sectione apparet, veluti FG; ita scilicet, vt si sectio fuerit DH, eadem DH in subiecto plano prostrata, & in eodemmet subiecto plano esse intelligatur, in qua describenda est figura FG, quæ ipsam BC tali artificio repræ-



ſentet, ac ſi ſectio eſſet ſubiecto plano erecta. Vtnimirum, ſi manente DE, intelligatur DH vnà cum FG conuerti, donec fiat ſubiecto plano erecta; intelligaturque manente puncto S, linea SA ſimiliter ſubiecto plano erecta; & in A intelligatur oculus. tunc itaque oculus A aſpiciens figuram BC, ipſa BC figura in ſectione appareat, vt FG. atque ita in eodem plano, & obiectum, & figura in ſectione apparens deſcripta erit; vt in ſequentibus praxibus multis modis poſſe fieri perſpicuum erit.

Cæterùm hîc animaduertendum occurrit, quòd in praxibus conficiendis multas, ac penè infinitas quandoq; lineas ducere oportet, ita vt lineæ quodammodo interſe implicari videantur; vnde ad aliquas huiuſmodi tricas euitandas, praxes quandoq; altero modo conſtruere non erit inutile; nempe, vt obiectum, figuraque apparens in diuerſas partes deſcripta proueniant; veluti hoc modo; mutato ſcilicet ſitu obiecti, vt in altera figura, in qua ſit ſimiliter FG figura in ſectione apparens, obiectum verò ſit BC, ita vt ſectionis linea DE habeat obiectum ad vnam partem, figuram verò apparentem ad aliam. vbi conſiderandum eſt, quando ſectio vnà cum figura FG intelligitur ſubiecto plano erecta, veluti etiam AS eidem plano perpendicularis, quòd tunc figura FG non oſtendit, neque repræſentat obiectum BC oculo in A ſupra S exiſtenti, hoc enim efficere non poteſt, vt perſpicuum eſt. Quare, vt concipiamus, quomodo FG obiectum repræſentat, intelligendum eſt obiectum BC in altera ſectionis parte eſſe, vt in HL;

conuerso tamen modo descriptum, quàm sit BC; vt scilicet iunctis punctis BH, sit hæc linea BH ipsi DE perpendicularis, duæq; lineæ BD DH interse sint æquales; sitq; punctum H loco puncti B, punctum verò L pro C, & ita in alijs. atque hoc modo si intelligatur sectio super lineaDE subiecto plano erecta, in qua sit apparens figura FG, tunc figura FG intelligenda est ostendere non obiectum BC, sed ipsum HL, oculo supra S existenti altitudine SA; quamuis in inuenienda figura FG non sit opus figura HL; vt suis locis manifestum fiet.



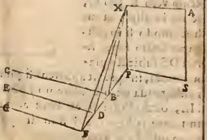
Ex hac constructione hoc nobis commodi continget, quòd cùm in praxibus (vt inueniatur figura FG) multas oporteat ducere lineas à figura BC ad sectionis lineam DE, deinde alias multas à sectionis linea DE ad partem FG (eòq; magis, quò obiectum pluribus constaret angulis) existente BC ad vnam, & FG ad alteram partem ipsius lineæ DE, præfatę lineę interse minùs implicabuntur, quàm si obiectum fuerit in HL ad eandem partem FG. lineę enim, quas ab HL ad DE, & à DE ad FG ducere oportet, sępè sępiùs sibi inuicem occurrent, apparensq; figura cum obiecto similiter conuenire sępe continget. vnde non sine aliqua confusione operari potest; nisi forte, dum fit operatio, multę lineę ex vno in alium locum ad euitandam confusionem transferantur, vt fieri sępè solet. Quoniam autem varijs regulis obiectum in sectione reprę̨sentari potest, propterea in praxibus conficiendis (quamuis non in omnibus) vtroque modo vti quis poterit, prout vnicuique magis placuerit, opportunumq; ue magis visum fuerit. & quæ de sectione

subiecto

ſubiecto plano erecta diximus, de inclinata quoque, ac de alijs ſectionibus intelligendum eſt. vt in ſequentibus patebit.

PROBLEMA PROPOSITIO. I.

Oculo dato, datisq; parallelis lineis in ſubiecto plano exiſtentibus, quæ non ſint ſectionis lineæ parallelæ, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta punctum concurſus inuenire.



Datus ſit oculus in A; cuius altitudo ſupra ſubiectũ planum ſit AS; parallelæ verò lineæ datæ in ſubiecto plano ſint BC DE FG, quæ ſectionis lineæ BF non ſint parallelæ: ſectio autem intelligatur ſubiecto planó erecta. oportet in ſectione punctum concurſus inuenire. Primùm enim cùm equidiſtantes datæ lineæ non ſint ſectionis lineæ parallelæ, cũ ipſa conuenient, vt in punctis BDF. ſi igitur à pũcto S ipſis BC DE FG ducatur in ſubiecto plano equidiſtans SP, hæc ſectionis lineæ BF occurret quoque, vt in P; inuentoq; puncto P. ab ipſo in ſectione ipſi FP agatur perpendicularis PX, quæ fiat equalis ipſi AS. Dico punctum X eſſe punctum concurſus, ita vt BC DE FG in ſectione appareant in ductis lineis BX DX FX: iungatur AX. Quoniam igitur XP eſt in ſectione, quæ eſt ſubiecto plano erecta, & FP eſt horum planorum ſectio communis, cui perpendicularis eſt XP; erit XP ſubiecto plano erecta; ſed & AS ſubiecto plano erecta exiſtit; lineæ igitur AS XP ſunt parallelæ, quæ, cùm ſint etiam equales, ſequetur, quòd AX ipſi SP, ac per conſequens ipſis BC DE FG erit parallela. ergo X eſt punctum concurſus. quod facere oportebat.

Ex 38. vndecimi. 6. vndecimi. Ex 9. vndecimi. 1. cor. 32. primi huius.

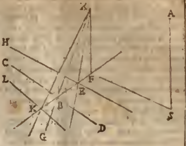
Idem quoque ſimiliter inuenietur, ſi data tantùm fuerit linea, vt BC.

Eadem vero prorſus ratio eſt. ſi oculus fuerit infra ſubiectum planum; veluti ſi parallelæ datæ lineæ inter ſectionem, & punctum S extiterint.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Oculo dato, dataq; linea in ſubiecto plano infinita, quę non ſit ſectionis lineę parallela, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta lineam apparentem deſcribere.

Datus ſit oculus in A; cuius altitudo ſupra ſubiectum planum ſit AS; dataq; ſit ſectionis linea BF: ſectio autem ſupra ſubiectum planum per S,



& BF transiens intelligatur erecta; sit in subiecto plano data linea infinita DC, quæ, cùm non sit ipsi BF parallela, ipsam secabit, vt in B, oportet in sectione lineam describere, quę ostendat lineam DBC, quemadmodum scilicet in sectione apparet. Inueniatur in sectione punctum X, quod sit punctum concursus lineę DBC, quod quidem fiet, si ducatur SF ipsi DC parallela; & in erecta sectione ducatur FX ipsi BF perdendicularis; fiatq; FX ipsi AS ęqualis. *Ex praecedenti.* Cùm itaque punctum X sit punctum concursus, ducatur XBG, quæ ex parte G infinita intelligatur; linea vtique XBG in sectione lineam DBC repręsentabit, quemadmodum scilicet in sectione apparet, ita vt pars BX, quæ est supra subiectum planum, ostendat datam lineam ad partem BC; *Ex 29.32. primi huius.* pars verò BG, quæ infra subiectum planum existit, lineam ad partem BD repręsentabit. & quamuis linea BC ex C intelligatur infinita, semper tamen in linea BX apparebit. non quòd oporteat producere lineam BX ex parte X; propterea quod si in infinita linea BC quodlibet sumatur punctum, apparebit hoc semper inter puncta BX, ita vt neque in ipso X apparere possit. punctum enim quod in X apparet, oportet, vt sit in recta linea per puncta AX ducta, quæ, quoniam esset ipsi DC ęquidistans, nullum punctum lineę BC cum ducta linea AX conuenire potest. *1. cor. 32. primi huius.* ergo patet nullum punctum lineæ BC (etiam si in infinitum producta intelligatur) apparere posse in X. sed inter XB. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet, si datæ fuerint parallelę lineę BC EH KL, ductis lineis XE XK, lineas KX BX EX ipsas KL BC EH in sectione ostendere.

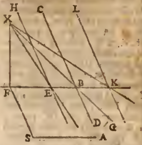
Lineę enim KX BX EX parallelas lineas ostendentes in idem punctum concursus, putà X concurrere necesse est. ex vigesima octaua, vigesima nona, & trigesima secunda propositionibus primi huius.

P R A X I S.

Sit punctum S, vbi ab oculo in subiectum planum cadit perpendicularis. hoc est sit S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur quantitas SA. Data sit sectionis linea BF. dataq; sit in subiecto plano linea DBC infinita, quæ lineam BF secet in B. planum itaque, in quo sunt lineę BF DBC, & punctum S, primùm accipiatur pro subiecto plano. in quo ducatur à puncto S ipsi DBC æquidistans SF. His ita constitutis, inuentisq; punctis BF, quæ in subiecto plano sunt, & in sectione; cùm sit

BF,

BF, & sectionis, & subiecti plani communis sectio. nunc accipiatur planum pro sectione. idem enim præstabit nobis subiectum planum, ac si esset sectio erecta; eodem namque modo in vtroque plano à punctis in linea BF existentibus, easdem ducere possumus lineas, & easdem absoluere praxes. quare in hoc eodem plano, tanquam in sectione à puncto F ducatur FX ipsi BF perpendicularis; fiatq; FX æqualis datæ oculi altitudini SA; ducaturq; XBG: ostendet vtique linea XBG in sectione ipsam DBC, quemadmodum scilicet in sectione apparet. & pars BX ipsam BC, pars verò BG ipsam BD repræsentabit. quod sanè perspicuum fiet, si, manente BF, intelligatur sectio, in qua sunt lineæ XF XBG subiecto plano erecta, veluti quoque manente puncto S, erecta supra idem planum intelligatur AS; oculusq; sit in A collocatus; hoc namque modo linea XBG lineam DBC repræsentabit. quod facere oportebat.



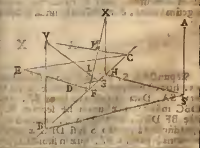
COROLLARIVM.

Ex dictis constat, si fuerint datæ parallelę lineę BC EH KL, iunctis XE XK, lineas KX BX EX lineas KL BC EH tanquam in sectione reprętentare.

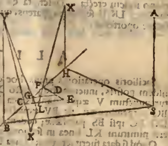
PROBLEMA PROPOSITIO III.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano linea terminata, quę cum sectionis linea conuenire possit, in proposita sectione subiecto plano erecta lineam apparentem describere.

Oculus datus sit in A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS; sit sectionis linea BC; data verò linea terminata sit DE, quæ cum sectionis linea BC conuenire possit. oportet in sectione subiecto plano erecta lineam apparentem describere. Producatur DE vsque ad sectionis lineam in F; à punctisq; DE vbicunque ducantur lineæ DG EC interse parallelæ, dummodo sectionis lineæ occurrãt,



vt in punctis GC. Inueniatur deinde punctum X, quod sit punctum concursus ipsius FE. quod vtique fiet, ducta SH ipsi FE parallela, in sectioneq; ducta HX ipsi BC perpendiculari, & ipsi AS æquali. similiter inueniatur punctum V, quod sit punctum concursus linearum DG EC; ducta scilicet SB parallelis DG EC æquidistante, ductaq; BV in sectione ipsi BC perpendiculari, ipsiq; AS æquali. Deinde iungantur FX CV GV. Quoniam igitur ex præcedenti constat lineam FE in sectione apparere in FX; similiter lineam CE apparere in CV, lineam verò GD in GV; punctum igitur E, cùm sit in vtraque linea CE FE, apparebit in vtraque linea CV FX. quare vbi se inuicem secant, vt in K, punctum E apparebit. Ob eandemq; causam punctum D, cùm sit in lineis GD FD, apparebit, vbi lineæ GV FX sese dispescunt, vt in L. ex quibus sequitur terminatam lineam DE in sectione apparere in LK, quod facere oportebat. *Ex præcedentibus.*



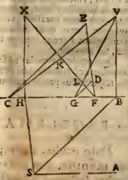
Quòd si data linea DE fuerit inter BC, & punctum S, eodem modo in sectione inuenietur apparens linea LK infra subiectum planum.

Ex quibus si data linea partim ad vnam, partimq; ad alteram partem sectionis extiterit, similiter inuenietur apparens linea, quæ partim supra, partim infra subiectum planum existet.

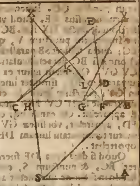
Si verò altitudo oculi fuerit infra subiectum planum, tunc figuræ intelligantur inuersæ, nempe voluantur, ita vt, quæ sunt supra, reperiantur infra; omniaq; similiter inuenta erunt.

P R A X I S.

Sit S punctum distantiæ, vbi scilicet ab oculo in subiectum planum cadit perpendicularis; oculi verò altitudo intelligatur SA; sitq; sectionis linea BC. data verò linea terminata sit DE. Itaque intelligatur nunc planum pro subiecto plano, producaturq; DE vsque ad sectionis lineam in F, & à punctis DE quocunque ducantur lineæ DG EC interse parallelæ, quæ quidem, & ipsæ cum BC conueniant in punctis GC; à puncto autem S ipsis DG EC parallela ducatur SB, ipsi verò FE parallela ducatur SH. inuentisq; nunc punctis BFGHC, quæ quidem in subiecto plano, & in sectione existunt (vt in præcedenti quoque diximus) nunc accipiatur planum pro sectione, ducanturq; ipsi BC perpendiculares BV HX, quæ fiant æquales ipsi AS, iungaturq; FX, ducan-



turq; GV CV, quæ ipsam FX secent in LK. Quoniam igitur punctum V est punctum concursus ipsarum DG EC, lineæ DG EC in GV CV apparebunt, vt in præcedenti dictum fuit. similiter cùm sit X punctum concursus ipsius FE, linea vtique FE apparebit in FX; Vnde sequitur punctum D in L, punctum verò E in K apparere, ac propterea erit LK linea in sectione apparens. Quod quidem manifestum est, si intelligatur sectio vnà cum lineis BV HX FX GV CV subiecto plano erecta, fueritque AS supra S subiecto plano itidem erecta. Descripta est igitur linea LK in sectione apparens. quod facere oportebat.



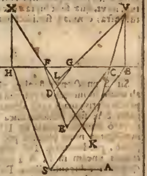
ALITER.

Facilioris operationis gratia hoc quoque modo fieri poterit, nempe iisdem positis, inuentoque puncto X, nunc primùm vbicunque sumatur punctum V æquidistans à linea BC: vt X; vt scilicet ducta VB ad BC perpendiculari, sit BV æqualis HX; iungaturque BS, ducanturq; DG EC ipsi BS parallelæ; eodemq; modo ducantur FX GLV CKV, erit nimirum KL linea in sectione apparens, quod facere oportebat.

Quòd si data fuerit terminata linea DE inter sectionis lineam, & punctum distantiæ, eodem modo in sectione inuenietur apparens linea LK, quæ erit tanquam infra subiectum planum.

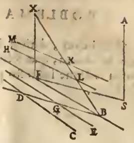
Ex quibus patet, quomodo inueniri possit linea in sectione apparens in omnibus casibus, vbicunque scilicet fuerit data linea in subiecto plano, dummodo non sit sectionis lineæ parallela, veluti si oculus quoque fuerit infra subiectum planum constitutus; erunt quippe eædem figuræ, sed inuersæ.

Quæ quidem omnia (ne sæpiùs eadem repetantur) considerari, fieriq; poterunt in sequentibus problematibus.



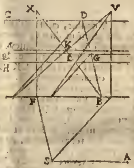
PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Dato oculo, datisq; quotcunque lineis in subiecto plano infinitis, quæ sectionis lineæ sint æquidistantes; in proposita sectione subiecto plano erecta lineas apparentes inuenire.



Sit rursus datus oculus A, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea BF; datæ verò lineæ quotcunque indeterminatæ sectionis lineæ BF parallelæ sint CD EG. oportet in sectione subiecto plano erecta lineas inuenire, quæ parallelas lineas repræsentent. sumatur vtcunque in BF punctum B. ducaturq; vndecumq; BGD, quæ parallelas lineas secet in punctis GD. Deinde in sectione inueniatur ex præcedenti apparens linea LK, quæ ipsam GD ostendat. & quoniam lineæ CD EG sunt sectionis lineæ BF parallelæ, lineæ, quæ in sectione ipsas EG CD ostendent, erunt ipsis EG CD, & BF parallelæ. Quare à punctis LK ducantur LH KM ipsi BF parallelæ, & ex vtraque parte infinitę, lineę igitur LH KM in sectione ostendunt lineas EG CD, ipsa nempè LH ipsam EG, KM verò ipsam CD, quod facere oportebat. 25. *primi huius.*

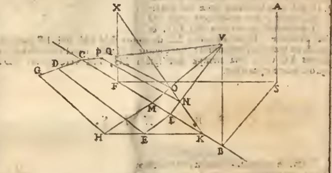
PRAXIS.



Primùm accipiatur planum pro subiecto plano, in quo sit punctum S, vbi cadit ab oculo in subiectum planum perpendicularis; hoc est sit S punctum distantiæ; oculi verò altitudo supra subiectum planum intelligatur AS; sintque in hoc plano quotcunque datæ lineæ ex vtraque parte infinitæ CD EG ipsi sectionis lineæ BF parallelæ. Sumatur in BF quoduis punctum B; ducaturq; vtcunque BGD, quę datas secet parallelas in punctis GD. Nunc verò intelligatur planum sectio, & ex præcedenti (inuentis punctis VX concursus) inueniatur in hoc plano, tanquam in sectione linea KL, quæ ostendat ipsam DG; à punctisq; KL ipsi BF parallelæ ducantur lineæ LH KM ex vtraque parte infinitæ; lineæ sanè KM LH in sectione ipsas CD EG repræsentabunt. lineaq; CD apparebit in KM; EG verò in LH. quod quidem perspicuum est, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, veluti quoque AS; oculusque intelligatur in A. hoc enim modo erunt KM LH lineæ in sectione apparentes. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOITIO. V.

Oculo dato, datisq; in subiecto plano quotcunque lineis terminatis, quæ sectionis lineæ sint parallelæ; in proposita sectione subiecto plano erecta lineas apparentes describere.

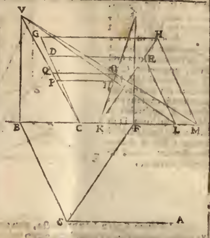


Sit A oculus, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea BC; datæ verò sint primùm duæ in subiecto plano lineę DE GH parallelę, quæ sint etiam ipsi BC ęquidistantes. oportet in sectione subiecto plano erecta lineas apparentes describere. Iungantur GD HE, quæ producantur vsque
3. huius. ad sectionis lineam in CK. Deinceps inueniatur linea NO, quæ in sectione ostendat ipsam EH. quod fiet, si ducantur vtcunque EL HM, quę ipsi BC occurrant. sed ob lineandi facilitatem, fiant EL HM ipsi CG
Ex præcedenti. parallelæ, inueniant urque puncta VX concursus, X scilicet ipsius KH, V verò ipsarum CG MH LE, ductis nimirum SF FX, & SB BV, ducanturq; in sectione lineæ KNOX LNV MOV, ita vt LE in sectione appareat in LN, & MH in MO. Ducaturq; linea CV, quæ in sectione ipsam CG repræsentabit. At verò cùm lineæ DE GH sint sectionis lineę
25. primi huius. BC parallelæ; lineæ, quæ in sectione ostendunt DE GH, erunt ipsi BC parallelæ. Quare à punctis NO ipsi BC parallelæ ducantur NP OQ, quæ ipsi CV in punctis PQ occurrant. linea igitur DE in sectione apparebit in PN, & GH in QO. quare lineæ NP OQ sunt in sectione apparentes. quod facere oportebat.

Si verò datæ lineæ plures fuerint, quàm duæ, eodem modo fiet.

P R A X I S.

In subiecto plano sit BC linea sectionis; sitq; S punctum distantiæ, supra quod oculi altitudo intelligatur SA. dateq; sint lineę parallelę DE



GH terminatę, ipsiq; BC parallelæ. Iungantur GD HE, quæ producantur vsque ad sectionis lineam in CK, & vt in præcedētibus factum fuit, ducantur EL HM vtcunque, sed facilitatis gratia fiant EL HM ipsi CG parallelæ; ducaturq; SF ipsi KH æquidistans, & SB ipsis GC HM EL parallela. Itaque inuentis in sectionis linea pūctis BCKFLM, nune habeatur planum pro sectione subiecto plano erecta; atque in plano, tanquam in sectione inueniantur cō cursus puncta XV, ductis nempe FX BV ipsi BF perpendicularibus, ipsiq; SA ęqualibus; ducanturq; KNOX LNV MOV. ex quibus constat MH apparere in MO, & LE in LN, Iungatur deinde CV, quæ in sectione ipsam CG ostendet. à punctis verò NO ipsi BC parallelæ ducantur NP OQ, quæ CV in punctis PQ occurrant; erunt vtique NP OQ in sectione lineæ apparentes. ita vt DE appareat in PN, & GH in QO. quod patet, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, oculusq; supra punctum S quantitate SA constitutus. hac enim ratione lineæ NP OQ in sectione lineas ED HG repręsentabunt. quare descriptæ sunt lineæ apparentes. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. VI.

PRIMVS MODVS.

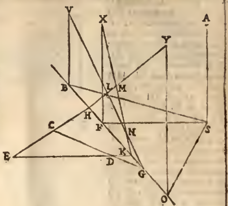
Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò absoluere oporteat puncto distantię, & pluribus punctis concursus.

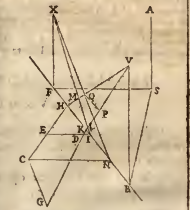
Datus sit oculus in A, cuius altitudo sit AS supra subiectum planum, in quo data sit figura CDE; sitq; sectionis linea BF, oportet in sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere. Producantur latera figuræ datę CDE. quæ quidem omnia primùm cum BF conueniant, vt CDG ECH EDK. Deinde inueniatur ipsius KE punctum concursus X (ductis, vt sæpę dictum est, SF FX) similiter lineę CG inueniatur punctum V concursus; ductis SB BV. lineę verò HE similiter punctum concursus inueniatur Y; ductis lineis SO OY. Iunctis igitur

Ex 1. & 2. huius.

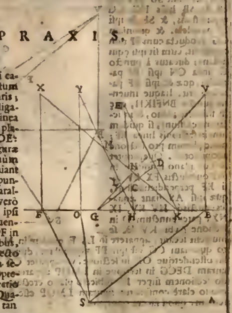
KX GV HY, apparebit ſanè KE in ſectione in KX, CG in GV, & HE in HY. *Ex 2. huius.* Quare cùm ſit punctũ C in vtraque linea GC HE, apparebit C in L, vbi nempè GV HY ſe inuicem ſecant. ob eandemq́; cauſam punctum E apparebit in M, ac punctum D in N. vnde figura LMN ipſam CED in ſectione oſtendet. quod facere oportebat.



Quòd ſi latera figuræ datæ producta, non omnia cum BF conueniant; vt iiſdem poſitis, data ſit in ſubiecto plano rectilinea figura DECG, in qua ſit linea CG ſectionis lineæ BF parallela, producatur CE vſque ad ſectionis lineam in H, ED in I, GD in K. & quoniam CG producta non conuenit cum BF, cùm ſit ipſi æquidiſtans, ducatur CN ipſi EI parallela. Itaque linearum HC IE KG ſimiliter inueniantur in ſectione pũcta cõcurſus; *Ex 1. & 2. huius.* quòd ſi caſu etiam euenerit, vt HC ſit ipſi KG æquidiſtans, ſat erunt duo puncta X V, hoc eſt ſit V punctum concurſus linearum HC KG, X verò linearum IE NC. Itaque ductis KV HV, & IX; linea vtique HC apparebit in HV. *Ex 2. huius.* KG in KV. & IE in IX. ac propterea pũcta DE ex dictis apparebunt in LM; D ſcilicet in L, & E in M. ſed vt inueniatur, vbi apparet punctum C in linea HV, quoniam ducta eſt CN ipſi EI equidiſtans, ducatur NX; nimirum linea NC apparebit in NX; ſecet autem NX ipſam HV in O, proculdubio punctum O in ſectione ipſum C repręſentabit, at verò quoniam CG eſt ipſi BF æquidiſtans, ducatur OP ipſi BF æquidiſtans; linea vtique OP ipſam CG oſtendet. *Ex 5. huius.* Quocirca cùm D in L, E in M, & C in O appareant; figura LMOP in ſectione ipſam DECG repręſentabit. Deſcripta eſt igitur figura LMOP in ſectione apparens. quod facere oportebat.

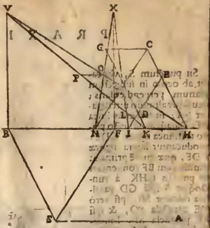


PRAXIS.



Sit punctum S, vbi cadit ab oculo in subiectum planum perpendicularis; oculique altitudo intelligatur SA; sit sectionis linea BF. Dataq; in subiecto plano rectilinea figura CDE: producantur latera figuræ CDE, quæ quidē primùm omnia cum BF conueniant in punctis GHK, à punctoque S ipsi GD parallela ducatur SB, ipsi verò HE parallela SO, & ipsi KE parallela SF. Inuentisq; punctis BKHGOF in sectionis linea existentibus, quæ non solùm in subiecto plano, verùm etiam in sectione reperiuntur, propterea nunc planum pro sectione deseruire potest. Quapropter in hoc plano tanquam in sectione subiecto plano erecta ducantur primùm BV OY FX ipsi BF perpendiculares, quæ fiant & interse, & ipsi AS æquales. deinde connectantur GV HY KX. Cùm itaque GD appareat in GV, HE verò in HY, & KE in KX, punctum C apparebit in L. siquidem C in vtraque linea GD HE reperitur, quæ in sectione apparent in GV HY, quæ se inuicem secant in L. ob eandemque causam D apparebit in N, & E in M. ex quibus sequitur figuram CDE in LNM apparere. vt constat intelligendo sectionem, in qua sunt lineæ BV OY FX GV HY KX, subiecto plano erectam, sitque oculus supra S perpendiculariter altitudine SA. hac vtique ratione manifestè apparet figuram LNM esse figuram in sectione apparentem; quę quidem inuenta est mediantibus punctis S VYX, hoc est puncto distantiæ, ac pluribus punctis concursus. quod facere oportebat.

Quòd si datæ figuræ latera producta non omnia cum sectionis linea conueniunt; eadem constituantur; nempe sit punctum S vbi cadit in subiectum planum ab oculo perpendicularis; oculiq; altitudo intelligatur SA. sit sectionis linea BF, data verò in subiecto plano sit figura rectilinea DECG; cuius quidem latus CG sit ipsi BF parallela; producantur CE ED GD vsque ad sectionis lineam in HKI, & à puncto S ipsis HC IE KG parallelæ ducantur; quòd si HC KG casu sunt parallelæ,



lelæ, fat erunt SB SF, hoc est sit SB ipsis HC KG æquidistans, & SF sit ipsi EI parallela. & quoniam CG producta cum BF non conuenit, cùm sit ipsi ęqui distans; ducatur à puncto C linea CN ipsi EI parallela, quæ & ipsi SF parallela erit. Itaque inuentis punctis BNFIKH, quę in subiecto plano, & in sectione existunt, si quidem sunt in sectionis linea BF; nunc planum pro sectione accipi potest: Quapropter in hoc plano tanquam in sectione ductis FX BV ipsi BF perpendicularibus, quæ ipsi AS fiant æquales; ductisq; HV KV, IX NX; patet punctum D in sectione (vbi KV IX se inuicem secant) apparere in L, E quidem in M, & C in O. At verò quoniam CG est ipsi BF æquidistans, ducatur OP ipsi BF parallela, ostendetque OP in sectione, vbi apparet CG. ex quibus sequitur figuram DECG in sectione in LMOP apparere. quod liquet intelligendo sectionem super BF subiecto plano erectam, veluti SA. hoc enim modo clarè conspicitur figuram LMOP esse figuram in sectione apparentem. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

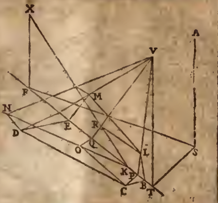
SECVNDVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura; in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteat autem problema absoluere tribus punctis, nempe puncto distantię, ac duobus punctis vbicunque in sectione positis ęquealtis supra subiectum planum, vt oculus.

Sit oculus in A, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea BF: in sectione autem duo vtcunque sumantur puncta VX supra subiectum planum ęquealta, vt oculus A. vt scilicet perpendiculares VT XF ipsi TF sint ipsi AS æquales. data verò figura in subiecto plano sit BCDE,

oportet



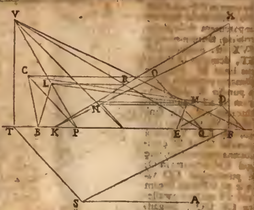
oportet in sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere; tribusq; tantùm punctis SVX vti. Iungantur SF ST, deinceps in sectionis linea BF vtcunque sumatur punctum K, & à puncto K alteri ipsarum SF ST æquidistans ducatur KN, quæ sanè sit ipsi SF parallela. Iungaturq; KX. Verùm à puncto C ipsi BF æquidistans ducatur CO, quę ipsi KN occurrat in O; à punctisque CO vsque ad sectionis lineam ipsi TS agantur parallelæ CP OQ; iunganturque PV QV; secetque QV ipsam KX in R; & à puncto R ipsi BF agatur parallela RL, quæ ipsi PV occurrat in L. Dico primùm punctum L in sectione ostendere punctum C. Quoniam enim SF ęquidistat KN; & FX in sectione ipsi BF perpendicularis existit, quæ etiam est ipsi SA æqualis, apparebit KN in KX. est enim X punctum concursus. similiter cùm sit ST ipsis CP OQ ęquidistans, sitque TV perpendicularis TF, & ipsi SA æqualis, erit punctum V punctum concursus ipsarum CP OQ. quare OQ apparebit in QV, & CP in PV. Cùm itaque sit punctum O in vtraque linea KO OQ; apparebit punctum O in R; vbi scilicet se inuicem secant KX QV. At verò quoniam OC est ipsi BF parallela, & RL est quoque ipsi BF æquidistans, linea OC apparebit in RL. quia verò punctum C est in lineis PC OC, apparebit punctum C in L, vbi nempe se inuicem secant PV RL. eodemque prorsus modo inuenietur punctum M, in quo appareat punctum D; vnde iuncta LM, linea LM in sectione ipsam CD repræsentabit. & quoniam puncta BE sunt in sectione; iunctis LB ME, figura BLME in sectione ipsam BCDE repræsentabit. ac propterea erit apparens figura. quod facere oportebat.

Ex 1. & 2. huius.

Ex 5. huius.

PRAXIS.

Sit in subiecto plano punctum S punctum distantię, supra quod oculi altitudo intelligatur SA; sitque sectionis linea BF; figura verò in subiecto plano sit BCDE. Accipiatur autem planum pro sectione; & vbicunque duo sumantur puncta VX, ita tamen, vt ductis VT XF ipsi BF perpendicularibus, sit vnaquęque ipsi SA ęqualis. Rursum autem habeatur planum pro subiecto plano. iunganturq; ST SF; & in sectionis linea BF quoduis sumatur punctum K, à quo alteri ipsarum ST SF ęquidistans ducatur KN; quæ quidem sit ipsi SF ęquidistans. Deinde à puncto C ipsi BF æquidistans ducatur CO, quæ ipsi KN occurrat in O deinde à punctis CO ipsi TS parallelæ ducantur CP OQ. Itaque in-



uentis punctis TKPQF rursus planum intelligatur sectio per TF, & VX trãsiens; iunganturq; KX PV QV, seceteque QV ipsam KX in R; & à puncto R ducatur RL equidistans ipsi BF, quæ PV secet in L. & quoniam pũcta VX sunt pũcta concursus, X scilicet ipsius KN, V verò ipsarum PC QO, estq; punctum O in lineis KQ QO. apparebit punctum O in R, vbi KX QV se dispescunt. & quoniam RL est ipsi BF, ac perconsequens ipsi CO equidistans, apparebit CO in LR. quia verò punctum C est in vtraque linea OC PC; apparebit punctum C in L, vbi scilicet se inuicem secant RL PV. eademquę prorsus ratione inuenietur punctum M, quod in sectione punctum D repræsentet. vnde ducta LM, ostendet hæc ipsam CD. Cùm verò puncta BE in ipsa sint sectione, ductis LB ME, apparebit figura BCDE in BLME. Vt patet, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, & erecta, veluti SA, sitq; in A oculus. quapropter figura BLME in sectione est figura apparens, quod fieri oportebat.

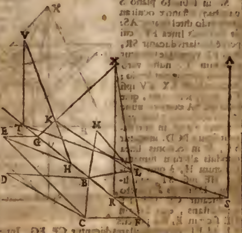
Quoniam autem in ipsa praxi linearum perpendicularium vsus multam affert facilitatem; ideò vt eandem praxim absoluere possimus, ducendo à punctis OC ad sectionis lineam perpendiculares lineas, fiet sequenti modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

TERTIVS MODVS.

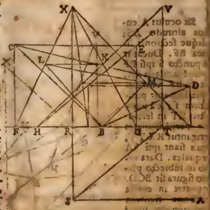
Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta, figuram apparentem describere.

Conficere autem problema oporteat tribus punctis, puncto nempè distantiæ, ac duobus punctis in sectione positis, vt oculus, æquealtis; ita tamen vt perpendicularis ducta ab altero dictorum punctorum ad sectionis lineam in illud punctum cadat, vbi à puncto distantiæ eidem sectionis lineæ perpendicularis occurrit.



Sit oculus A, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea BF. Ducatur à puncto S ipsi BF perpēdicularis SR, & in BF vbicunque sumatur punctum T; & à punctis RT in sectione perpēdiculares erigantur RX TV, quæ fiant ipsi SA æquales. Data verò in subiecto plano figura sit BCD. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere; tribusq; punctis S V X vni iungatus ST; & in sectionis linea alterum quoduis sumatur punctum H; à quo ipsi ST æquidistans ducatur HE; iungaturq; HV. Deinde à puncto C, ipsi RT parallela ducatur CE, quæ ipsam HE secet in E; à punctis q; CE ad FT perpendiculares ducantur EG CF; iungaturq; GX, quæ lineam HV secet in K. Deinceps à puncto K ipsi FT parallela ducatur KL; iungaturq; FX, quæ lineam KL secet in L. Dico primùm punctum C apparere in sectione in L. Quoniam enim ST est ipsi HE parallela, atque VT perpendicularis ipsi FT, est ipsi SA æqualis; erit punctum V punctum concursus ipsius HE; vnde HE apparet in HV. simili modo quoniam SR ipsis CF EG æquidistat, cùm omnes sint ipsi FT perpendiculares; atque RX ipsi FT perpendicularis, est ipsi SA æqualis; erit punctum X punctum concursus ipsarum CF EG; quare GE in GX; & FC in FX apparet. quia verò punctum E est in vtraque linea GE HE, apparebit in sectione punctum E, vbi GX HV se inuicem secant; vt in K. at verò quoniam CE ipsi æquidistat FT, & KL similiter æquidistat FT, propterea CE, in qua est punctum C, apparet in KL. sed punctum C est quoque in linea FC, quæ apparet in FX; punctum ergo C in sectione apparet in L, vbi KL FX se inuicem dispescunt. eodemq; prorsus modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens. cùmque punctum B sit in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM figura apparens. quod facere oportebat. 1. huius.

Sit in subiecto plano S punctum distantiæ, oculi autẽ altitudo intelligatur AS: sit sectionis linea FT, cui perpẽdicularis ducatur SR, & in FT vtcunque sumatur punctum T. nunc verò planum intelligatur sectio; ducanturque RX TV ipsi FT perpendiculares, quæ fiant ipsi SA æquales. nunc rursus accipiatur planũ pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. iungatur ST, & in sectionis linea quoduis alterum sumatur punctum H, à quo ducatur HE ipsi ST æquidistans. Deinceps à puncto C ducatur CE ipsi FT æquidistans, quæ lineam HE secet in E; & à punctis



CE ad FT perpendiculares ducantur CF EG. Inuentisque punctis FG planum intelligatur sectio per FT, & per puncta XV transiens. itaque iungatur HV, deinde ducatur GX, quæ ipsam HV secet in K; & à puncto K ducatur KL ipsi FT æquidistans; iungaturq; FX, quæ ipsam KL secet in L; erit sanè in sectione punctum L punctum apparens, in quo scilicet apparet punctum C. similiq; modo inuenietur punctum M ipsum D repræsentans; cùmque sit B in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura. quod quidem liquet, si intelligatur sectio erecta subiecto plano, vt etiam SA, fueritq; oculus in A constitutus; quod facere oportebat.

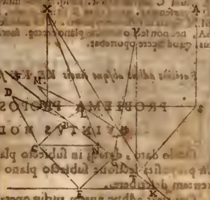
Vt verò pluribus adhuc vti perpendicularibus possimus, vt in sequenti fieri poterit,

PROBLEMA PROPOSITIO. VIIII.

QVARTVS MODVS.

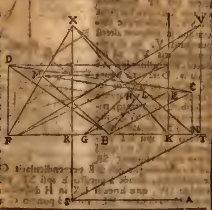
Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in propofita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteatq; problema perficere ijsdem met tribus punctis, vt in præcedenti.



Sit rurſus oculus A, eiuſq; altitudo AS; & à puncto S ad ſectionis lineam BT ſit perpendicularis SR; & in BT vbicunque ſumatur punctum T, & ab RT in ſectione erigantur perpendiculares RX TV æquales ipſi SA. Dataq; ſit figura BCD. præterea in ſectionis linea alterum quoduis ſumatur punctum K, à quo ipſi TF perpendicularis ducatur KE, ducaturq; CE ipſi TF, & EG ipſi ST parallelæ; iungaturq; GV, quæ KX ſecet in H; & ab H ducatur HL ipſi TF æquidiſtans. Rurſus à puncto C ad TF perpendicularis ducatur CN; iungaturq; NX, quæ ſecet HL in L. Dico primum punctum C apparere in L. eodem enim modo, cùm ſint ST GE parallelæ, oſtendetur punctum V eſſe punctum concurſus ipſius GE. ſi- 1. huius,
militer quoniam SR KE ſunt ipſi TF perpendiculares, ac propterea inter ſe parallelæ; erit punctum X punctum concurſus ipſarum KE NC. 1. huius,
vnde KE in KX apparet, & NC in NX. cùm igitur GE in GV, & KE in KX appareant, punctum E apparebit in H. & quoniam HL EC ſunt ipſi TF parallelæ, linea EC in HL apparebit. ſed CN apparet in NX; ergo punctum C in L apparebit. eademq; ratione inuenietur punctum M ipſum D oſtendens, B autem in ſectione exiſtit; iunctis igitur punctis BLM; erit BLM figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

PRAXIS.



In praxi eadem, vt in præcedenti exponantur. deinde in ſectionis linea vtcunque ſumatur punctū K; ducaturq; KE ipſi TF perpendicularis; & à puncto C ad KE perpendicularis ducatur CE; ad TF verò perpendicularis ducatur CN; ducaturque EG ipſi TS æquidiſtans. His inuentis nunc planum accipiatur pro ſectione; iunganturque KX GV, quæ ſe diſpeſcant in H; ducaturque HL ipſi TF æquidiſtans, iunctaq; NX ipſam HL ſecet in L; erit demonſtratis punctum

L ipſum

L ipsum C repræsentabit. pariq; ratione inuenietus punctum M ipsum D repræsentans. quòd cùm B sit in sectione, iunctis BLM punctis, erit BLM figura in sectione apparens: vt fit manifestum, si intelligantur lineæ SA, nec non sectio subiecto plano erectę. fueritq; oculus in A constitutus. quod facere oportebat.

Faciliùs adhuc absque lineis KE KX fit, vt in sequenti.

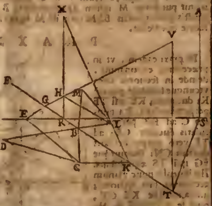
PROBLEMA PROPOSITIO X.

QVINTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteat adhuc autem rursus operari iisdem tribus punctis; puncto nempè distantię, ac duobus punctis, vt oculus ęqualtis; ita tamen vt perpendicularis ducta ab altero dictorum punctorum ad sectionis lineam in illud cadat punctum, vbi à puncto distantię eidem sectionis lineę perpendicularis occurrit.

Sit oculus A, cuius altitudo, AS; sit sectionis linea BF, cui perpendicularis ducatur SR; & à puncto R in sectione erigatur ipsi BF perpendicularis RX; quæ fiat ęqualis SA. sumaturque vbicunque in sectione alterũ punctum Y; ita vt perpendicularis YT ad BF ducta, sit similiter ipsi AS ęqualis. Data verò figura sit BCD. oportet in sectione figuram apparentẽ describere; oporteatq; tribus vti punctis SVX. iungatur ST, ducaturque à puncto R ipsi RT perpendicularis RE, vel quod idem est, producatur SR ad E; ducaturque ipsi RE perpendicularis CE, quæ nimirum ipsi BF æquidistabit. deinde à puncto E ipsi ST parallela ducatur EG; ducaturque GV, quæ lineam RX in H dispescat. & à puncto H ipsi BF æquidistans ducatur HL. rursus à puncto C ad TF perpendicularis du-



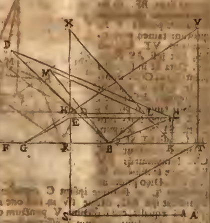
catur CK; iunctaque KX ipsam HL secet in L. Dico primum punctum L in sectione ipsum C repræsentare. Quoniam enim ST est ipsi EG æquidistans, & in sectione linea TV est ipsi TF perpendicularis, & ipsi AS æqualis; erit punctum V punctum concursus ipsius GE. vnde GE apparebit in GV. similiter quoniam SR ipsi KC æquidistat, & RX in sectione est ipsi TF perpendicularis, & ipsi AS æqualis; erit punctum X punctum concursus ipsius KC, & aliarum ipsi KC æquidistantium; vt ipsius NE. sunt enim RE KC parallelæ, cùm sint ipsi TF perpendiculares. quare KC in KX, & RE in RX apparebit. Quocirca cùm sit punctum E in vtraque linea GE RE, apparebit punctum E in H, vbi scilicet GV RX se inuicem secant. & quoniam HL EC sunt ipsi TF parallelæ; nimirum linea EC apparebit in HL. & quoniam KC apparet in KX; punctum C apparebit in L. eodemq; modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens; B verò est in sectione; iunctis igitur BL LM MB, erit BLM figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

1. huius.

1. huius.

Ex 5. huius.

PRAXIS.



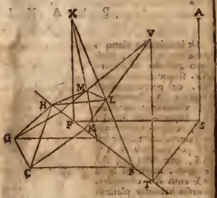
Sit in subiecto plano S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS. sitque sectionis linea TF, cui perpendicularis ducatur SR; sumatur in FT vbicunque punctum T. Inuentisque punctis RT, accipiatur planũ pro sectione; ducanturque ipsi TF perpendiculares TV RX, quæ fiant ipsi AS æquales; nimirum linea RX cum RS coincidet. Rursus habeatur planum pro subiecto plano; dataq; in eo sit figura BCD. Iungatur ST, & à puncto R ipsi TF perpendicularis ducatur RE, quæ quidem eadem est cum RX; deseruietque REX pro duabus lineis, & à puncto C ad RE (quæ in subiecto plano esse intelligenda est) perpendicularis ducatur CE; & ad TF perpendicularis ducatur CK, deinde ab E ipsi ST æquidistans ducatur EG. Nunc verò planum sumatur pro sectione, in qua sint TV RX; iungaturque GV, quæ ipsam RX secet in H, à quo ipsi TR æquidistans ducatur HL. Denique iungatur KX, quæ lineam HL secet in L, ex dictis punctum L repræsentabit ipsum C. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens; quod cùm sit B in sectione, iunctis igitur BL LM MB, erit BLM apparens figura. vt patet, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, vt etiam linea SA, oculusque fuerit in A. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOITIO. XI.

SEXTVS MODVS.

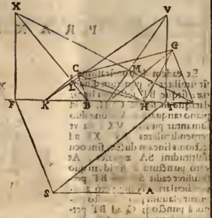
Oculo dato, dataq́; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Problema verò abſoluere oporteat puncto diſtantię, atque alijs duobus tantùm punctis vbicunque in ſectione poſitis ſupra ſubiectum planum, vt oculus, ęqualtis,



Sit oculus A, cuius ſupra ſubiectum planum altitudo ſit AS; ſitq́; ſectionis linea BF. in ſectioue autem vbicunque ſumantur puncta V X, quorum tamen perpendiculares VT XF ipſi BF, ſint ipſi AS ęquales, Data ſit in ſubiecto plano figura CGH. oportet in ſectione figuram apparentem deſcribere, tribúsq́; tantùm punctis SVX vti oporteat. Iungantur ST SF. & à puncto C ipſis ST SF ęquidiſtantes ducantur CK CB. Iunganturq́; KV BX, quę ſe inuicem ſecent in L, Dico primùm punctum L in ſectione ipſum C repræſentare: Quoniam enim ST
æquidiſtat ipſi KC, eſtque TV in ſectione ipſi BF perpendicularis, &
1. huius. ipſi AS æqualis; erit punctum V punctum concurſus lineæ CK: ſimi-
literq́ue oſtendetur punctum X eſſe punctum concurſus ipſius CB. Qua-
re linea KV in ſectione oſtendet lineam KC, ipſa verò BX ipſam BC.
At verò punctum C eſt in vtraque linea CK CB, ergo punctum L.
vbi KV BX ſe inuicem ſecant, in ſectione punctum C repræſentabit.
Hacq́ue ratione inueniemus quęlibet alia puncta, vt M, in quo punctum
G appareat. Vnde iuncta LM ipſam CG repræſentabit. & quoniam
punctum H eſt in ipſa ſectione, iunctis LH HM. apparebit CH in
HL, & GH in HM. Quare figura CGH in ſectione in LMH appa-
rebit. eſt igitur LMH in ſectione apparens figura. quod inuenire
oportebat.

PRAXIS.



In subiecto plano datum sit punctum S, quod intelligatur punctum distantiæ. dataque sit sectionis linea BF. figura verò rectilinea in subiecto plano data sit CGH. Nunc accipiatur planum pro sectione, in quo duo vbicunque sumantur puncta VX, ita vt ambæ perpendiculares VT XF ipsi sectionis lineæ BF ductæ, sint æquales ipsi SA; quæ intelligatur altitudo oculi supra subiectum planum. Nunc verò rursus accipiatur planum pro subiecto plano, & connectantur ST SF; & à puncto C ducantur CB CK ipsis SF ST parallelæ. Inuentis itaque punctis BK, nunc planum intelligatur sectio per BF, & per puncta VX transiens; in qua iungantur KV BX, quæ se secent in L. ex quibus sequitur punctum C in sectione in L apparere. Hacque prorsus ratione inuenietur punctum M, quod in sectione ipsum G repræsentet. vnde ducta LM ipsam CG ostendet. & quoniam punctum H est in ipsa sectione, iungantur LH HM, nimirum apparebit CH in HL, & GH in HM; atque ideo figura CGH in sectione apparebit in LMH. quod manifestum est, si intelligatur sectio, lineaq; SA subiecto plano erectæ. vnde figura LMH erit in sectione figura apparens. quod fieri oportebat.

Vt possimus loco alterius ipsarum CB CK vti perpendiculari, eadem praxis fiet in hunc modum.

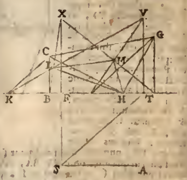
PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

SEPTIMVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteat autem hoc absoluere puncto distantiæ, ac duobus punctis supra subiectum planum, vt oculus, ęqualtis, dummodo altera perpendicularis in eo puncto cadat, vbi à puncto distantiæ eidem sectionis lineę perpendicularis occurrit.

PRAXIS.



Ex eadem demonstratione, sit similiter S punctum distantiæ; sitque BT sectionis linea; dataque sit figura CGH. & in plano tanquam in sectione duo sumantur puncta VX, ita vt perpendiculares TV XF ad sectionis lineam ductæ, sint oculi altitudini SA æquales. At verò punctum F sit id, in quo similiter eadit SF ipsi BT perpendicularis. Nunc verò accipiatur planum pro subiecto plano; à punctoq; C ad BT perpendicularis ducatur CB. Deinde ducatur CK ipsi TS parallela, ducanturque BX KV, quæ se inuicem secent in L. ostendet vtique ob easdem causam punctum L, vbi punctum C apparet in sectione. eademque ratione inuenietur punctum M ipsum G repræsentans. vnde iunctis HML, erit sanè HML apparens figura. quod facere oportebat.

Vt verò inueniatur punctum F, primùm ducatur SF ad BT perpendicularis, deinde ducatur perpendicularis FX æqualis SA. vel quod idem est, protrahatur SF in X. quod idem in nonnullis sequentibus fieri poterit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIII.

OCTAVVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

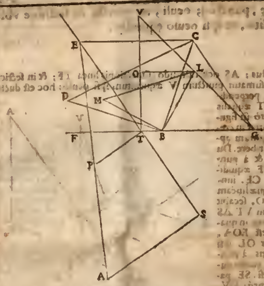
Quod opus conficiendum fit tribus punctis, puncto nempe diſtantię, punctoq; oculi, ac puncto in ſectione vbicunque poſito, & ipſi oculo ęquealto,

Sit A oculus; AS oculi altitudo; ſit ſectionis linea TF; & in ſectione vtcunque ſumatur punctum V æquealtum ipſi oculo; hoc eſt ducta VT ipſi TF perpendiculari, ſit VT æqualis AS. Data verò ſit figura BCD. oportet in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere. Ducatur STE; & à puncto C ipſi TF æquidiſtans ducatur CE. iungaturq; EA, quæ lineam TV ſecet in O. ſecabit enim, quoniam VT AS ſunt ęquidiſtãtes, in quarum plano eſt EOA. 7. vndecimi. deinde ducatur OL ipſi TF æquidiſtans. à puncto autem C rurſus ducatur CG ipſi SE parallela; iungaturq; GV, quæ ipſam OL ſecet in L. Dico primum punctum C apparere in L.

Iam enim conſtat, ſi intelligatur EA viſualis radius, punctum E apparere in O. & quoniam OL EC ſunt ipſi TF parallelæ, linea EC in OL apparebit. 25. primi huius. At verò quoniam ST eſt ipſi GC parallela, & VT ipſi TF perpendicularis, & ipſi AS æqualis, erit punctum V punctum concurſus ipſius GC; 1. huius. quare GC apparet in GV, ex quibus ſequitur punctum C apparere in L. eademque ratione inuenietur punctum M ipſium D repræſentãs; B verò eſt in ſectione; ergo ductis BL LM MB, erit BLM figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

P R A X I S.

In ſubiecto plano ſit S punctum diſtantiæ; ſitque ſectionis linea BF. nunc planum intelligatur ſectio, in quo vtcunque ſumatur punctum V. ita vt ducta VT ipſi BF perpendicularis, ſit altitudini oculi æqualis. rurſus planum accipiatur pro ſubiecto plano. dataque ſit figura BCD. Ducatur STE, cui perpendicularis ducatur SA, quæ ſit oculi altitudini æqualis. à puncto autem T ducatur TP ipſi ES perpendicularis; ducaturque CE ipſi BF æquidiſtans. iungaturque EA, quæ ipſam TP



secet in P. Nunc verò planum pro sectione deseruire intelligatur. & in linea TV fiat TO æqualis TP; ducaturque OL ipsi BF æquidistans. rursus à puncto C agatur ipsi ES parallela CG; iungaturque GV, quæ ipsam OL secet in L. ex dictis punctum L ipsum C repræsentabit, eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B verò est in sectione. ergo iunctis BLM punctis, erit BLM figura in sectione apparens, vt patet, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, manenteque SE, triangulum AES cum TP subiecto quoque plano erectum. oculusque intelligatur in A. tunc enim puncta PO in vnum punctum conuenient. perspicuèque apparet BLM esse figuram apparentem, quod facere oportebat,

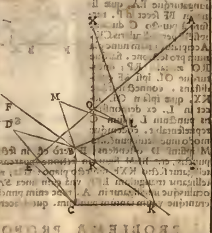
Alter etiam modus huic similis perpendicularium vsu faciliùs absolui poterit, iuxta formam proximè sequentem.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

NONVS MODVS.

Oculo dato, dataque in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Sit autem construendum problema duobus tantùm punctis, puncto scilicet oculi, ac puncto in sectione, vt oculus, æqualto; ita tamen, vt ab hoc puncto in sectionis lineam perpendicularis ducta, in eo puncto cadat, vbi eidem occurrit perpendicularis à puncto distantiæ.



Sit oculus A, cuius altitudo AS. sit sectionis linea BF. & in sectione sumatur punctum X supra subiectum planum, vt oculus, æquealtum, à quo si à puncto S ad BF ducatur perpẽdicularis XR, sit punctum R, vbi occurrit perpendicularis SR eidem BF. Data verò in subiecto plano figura sit BCD. oportet in sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere, duobusq; tantùm punctis AX, vti. Ducatur à puncto R ad BF perpendicularis RE, cui perpendicularis agatur CE, quæ quidem erit ipsi BF æquidistans. Iungaturque EA, quæ ipsam XR secet in O. secabit enim, quoniam AS XR sunt parallelæ, in quarum plano est EOA. ducaturque OL ipsi BF æquidistans: deinde à puncto C ipsi BF perpendicularis agatur CK; iungaturque KX, quæ OL secet in L. Dico primùm punctum L ipsum C repræsentare, Iam enim constat, si intelligatur EA visualis radius, punctum E apparere in O; sunt autem OL CE ipsi KF parallelæ, apparebit igitur CE in OL. & quoniam (vt sæpè ostensum est) punctum X est punctum concursus ipsius KC, siquidem sunt SR KC parallelæ, itidemque AS XR æquales, & parallelæ, itaque apparebit KC in KX; vnde punctum C in L apparebit, vbi OL KX se inuicem secant. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B verò est in sectione, iunctis igitur punctis BLM, erit BLM figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

Ex 7. vndecimi.

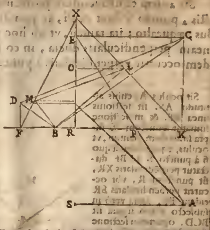
25. *primi huius.*

1. *huius.*

P R A X I S.

Sit in subiecto plano S punctum distantiæ, sitque BF sectionis linea, oculi verò altitudo intelligatur AS, oportet in hac operatione lineam AS ipsi BF parallelam existere. sit punctum R, vbi cadit à puncto S perpendicularis ad BF, accipiatur nunc planum pro sectione, fiatq; RX ipsi KF perpendicularis, & ipsi AS æqualis. Nunc rursus planum ac-

cipiatur



cipiatur pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. Ducatur à puncto R ipsi BF perpendicularis RE. linea vtique REX pro duabus lineis deseruiet, ipsique RE à puncto C perpendicularis ducatur CE; iungaturque EA, quæ lineam BF secet in P. rursum à puncto C ducatur ipsi BF perpẽdicularis CK. Accipiatur autem nunc planum pro sectione. fiatque RO æqualis RP; ducaturque OL ipsi KF equidistans. connectaturque KX, quæ ipsam OL secet in L. ex demonstratis punctum L ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B verò est in sectione; iunctis igitur BLM punctis, erit BLM figura in sectione apparens. vt perspicuum est, si intelligatur sectio KXF subiecto plano erecta; manenteque linea RE; intelligatur triangulum EPR vna cum linea SA subiecto plano erectum; oculusque intelligatur in A. tunc enim punctum P cum O conueniet, eruntque vnum tantùm punctum. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOITIO. XV.

MODVS DECIMVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano figura rectilinea; in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

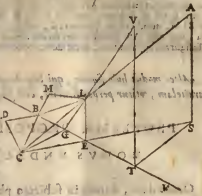
In problemate autem conficiendo vti oporteat puncto distantiæ, ac puncto in sectione vtcunque posito æquealto, vt oculus.

Sit oculus in A; cuius altitudo AS. sit sectionis linea BF; & in erecta sectione vtcunque sumatur punctum V, æqualtum, vt oculus. vt scilicet ducta VT perpendiculari ipsi BF, sit TV æqualis AS. sit figura in subiecto plano BCD. oportet in sectione figuram apparentem describere, duobusque tantùm punctis vti SV. iungantur ST SC, quæ sectionis lineam secet in E. & à puncto E in sectione perpendicularis agatur EL. deinde ducatur CG ipsi ST equidistans; iungaturque GV, quæ lineam EL secet in L. Dico primùm punctum L in sectione ostendere ipsum C. ex sæpè dictis punctum V est punctum concursus ipsius

3. huius.

CG,

CG, quare GC in sectione apparebit in GV. vnde punctum C apparebit in aliquo puncto ipsius GV. Quoniam autem sectio est subiecto plano erecta, & est punctum L in sectione, ipsiq; BF est perpendicularis LE, & est EF ipsius sectionis, & subiecti plani communis sectio; erit LE subiecto plano erecta. verùm subiecto plano est etiam erecta AS; lineæ igitur AS LE sunt parallelæ, quas quidem coniungit SEC; ac propterea AS SC LE in vno sunt plano. quare ducatur visualis radius CA; proculdubio secabit CA lineam EL. ex quo sequitur punctum C in sectione apparere in aliquo puncto lineæ EL. atqui apparet etiam in linea GV; ergo vbi se inuicem secant, vt in L, punctum C apparebit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens, B verò est in sectione. iunctis igitur BL LM MB, figura BCD apparebit in BLM. eritque idcirco BLM figura apparens. quod facere oportebat.



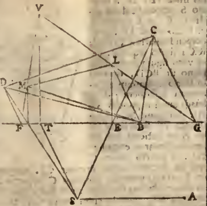
38. vndecimi.

6. vndecimi.

7. vndecimi.

PRAXIS.

In subiecto plano sit pictum S punctum distantiæ; oculi verò altitudo AS. sit sectionis linea BF. figura verò in subiecto plano data sit BCD. nunc autem accipiatur planum pro sectione. & vbicunque sumatur punctum V; ita tamen, vt ducta VT ipsi BF perpendiculari, sit hæc ipsi AS æqualis. Nunc rursus intelligatur planũ pro subiecto plano. iunganturque ST SC; seceturque SC sectionis lineam in E. deinde ducatur CG ipsi ST æquidistans. Itaque inuentis punctis TEG nunc planum intelligatur sectio per BF, & punctum V transiens. Iungaturque GV, & ab E ipsi BF perpendicularis agatur EL, quæ



GV secet in L. ex demonstratis punctum C apparebit in L. simili modo inuenietur punctum M: quod in sectione ostendat ipsum D. & quoniam B est in sectione, iunctis BL LM MB; figura BCD apparebit in BLM. quod erit perspicuum, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, nec non AS eidem plano erecta. vnde apparebit, figuram BLM esse figuram apparentem. quod facere oportebat.

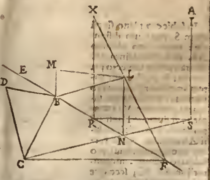
Alter modus huic similis, qui loco ducendi lineam CG ipsi ST parallelam, vtitur perpendiculari, erit proximè sequens.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVI.

MODVS VNDECIMVS.

Oculo dato, datáq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Conficere autem problema, opus sit duobus punctis, puncto scilicet distantiæ, ac puncto in sectione, vt oculus, æquealto; ita verò posito, vt ab vtroque puncto perpendiculares ad sectionis lineam ductæ, in vnum punctum cadant.



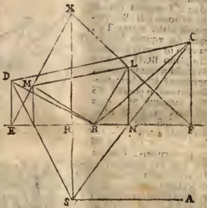
Sit oculus A, cuius altitudo AS, sitque sectionis linea FE, cui à puncto S perpendicularis cadat in R. & à puncto R in sectione ipsi FE agatur perpendicularis RX; fiatq; RX ipsi AS æqualis. data verò figura in subiecto plano sit BCD. oportet in sectione figuram apparentem describere; duobusq; tantùm punctis SX vti. Iungatur SC, quæ lineam FE secet in N; & ab N in sectione ipsi FE perpendicularis erigatur NL, à puncto autem C ipsi FE perpendicularis ducatur CF; iungaturque FX, quæ NL secet in L. Dico primùm punctum C apparere in L. Primùm quidem, vt in præcedentibus demonstratum fuit, ostendetur punctum C apparere in linea NL. visualis enim radius CA, si duceretur, necessariò secaret NL, cùm sint NL AS parallelæ, vt demonstratum est. Quoniam autem SR FC sunt ipsi FE perpendiculares, erit SR ipsi FC æquidistans.

à puncto

à puncto autem R in sectione acta est RX ipsi FE perpendicularis, & est RX ipsi SA æqualis; erit igitur punctum X punctum concursus ipsius FC. quare FC apparet in sectione in FX. ergo punctum C apparet, vbi FX NL se inuicem secant; vt in L. eodemque modo inuenietur punctum M ostendens ipsum D. B verò est in sectione, ductis igitur BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat. 1. *huius*.

PRAXIS.

Sit in subiecto plano punctum S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS; lineaq; sectionis sit FE; cui perpendicularis ducatur SR. intelligaturq; nunc planum sectio. ipsique FE perpendicularis rursus ducatur RX, quæ fiat æqualis AS. porrò perpendicularis RX coincidet cum perpendiculari SR, quoniam ambo sunt ipsi FE perpẽdiculares. Rursus accipiatur planum pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD, ducaturque SC, quæ ipsam FE in N dispescat. & à puncto C ipsi FE perpendicularis ducatur CF. Iunctisq; punctis FN, nunc habeatur planum pro sectione; & ab N ipsi FE perpendicularis ducatur NL. Iungaturque FX, quæ ipsam NL secet in L. patet punctum C in sectione apparere in L. eodemque modo inuenietur punctum M, quod ostendat in sectione punctum D. & quoniam punctum B in sectione reperitur, iungantur BL LM MB; apparebit figura BCD in BLM. vt perspicuum est, si sectio FXE subiecto plano erecta intelligatur, veluti AS; fueritque oculus in A. Vnde erit BLM apparens figura. quod fieri oportebat.

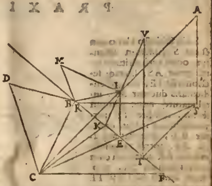


PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

MODVS DVODECIMVS.

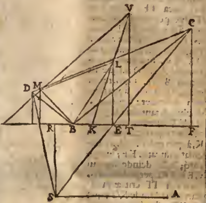
Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò sit absoluendum puncto distantiæ, ac puncto in sectione sumpto, vt oculus, æqualtò; ita vt ductis à duobus punctis ipsi sectionis lineæ perpendicularibus, pars, quæ inter perpendiculares interijcitur, sit æqualis perpendiculari à puncto distantiæ ad sectionis lineam ductæ.



Sit A oculus, cuius altitudo AS. & ab S sectionis lineæ BF perpendicularis ducatur SR. fiatque RT æqualis RS. & in sectione ipsi BF perpendicularis agatur TV, quæ fiat æqualis AS. data verò sit figura in subiecto plano BCD, oportet in erecta sectione figuram apparentē describere, duobusq; tantùm punctis VS vti. Iungatur SC, quæ BF secet in E; & in sectione ipsi BF ducatur perpendicularis EL. deinde ducatur CF ipsi BF perpendicularis. Fiatque FK ipsi FC æqualis, iungaturque KV, quæ ipsam EL secet in L.
Dico primùm punctum C apparere in L. primùm enim sicut in præcedentibus ostendetur punctum C apparere in aliquo puncto ipsius EL propter visualem radium CLA. At verò quoniam in triangulo SRT rectus est angulus SRT, erunt reliqui anguli RST STR simul sumpti vni
32. primi. recto æquales, cùm tres anguli trianguli sint duobus rectis æquales, quia ve-
5. primi. rò RS RT sunt æquales, erunt anguli RST RTS inter se æquales.
quare angulus RTS recti dimidius existit. similique ratione ducta CK, quoniam in triangulo CFK rectus est angulus CFK, erunt reliqui FCK FKC vni recto æquales; sunt verò anguli FKC FCK æquales, propter lineas FK FC æquales; ergo FKC recti dimidius existit, ac propterea
27. primi. angulus KTS angulo TKC est æqualis. & ob id linea ST ipsi KC
æquidistat. & quoniam in sectione linea TV est ipsi BF perpendicula-
1. huius. ris, & ipsi AS æqualis, erit punctum V punctum concursus ipsius KC,
quare linea KC in sectione apparet in KV. vnde punctum C in aliquo puncto lineæ KV apparebit, sed apparet etiam in linea EL; ergo vbi KV EL se inuicem secant, vt in L, apparet punctum C. parique ratione inuenietur punctum M ipsum D repræsentans; punctum vero B est in sectione; ergo iunctis BL LM MB, figura BCD in BLM apparebit. quare BLM in sectione figura existit apparens. quod facere oportebat.

PRAXIS.



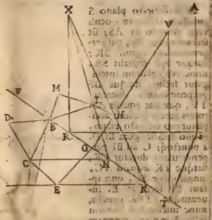
Sit in subiecto plano S punctum distantiæ; oculi verò altitudo sit AS; sit sectionis linea BF, cui perpendicularis agatur SR; fiatque RT æqualis SR. nunc verò planum intelligatur sectio, ipsique BF perpendicularis ducatur TV, quæ fiat æqualis AS. rursus autem planum accipiatur pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. à punctoq; C ad BF perpendicularis ducatur CF; fiatque FK æqualis FC. iungaturque SC, quæ ipsam BF secet in E. inuentisque FTEK punctis, nunc intelligatur planum sectio, & in plano, tanquam in sectione iungatur KV, & ab E ipsi BF perpendicularis agatur EL, quæ KV secet in L. ex dictis patet punctum C in sectione apparere in L; parique ratione inuenietur punctum M, quod ostendat ipsum D; B verò est in sectione, iunctis igitur BL LM MB, apparebit BCD in BLM. vt constat, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, vt etiam SA; oculusque fuerit in A constitutus. vnde perspicuè apparet, BLM esse in sectione figuram apparentem. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

DECIMVSTERTIVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò absoluere oporteat duobus punctis in sectione positis, vt oculus, æquealtis; ita verò constitutis, vt ductis perpendicularibus ad sectionis lineam, pars sectionis lineæ intercepta, sit æqualis lineæ perpendiculari à puncto distantiæ ad sectionis lineam ductæ, in quo puncto cadat etiam altera dictarum perpendicularium.

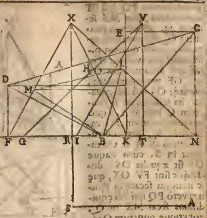


Sit oculus A, eiusque altitudo AS; sitque sectionis linea TF; & ab S ad TF perpendicularis ducatur SR; fiatque RT æqualis RS; in sectione autem erigantur perpendiculares RX TV, quæ fiant æquales ipsi AS. Dataque sit figura BCD. Oportet in erecta sectione apparentem describere figuram, duobusque tantùm vti punctis VX. sumatur in sectionis linea quoduis punctum K, à quo ipsi TF perpendicularis ducatur KE; iungaturque KX; deinde ducatur CE ipsi KE perpẽdicularis, quæ ipsi TF erit æquidistans. fiat deinde KG æqualis KE. sintque puncta K G taliter posita, vt linea GV lineam KX secare possit, vt in H. postea ducatur HL ipsi TF æquidistans. rursus à puncto C ad TF perpendicularis ducatur CN; iunganturque NX, quæ HL secet in L. Dico primùm punctum C apparere in L. simili enim modo iunctis ST EG; erit ST ipsi EG æquidistans, cùm sint triangula RST KGE similia,
6. sexti, cùm sit angulus rectus SRT, recto GKE æqualis, lateraque SR RT ipsis GK KE proportionalia, cùm sint æqualia. Quare, vt sæpè dictum
Ex 1. huius. est, ostendetur punctum V esse punctum concursus ipsius GE, vnde GE apparet in GV. parique ratione quoniam SR KE sunt ipsi KF per-
1. huius. pendiculares, ac propterea parallelæ, erit X punctum concursus ipsarum KE NC. quare KE in KX. NC verò in NX apparebit. vnde punctum E in H apparebit. & quoniam HL CE ipsi TF parallelæ sunt;
25. primi huius, apparebit EC in HL, NC verò apparet in NX, punctum ergo C in L apparebit. eodemque modo inuenietur punctum M, quod ostendat ipsum D, B verò est in sectione, iunctis igitur punctis BLM, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat.

PRAXIS.

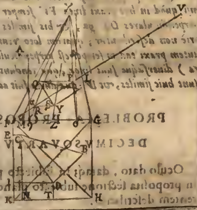
Sit in subiecto plano distantiæ punctum S, altitudoque oculi intelligatur SA, sit sectionis linea TF, à punctoque S ad TF perpendicularis ducatur SR; fiatque RT æqualis RS; & nunc accipiatur planum pro sectione; perpendicularesque ducantur TV RX ad sectionis lineam TF, quæ fiant æquales SA. Nunc autem rursus accipiatur planum pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. Deinde in sectionis linea

quoduis

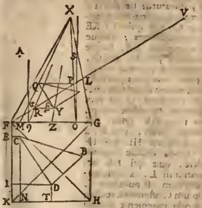


quoduis sumatur punctũ K; ducaturq; KE ipsi TF perpendicularis; ducanturque CN CE ipsis TF KE perpendiculares; fiatque KG æqualis KE. Itaque inuentis punctis NKG, accipiatur planum pro sectione. iungaturque KX, hoc tamen obseruato, nẽpe punctum G ad eam partem esse collocandum, vt linea GV ipsam KX secare possit, vt in H; à quo ducatur HL ipsi TF parallela. deinde iungatur NX, quæ ipsi HL occurrat in L. ex dictis manifestum est punctum L ipsum C ostendere. eodẽq; modo inuenietur punctũ M, quod repræsentet ipsum D; B verò est in sectione. si igitur iungantur puncta BLM, erit BLM figura in sectione apparens. vt perspicuè constat. si intelligatur sectio, lineaque AS subiecto plano erecta, oculusque fuerit in A. quod facere oportebat.

Absque lineis KE KX alter modus huic similis expeditiùs absoluetur, vt in sequenti: priùs autem quomodo alii pluribus lineis hoc vtuntur modo, explicabimus.



Nonnulli ponunt obiectum BCD intra quadratum FGHK; cuius ducunt diametros FH GK; à puncto autem C ducunt CN CE ad KH KF perpendiculares. deinde transferunt KN in FM, & loco sectionis lineæ, quæ esse deberet HK, vtuntur linea FG, ita vt KH FG pro vna linea deseruiant. ponuntque punctum X, ducuntque lineam FL, ac si FL tenderet in V. ducunt deinde MX, in qua sanè apparet punctum C. deinde transferunt KE in FO, ducuntque OX, quæ lineam FL secet in P. de-



niqueducunt PQ ipsi GF æquidistans, quæ MX secet in Q. asseruntq; punctum Q esse punctum apparens. quod quidem nihil aliud mihi videtur esse, nisi ac si ducatur linea OS ipsi GF perpendicularis, fueritq; OS ipsi KE æqualis; ita scilicet, ac si punctum C esset in A, à quo perpendicularis in FG caderet in M, perpendicularis verò ab A in OS caderet in S. cùm itaque OF sit æqualis OS, ductæque sint FV OX, quę se inuicem secant in P, linea verò PQ ipsi FG ęquidistans secat MX in Q. erit vtique punctum Q id, quod ostendit in sectione punctum C, ac si esset in A (quæ quidem praxis eadem est prorsus cum proximè allata) similiter à puncto D, ductis DT DI ipsis KH KF perpendicularibus, fiatque FZ æqualis KT, ducaturque ZX; deinde fiat F9 æqualis KI. ducaturque 9X, quæ secet FV in R, ducaturq; RY ipsi FG parallela, quæ secet ZX in Y. nimirum punctum D apparebit in Y. quod quidem idem est, ac si ducta esset 9α ipsi FG perpendicularis, fueritque obiectum in subiecto plano punctum β; à quo, ductis ad FG 9α perpendicularibus, caderent hæ in punctis Zα, estque 9α ipsi 9F æqualis. & ita in alijs.

Nulla propriè inest inter has duas operationes differentia, nisi quòd in hac praxi linea FV semper est eadem, diuersaq; sunt perpendiculares OS 9α, & his similes; quamuis hæ in praxi propriè non describantur; quarum loco vtuntur KE KI. In superiori autem praxi eadem semper est perpendicularis KE. (vt in ea figura) diuersaque sunt lineæ, quæ tendunt ad V, vt GV, & quæ sunt huic similes, vt IV; quæ ducta fuit ad inueniendum punctum M.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIX.

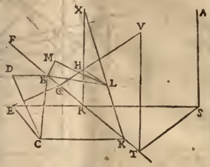
DECIMVSQVARTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteat

Oporteat rursus problema absoluere ijsdemmet duobus punctis, vt in præcedenti.

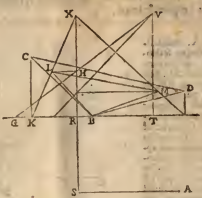
Sit oculus A, cuius altitudo AS; sitque sectionis linea TF, cui perpendicularis ducatur SR. fiatque RT æqualis RS, & in sectione à punctis RT perpendiculares erigantur RX TV, quæ fiant æquales ipsi AS. Dataque sit figura BCD. Oportet in erecta sectione figuram apparentem describere, duobusque tantùm vti punctis VX. Ducatur RE ipsi TF perpendicularis, vel quod idem est, producatur SR ad E, & à puncto C ipsis RE TF perpendiculares ducantur CE CK. erit vtique CE ipsi TF æquidistans. Deinde fiat RG æqualis RE, ac per consequens ipsi CK. sunt enim CK RE æquales, & parallelæ; quæ quidem RG fiat ad eam partem, vt ducta GV, ipsam RX secare possit, vt in H. & ab H ipsi TF æquidistans ducatur HL, quæ ipsam KX secet in L; Dico primùm punctum C apparere in L. Iungantur ST EG. Quoniam igitur in trian-
gulis SRT ERG, angulus SRT est æqualis angulo ERG, & vt SR ad 15. primi.
RT, ita ER ad RG, cùm hæc latera sint equalia; erit triangulum SRT 6. sexti.
triangulo ERG simile. quare angulus RST angulo REG est æqualis; 5. sexti.
ac propterea ST ipsi EG æquidistat. quod cùm sit TV ipsi AS equa- 27. primi.
lis, & ipsi TF perpendicularis, erit igitur punctum V punctum concur- 1. huius.
sus ipsius GE: vnde GE apparet in GV. quia verò SR est ipsi KC
æquidistans, cùm sint ipsi TF perpendiculares, & est RX ipsi AS equa-
lis, & ipsi TF perpendicularis, erit X punctum concursus ipsius KC, & 1. huius.
omnium ipsi KC equidistantium, vt ipsius RE. quare KC in KX, & RE in RX apparet. & quoniam GE apparet in GV, punctum E apparebit in H. at verò quoniam HL CE sunt ipsi TF equidistantes, linea EC apparebit in HL. Quoniam autem KC apparet in KX, ergo punctum C apparebit in L. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens. quòd cùm B sit in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat.



PRAXIS.

In subiecto plano sit S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur SA. sitque sectionis linea KT, cui perpendicularis ducatur SR. fiatque RT æqualis RS. atque tunc accipiatur planum pro sectione. ducanturque TV RX ipsi TK perpendiculares, quæ fiant æquales ipsi AS.

rursus



rursus accipiatur planum pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. & à puncto C ipsi KT perpendicularis ducatur CK. iungaturque KX. Deinde fiat RG ęqualis CK, & ad eam partem, ita vt ducta GV secet RX in H; ducaturque HL æquidistans KT, quæ secet KX in L. ex demonstratis punctum L ipsum C repræsentabit. Parique ratione inuenietur punctum M ostendens ipsum D. & existente B in sectione. iunctis BL LM MB, erit BLM figura apparens. vt perspicuum est, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, veluti AS, fueritque oculus in A. quod facere oportebat.

Alii quoque hanc praxim innuunt, sed secundo modo, vt initio diximus. vt scilicet obiectum ad vnam, visaque figura ad alteram sectionis lineæ partem describatur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

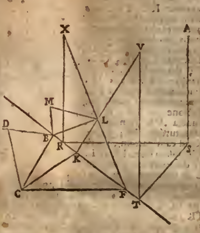
DECIMVS QVINTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Oporteatq; rursus problema perficere duobus punctis in sectione positis, vt oculus, ęquealtis, ac ita constitutis, vt ductis perpendicularibus ad sectionis lineam, pars sectionis lineæ intercepta, sit æqualis lineæ perpendiculari à puncto

distantiæ

distantiæ ad sectionis lineam ductæ, & vbi hęc perpendicularis sectionis lineę occurrit, altera quoque perpendicularium eidem puncto occurrat.

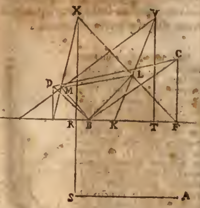


Sit oculus A, cuius altitudo AS. sitque sectionis linea BF; ducatur SR perpendicularis ipsi BF; fiatque RT æqualis ipsi RS; & à punctis RT in sectione perpendiculares agantur RX TV, quæ fiant æquales ipsi AS. sitq; data figura BCD. Oportet in sectione figuram apparentẽ describere, duorumq; tantùm punctorum VX vsu, ducatur à puncto C ad BT perpendicularis CF. fiatque FK æqualis FC: oportet autem punctum K ad eam partem collocare, ita vt ductis KV FX se inuicem secare possint, vt in L. Dico primùm punctum C apparere in L. iunctis enim ST CK. quoniam in triangulo SRT latera RS RT sunt æqualia, erunt anguli RST RTS interse æquales. & quoniam tres anguli trianguli duobus sunt rectis æquales, & angulus SRT est rectus, erit vnusquisque angulus RST RTS recti dimidius. similiter trianguli CFK angulus CFK est rectus, & latera KF FC interse sunt ęqualia; vnde ęquales sunt anguli FCK FKC, & vnusquisque est recti dimidius; ergo angulus KTS est angulo TKC æqualis; ac propterea linea ST est ipsi KC parallela, quia verò in sectione linea TV est ipsi TB perpendicularis, & ipsi AS æqualis, erit punctum V punctum concursus ipsius KC. Quare linea KC in KV apparet. Cùm autem SR CF sint ipsi TB perpendiculares, erunt interse parallelæ. quod cùm SR ipsi CF æquidistet, & in sectione linea RX sit ipsi TB perpendicularis, & ipsi AS æqualis, erit punctum X punctum concursus ipsius FC. quare CF apparet in sectione in FX. & est punctum C in vtraque linea KC FC, ergo apparebit punctum C in L, vbi nempe KV FX se inuicem secant. parique ratione inuenietur punctum M ipsum D repræsentans. & quoniam punctum B est in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat.

5. primi.
32. primi.
5. primi.
27. primi.
1. huius.
1. huius.

PRAXIS.

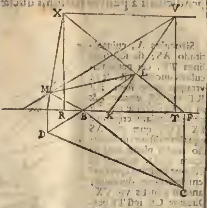
Sit punctum S in subiecto plano punctum distantiæ, vbi nempè cadit perpendicularis ab oculo in subiectum planum; cuius quidem oculi altitudo intelligatur AS. sitque sectionis linea BF, cui perpendicularis ducatur SR. fiatq́ue RT æqualis SR. Nunc verò planum intelligatur ſectio; à punctisq́ue TR ipſi BF perpendiculares agantur RX TV, quæ fiant æquales ipſi SA. Nũc autem rurſus accipiatur planum pro ſubiecto plano, in quo ſit data figura BCD. Ducatur à puncto C ad BT perpendicularis CF, fiatq́ue FK æqualis FC. Inuentisq́ue punctis FK, nunc accipiatur planũ pro ſectione per TR, & per puncta VX tranſeunte. iungaturq́ue FX; ſitq́ue K ad eam partem, ita vt KV ipſam ſecet FX in L. ex demonſtratis punctum L in ſectione ipſum C repræſentabit. eodemq́ue prorſus modo inuenietur punctum M ipſum D oſtendens. quòd cùm ſit punctum B in ſectione, iunctis BL LM MB, erit BLM apparens in ſectione figura. vt patet, ſi intelligatur (manente TR) ſectio vnà cum figura BLM ſubiecto plano erecta, veluti SA eidem quoque plano erecta, fueritq́ue oculus in A. quod facere oportebat.



Quamuis modus hic paucis abſoluatur lineis; ſi adhuc magis linearum confuſionem euitare placuerit (vt nonnulli fecere, quamuis quibuſdam diagonalibus lineis vtantur, quæ praxim longiorem efficiunt) poſſumus obiectum BCD collocare in alio ſitu vnà cum linea BF, cui ſimiliter ducatur CF perpendicularis; & fiat FK æqualis FC, quæ quidem puncta deinde in alteram ſectionis lineam reportentur, à quibus ad XV lineæ ſimiliter ducantur; eodemq́ue modo erit punctum L inuentum. & ita in reliquis. quod ſanè alijs, qui dicti ſunt, modis, & qui dicendi ſunt, aptari potent, ita vt ſeorſum fiat delineatio quouſque ſumitur planum pro ſubiecto plano; & poſtquam inuenta ſunt puncta in ſectionis linea, tunc quia planum deinde pro ſectione accipitur, poſſunt inuenta puncta in aliam transferri lineam, quæ pro ſectionis linea, planumq́ue pro ſectione deſeruiet, quibus puncta, apparentesq́ue figuræ in ſectione abſque confuſione deſcribi poterunt. vel hoc quoque modo.

Sit ſimiliter obiectum BCD ad vnam, puncta verò XV ad alteram partem ſectionis lineæ, ita ſcilicet, vt perpendiculares XR VT ſint ſimiliter æquales oculi altitudini. ſitq́ue punctum R, vbi cadit à puncto diſtantiæ ad ſectionis lineam perpendicularis. Deinde ſit RT æqualis dictæ perpendiculari. Ducatur CF ipſi KT perpendicularis, fiatq́ue FK æqualis FC, ita vt ductæ lineæ FX KV ſe inuicem ſecent in L. Porrò punctum L oſtendet in ſectione ipſum C. Parique ratione inuenietur

punctum



punctum M ipsum D ostendens. Quare ductis lineis BL LM LB, erit BLM figura in sectione apparens; ea tamen habita consideratione, vt initio huius libri iuxta formam secundi modi monuimus.

In hac praxi, veluti etiam in alijs nonnullis, absque lineis etiam RX TV patet nos posse vbicunque cõstituere punctum X, cuius linea perpendicularis ad sectionis lineam ducta intelligatur esse æqualis altitudini oculi supra subiectum planum, quæ quidem perpendicularis sectionis lineæ occurrat, vbi à puncto distantiæ ad sectionis lineam perpendicularem cadere concipimus. siue intelligamus punctum X esse id, vbi ab oculo in sectionem perpendicularis cadit. deinde constituere possumus punctum V in ducta linea XV sectionis lineæ parallela; ita vt distantia XV intelligatur esse æqualis perpendiculari, quæ à puncto distantiæ ad sectionis lineam ducta fuerit. His namque modis puncta XV semper concursus puncta existent. Quare in hac praxi non semper indigemus lineis RX TV, neque perpendiculari, quæ à puncto distantiæ ad sectionis lineam ducitur.

Hæc autem, & in iis, quæ antea dicta sunt, & quæ dicenda sunt, similiter considerari quandoque possunt. quæ tamen breuitatis studio prætermittimus.

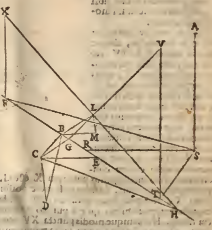
PROBLEMA PROPOSITIO XXI.

DECIMVSSEXTVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Ad perficiendum verò problema vti oporteat duobus punctis in sectione, vt oculus, æqualis, ita collocatis, vt tribus ductis perpendicularibus, ab his scilicet punctis, &

à puncto distantiæ ad sectionis lineam, partes vtrinque perpendiculari à puncto distātię ductæ sint ęquales.



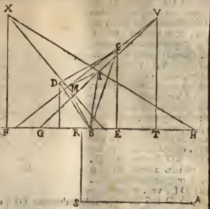
Sit oculus A, cuius altitudo AS; sit sectionis linea TF, cui perpendicularis ducatur SR. & ex vtraque parte fiant RF RT ipsi SR æquales. & in erecta sectione ipsi TF perpendiculares erigantur FX TV, quæ ipsi AS ęquales existant. in subiecto autem plano data sit figura BCD. oportet in sectione figuram apparentem describere, duobusq; tantùm punctis vti VX. Ducatur CE ipsi TF perpendicularis, & à puncto E ex vtraque parte fiant EG EH ipsi CE æquales, ducanturq; HX GV, quæ se secent in L. Dico primùm punctum C apparere in L. Iungantur SF ST, CG CH, & (vt in præcedenti) quoniam triangulum SRT habet rectum angulum SRT, & habet latera RS RT æqualia; erit vnusquisque angulus RST RTS recti dimidius. eademq́ue ratione triangulum CEG habet rectum angulum ad E, latera verò EC EG æqualia; ergo & vnusquisque angulus ECG EGC recti dimidio est æqualis. quare angulus GTS est æqualis angulo TGC. & ob id ST est ipsi CG parallela. & quia in sectione linea TV perpendicularis est ipsi TF, & est TV æqualis SA; erit punctum V punctum concursus ipsius CG. Quocirca linea CG in GV apparebit. simili modo ostendetur in triangulo æquicrure RSF angulum RFS recti dimidium esse, & in trangulo ęquicrure ECH angulum EHC recti dimidium esse. quare anguli HFS FHC sunt interse æquales, lineæq́ue SF HC ęquidistant. Vnde existente FX ipsi HF perpendiculari, ipsiq; AS ęquali, erit punctum X punctum concursus ipsius HC. quare linea HC apparebit in HX, vnde sequitur punctum C apparere, vbi GV HX se inuicem secant, vt in L. eademque ratione inuenietur punctum M ostendens ipsum D. cùmq́ue sit B in sectione. ductis BL LM MB; apparebit BCD in BLM. eritque propterea LBM figura apparens, quod facere oportebat.

I. huius.

P R A X I S.

In subiecto plano sit S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS. sit sectionis linea TF, & à puncto S ipsi TF perpendicu-

latis



laris ducatur SR, & ex vtraque parte fiant RF RT ipsi RS çquales. Inuentisque punctis TRF, intelligatur nunc planum sectio. & à punctis FT ipsi TF perpendiculares agantur FX TV, quæ ipsi SA fiant æquales. Rursus autem accipiatur planum pro subiecto plano, in quo data sit figura BCD. & à puncto C ipsi TF perpendicularis ducatur CE; & ex vtraque parte fiant EG EH ipsi CE çquales. inuentisque punctis GH, nunc habeatur planum pro sectione, quæ per HF, & per puncta VX transeat. Iunganturq; HX GV, quæ se secent in L. ex demonstratis punctum C in sectione apparebit in L. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D repræsentans. cùmque sit B in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione figura apparens. quod apertè conspicitur, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, vt etiam SA; oculusque in A existat. quod fieri oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXII.

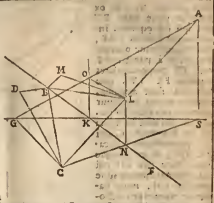
DECIMVSSEPTIMVS MODVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò conficere oporteat duobus punctis, puncto scilicet distantiæ, ac puncto oculi.

Sit oculus A, cuius supra subiectum planum altitudo sit AS; sit sectionis linea BF. data verò sit figura in subiecto plano BCD. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere; oporteatque duobus tantùm punctis AS vti. Ducatur SKG ipsi BF perpendicularis, quæ ipsam BF in K dispescat; & à puncto C ipsi SG perpendicularis ducatur CG, quæ nimirum ipsi BF erit çquidistans. ducanturque SNC, deinde à puncto K in sectione ipsi BF perpendicularis ducatur KO. iunctaque GA

ipsam



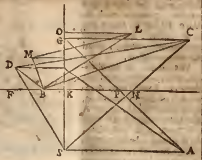
ipſam OK ſecet in O. ſecabit enim, quoniam cùm ſit ſectio ſubiecto plano erecta, & in ipſa eſt OK ipſi BF (quæ ipſius ſectionis, & ſubiecti plani eſt communis ſectio) perpendicu-
38. vndecimi. laris, erit OK ſubiecto plano erecta. ac propterea
6. vndecimi. ipſi AS æquidiſtans, quandoquidem AS ſemper eſt ſubiecto plano erecta ſuntque propterea SA KO GA in vno, & eodem plano. quare linea GA ipſam KO ſecabit, vt in O. à puncto autem O ipſi KO perpendicularis ducatur OL, vel, quod idem eſt, ab O ipſi BF æquidiſtans ducatur OL, quæ fiat æqualis KN. Dico primùm punctum C apparere in ſectione in L. Iungatur LN. Quo-
33. primi. niam enim OL eſt ipſi KN æqualis, & æquidiſtans, erit LN ipſi quoque OK & æqualis, & æquidiſtans; eſt autem OK ſubiecto plano ere-
8. vndecimi. cta, erit igitur & LN ſubiecto plano erecta. quare LN ipſi AS æquidiſtat. ducto igitur viſuali radio CA, ſecabit CA ipſam NL. & quoniam
6. vndecimi. punctum N eſt in ſectione; apparebit NC in linea NL. At verò ſi accipiamus lineam GA pro viſuali radio, apparebit punctum G in O. &
Ex 4. & 5. huius. quoniam OL CG ſunt ipſi BF parallelæ, linea GC apparebit in OL. quoniam autem punctum C in vtraque linea NC GC reperitur, apparebit punctum C in L; vbi ſcilicet NL OL ſeſe diſpeſcunt. eodemque modo inueniemus punctum M ipſum D repræſentans. B. verò eſt in ſectione; ergo iunctis BL LM MB, erit BLM figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

Inueniemus quoque punctum L in linea NL ipſi BF perpendiculari, facta ſcilicet NL æquali KO. vt ex demonſtratione patet.

PRAXIS.

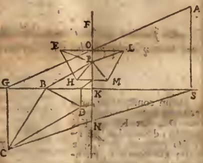
Sit in ſubiecto plano punctum S punctum diſtantiæ; oculi verò altitudo ſit SA; ſitque ſectionis linea FN. In hoc operandi modo oportet, vt SA ſit ipſi FN æquidiſtans; figura verò in ſubiecto plano ſit BCD. Ducatur à puncto S ipſi FN perpendicularis SKG; ducaturque CG ipſi SG perpendicularis; deinde iungantur SC AG, quæ ſectionis lineam in NP diſpeſcant. Inuentis itaque punctis NKP, nunc accipiatur planum pro ſectione, ducaturque KO ipſi FN perpendicularis; quæ, quoniam

cum

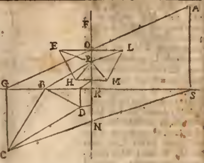


cum KG coincidit, fiat KO ipsi KP æqualis, à punctoq; O ipsi FN æquidistans ducatur OL, quæ fiat æqualis KN. ex dictis punctum L in sectione ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens. quòd cùm sit B in sectione, ductis BL LM MB, erit BLM in sectione figura apparens. vt patet, si intelligatur sectio vnà cum BLM, & linea OL subiecto plano erecta. veluti si intelligatur eidem quoque plano erecta linea AS; sitque simul manente SG triangulum ASG vnà cum linea KP subiecto plano erectum. hoc enim modo punctum P cum O coincidet. perspicuèque apparet figuram BLM esse in sectione figuram apparentem. quod fieri oportebat. I. huius.

ALITER.



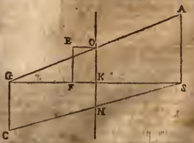
Alio quoque modo hăc operatione absoluere possimus, vt fit à nonnullis. sit enim eodem modo S punctum distantiæ; AS verò oculi altitudo. sectionis autem linea sit FN, figuraque data BCD. quę quidem omnia in subiecto plano iacere intelligendū est, lineamque AS ipsi FN æquidistantem esse. Ducatur similiter SKG ipsi FN perpendicularis, cui perpendicularis ducatur CG. Ducanturq; SNC AOG. inuentisq; punctis NKO, nunc planum intelligatur sectio; ducaturque OL ipsi KO perpendicularis, fiatque OL æqualis KN. ex demonstratis punctum L repræsentabit in sectione ipsum C. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D repræsentans. Quoniam autem punctum B est in linea SG, ducta ex B linea ad A, quæ KF secet in P, perspicuum est punctum B apparere in P. Ductis igitur lineis LP PM ML, erit LPM apparens figura. vt patet, si intelligantur SG KN, ac figuram BCD in subiecto plano manere, lineæ verò KF SA vnà cum OL, & figura LPM intelligantur subiecto plano erectæ: planum verò figuræ PLM in plano per KN ducto, subiectoque plano erecto existat, quod facere oportebat.



His autem ita constitutis, obseruandum occurrit, figuram LMP (quæ ab ipsis describitur) non esse eã, quæ propriè ab oculo A spectatur. Nam LMP dum est supra KN collocata, vt diximus, ad eam partem vergit, quę est versus BCD, & non versus oculum, ideo vt propriè describatur figura, quam oculus cernit, meliùs erit fortaßè ad alteram partem ipsius KF figuram EPH eadem constructione inuenire. nempè ducendo OE ad KF perpendiculari, quæ similiter fiat æqualis KN. deinde eodem modo inueniatur punctum H, junganturque EHP. & quando concipimus AS KF esse plano SGC erectas, tunc intelligatur planum EHP ita esse constitutum, vt productum transeat per lineam KN, quæ in subiecto plano esse intelligi debet, sicuti diximus. atque hoc modo apparens figura EHP erit propriè ea, quæ ab oculo spectatur. siquidem EPH vergit se ad oculum. sunt quippe figuræ LMP EPH interse æquales, diuersimodè tamen sunt quò ad oculum lineatæ. vt perspicuum est. quod quidem animaduertere necesse erat.

Alii similiter constructione parùm ab hac differente vtuntur, ex qua vniuersalis regula elici potest in hunc modum;

Eadem construantur, vt in proxima figura, ductaque linea OE, fiat KF ipsi KN ęqualis; ducaturque FE ipsi KG perpendicularis, quæ ipsam OE secet in E; erit similiter inuentum punctum E, vbi apparet C. intelligendo scilicet planum ASG supra SGC erectum, punctumque F esse in N, & FE supra planum SGC itidem erecta. vnde erit OE ęquidistans KN, & ipsi æqualis. quæ quidem omnia ex demonstratione perspicua sunt.



PROBLE-

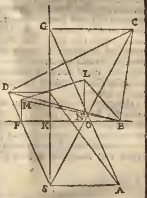
PROBLEMA PROPOSITIO. XXIII.

MODVS DECIMVSOCTAVVS.

Oculo dato, dataq; in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Oporteat autem problema rurſus abſoluere ijſdem duobus punctis.

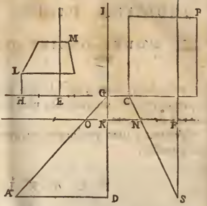
PRAXIS.



Sit in ſubiecto plano punctum S ſimiliter punctum diſtantiæ, oculi verò altitudo AS, quæ ſit ſectionis lineæ BF æquidiſtans. data verò figura BCD. Ducatur SKG ipſi BF perpendicularis, à punctoque C ipſi SG perpendicularis ducatur CG; junganturque AG SC, quæ lineam ſectionis BF ſecent in punctis NO. Inuentisque punctis NO, nunc planum intelligatur ſectio, ipſique KB perpendicularis ducatur NL, quæ fiat æqualis KO. ex præcedenti demonſtratione punctum L oſtendet in ſectione ipſum C. eodemque modo inuenietur punctum M ipſum D oſtendens. quòd cùm ſit B in ſectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in ſectione apparens figura. quod quidem patet, ſi manentibus FB SG conuertatur triangulum ASG vnà cum linea KO, donec ſubiecto plano fiat erectum: intelligaturque ſectio cum figura BLM vnà cum linea NL ſubiecto plano erecta; oculusque fuerit in A. quod fieri oportebat.

A nonnullis hæc praxis conficitur hoc modo.

Sit nempè obiectum BC; ſitque ſectionis linea FK; & ſit S punctum diſtantiæ, à quo ad FK perpendicularis ducatur SF. Deinde aliam ducunt lineam IK ad FK itidem perpendicularem. Verùm oculi altitudo vbi collocanda ſit, rectè quidem non docent: quæ tamen ſupra lineam IK productam collocanda eſt; vt constructio ſuum ſortiatur effectum. ita ſcilicet, vt producta IK in D, factaque KD ipſi FS æquali, ducatur de-



inde DA secundùm oculi altitudinem ipsi DI perpendicularis, intelligaturque DA oculi altitudo supra subiectum planum. Praeoncipere antem oportet puncta SD pro vno tantùm puncto deseruire, ac si D esset in S, lineaque DG esset in SF. itaque si ducatur CG parallela FK, deinde ducatur SC, quae lineam FK secet in N, iungaturq; GA, quae ipsam similiter FK secet in O, si igitur ab N duceretur linea perpendicularis ipsi FK, quae fieret aequalis KO, inuentum erit punctum, in quo apparet ipsum C. sed ob minorem adhuc confusionem seorsum figuram apparentem describunt, vt exponatur linea EH, quae pro sectionis linea deseruiet. constituaturque vbicunque punctum E, quod puncto F respondeat. deinde ad easdem partes fiat EH æqualis FN. ducaturque HL ipsi EH perpendicularis, fiatque HL æqualis KO; nimirum punctum L repræsentabit punctum C. quod idem fiat alijs punctis. vnde apparentem habebimus figuram LM, quae obiectum BC ostendet. quod patet, si intelligantur puncta EH in FN, planumque HM subiecto plano erectum; fueritque oculus supra S altitudine DA; quod facere oportebat.

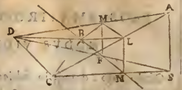
Hanc praxim alij clariorem, ac breuiorem reddiderunt. quia duabus lineis DI SF non vtuntur; loco enim duarum linearum DG SF vna tantùm vtuntur linea SF; lineamque DA (quam rectè oculi altitudinem nominant) similiter efficiunt perpendicularem ipsi SF; cæteraque eodem modo fiunt; figuramque itidem inueniunt LM. quia longitudinem lineæ KO inueniunt in linea FN.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIV.

DECIMVSNONVS MODVS.

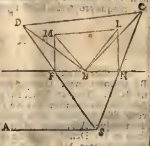
Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Rursusque oporteat problema duobus tantùm punctis absoluere, puncto nempe distantiæ, ac puncto oculi.



Sit rursus oculus A, cuius altitudo AS. sitque sectionis linea BN. data verò figura BCD. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere, duobusque tantùm punctis AS ad vsum assumptis. Ducatur SC, quæ lineam BN secet in N; & à puncto N in sectione perpendicularis ipsi BN ducatur NL; fiatque vt SC ad CN, ita AS ad NL. Dico primùm punctum L in sectione ipsum C repræsentare. Quoniam enim sectio est subiecto plano erecta, in qua ducta est NL perpendicularis ipsi BN, quæ ipsius sectionis, ac subiecti plani communis est sectio, erit LN subiecto plano erecta. atqui subiecto plano erecta est quoque AS, ergo NL ipsi AS æquidistat. quòd cùm sit SC *Ex 38. vndecimi.* ad CN, vt AS ad NL, ducta linea CLA recta erit. ac propterea visualis radius CA transibit per punctum L. ergo punctum C in sectione *6. vndecimi.* apparet in L. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens. vt si fiat SD ad DF, ita AS ad FM; B verò est in sectione, iun- *22. primi. huius.* ctis igitur BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura.

PRAXIS.



In subiecto plano sit S punctum distantiæ, oculi verò altitudo intelligatur AS. sit sectionis linea NF. data verò figura BCD. Ducatur SC, quæ lineam NF secet in N. deinde planum intelligatur sectio; ipsique NF perpendicularis ducatur NL; & vt SC ad CN, ita fiat AS ad NL. ex dictis punctum L ipsum C repræsentabit. eodem modo ducta SFD, si fiat AS ad FM, vt est SD ad DF, punctum M ipsum D repræsentabit. quòd cùm B sit in sectione, erit (iunctis BL LM MB) figura BLM in sectione figura apparens. vt manifestò constat, si intelligatur sectio subiecto plano erecta, vt etiam AS, & in A sit oculus. quod fieri oportebat.

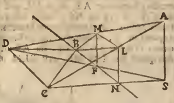
Absque proportionis consideratione fieri poterit, vt in sequenti; quamuis proportio inueniatur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXV.

MODVS VIGESIMVS.

Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

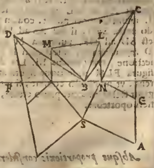
Oporteatque rursus operari ijsdemmet duobus punctis.



Eadem prorsus exponantur. Ducaturque SNC; & in sectione ducatur NL ipsi NF perpendicularis, quę similiter ostēdetur esse ipsi AS parallela. Quare ducta AC, secabit vtique AC ipsam NL. sunt quippe dictæ lineæ in eodem plano. Itaque AC secet ipsam NL in L. quod si intelligatur CLA visualis radius, punctum L ipsum C in sectione repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum M, eritque propterea BLM figura in sectione apparens.

7. *vndecimi.*

P R A X I S.



Sit similiter S punctum distantiæ, BF sectionis linea. Dataque figura sit BCD. Ducatur SNC, cui perpendiculares ducantur NG SA; fiat verò SA altitudini oculi æqualis. ducaturque AC, quæ ipsam NG secet in G. Deinde tanquam in sectione ducatur NL ipsi NF perpendicularis, quæ fiat æqualis NG. porrò punctum L in sectione ostendet ipsum C. quod vtique patet; si intelligatur sectio vnà cum ML subiecto plano erecta, manenteque SC, triangulum SCA similiter subiecto plano intelligatur erectum. tunc enim linea NG existeret in sectione, quæ cum NL prorsus conueniret, tanquam linea vna. vnde puncta GL vnum tantum punctum existerent. eademque ratione inuenietur punctum M ipsum D in sectione ostendens. Ductis igitur lineis BL LM MB, erit BLM in sectione apparens figura. quod facere oportebat.

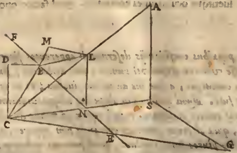
Faciliùs adhuc fiet in hunc modum.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVI.

MODVS VIGESIMVSPRIMVS.

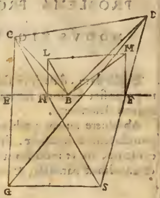
Oculo dato, dataq; in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Absoluere autem problema oporteat duobus punctis, puncto scilicet distantiæ, alteroq; puncto in subiecto plano existente, ita vt recta linea hæc puncta connectens sit sectionis lineæ parallela, & oculi altitudini æqualis.



Sit oculus A, cuius altitudo AS, sit sectionis linea EF, cui æquidistans sit SG, quæ fiat æqualis ipsi AS. data verò figura sit BCD. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere, oporteatque duobus tantùm punctis SG vti. Iungantur SC GC, quæ lineam EF secent in EN. & à puncto N in sectione ipsi EF perpendicularis ducatur NL, quæ fiat æqualis NE. Dico primùm punctum C apparere in L. Quoniam enim EN ipsi SG æquidistat, erit triangulum SGC triangulo NEC simile, & vt SC ad CN, ita SG ad NE, hoc est AS ad NL; siquidem sunt AS SG, LN NE æquales. quare ex præcedentibus punctum C apparet in L, cùm sit SC ad CN, vt AS ad LN; sitque propterea CLA recta linea eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D repræsentans. B verò est in sectione, iunctis igitur BL LM MB, erit BLM in sectione figura apparens. *Ex 4. sexti.* *24. huius.*

PRAXIS.

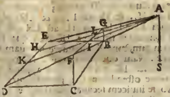


Sit in subiecto plano S punctum distantiæ. sitque SG æqualis altitudini oculi, quæ sit sectionis lineæ FE parallela. figura verò data sit BCD. Iungantur SC GC, quæ ipsam EF in punctis NE dispescant. Inuentoque puncto N planum intelligatur sectio, & ipsi EF perpendicularis ducatur NL, quæ fiat æqualis ipsi NE. ex dictis punctum L in sectione ipsum C repræsentabit. eodemq; modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens; B verò est in sectione, iunctis BL LM MB, erit BLM in sectione figura apparens, vt perspicuum est, si intelligatur sectio vnà cum figura BLM subiecto plano erecta; veluti si intelligatur quoque linea ipsi SG æqualis eidem plano erecta; fueritque oculus in ea collocatus. quod facere oportebat.

In praxibus conficiendis describendi apparentes figuras, necessarium esse videtur aliquo vti puncto, siue distantiæ, siue oculi, aut punctis concursus; atque his ad minùs duobus; vt in præcedentibus factum fuit. Quòd quamuis in aliquibus aliqua videatur praxis vnò duntaxat puncto elaborata; re ipsa tamen ad minùs duo sunt. sed hoc euenit, quia alterum punctum operando non apparet; ad quod siue vna, siue plures lineæ tendunt. quod quamuis videatur necessarium; attamen absque auxilio dictorum vllorum punctorum fieri quoque potest. quod quidem apud plerosque paradoxum fortasse videtur; est tamen verissimum, & à nonnullis etiam cognitum; non ita tamen, vt simpliciter absque aliquo ex præfatis punctis omninò praxis fieri possit; sed quia omnia datæ figuræ puncta absque illis omninò, vbi apparent in sectione, inueniri possunt. quod quidem, vt quo pacto ab aliis traditum fuerit, cognoscatur, his à nobis præmissis faciliùs intelligetur.

L E M M A.

Sit parallelogramma figura BCDE in ſubiecto plano; ſit verò S punctum diſtantiæ; ſitq́ue A oculus; linea verò ſectionis ſit BC; figuraq́ue BCDE in erecta ſectione appareat in BCFG. ſumanturin DE vbicunque, & quotcunque puncta HK, radijq́ue ducanturH A KA, qui ſecent FG in punctis IL. Dico lineam GF ſimiliter eſſe diuiſam, hoc eſt in eadem proportione punctis LI, veluti ED punctis HK.



Quoniam enim DE parallela eſt BC, erit ED parallela quoque GF. quare cùm GL æquidiſtet EH, erit HA ad AL, vt EH ad GL. ob eandemq́ue cauſam erit HA ad AL, vt HK ad LI; vnde EH ad GL eſt, vt HK ad LI: & permutando EH ad HK, vt GL ad LI. pariq; ratione oſtendetur HK ad KD ita eſſe, vt LI ad IF. In eadem igitur proportione diuiſa eſt GF in LI, veluti eſt ED in HK, quod demonſtrare oportebat.

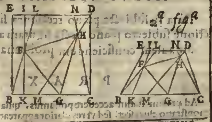
Ex 25. primi huius.
Ex 4. ſexti.
11. quinti.
16. quinti.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVII.

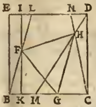
MODVS VIGESIMVS SECVNDVS.

Data in ſubiecto plano rectilinea figura, in propoſita ſectione ſubiecto plano erecta figuram apparentem deſcribere.

Oporteat autem problema abſoluere, vt modo diximus.



Data ſit figura FGH in prima figura; ſitq́ue BC ſectionis linea. Deſcribatur quadratum, ſiue parallelogrãma figura BCDE, quæ intus contineat datam figuram FGH. Deinde per F ducantur lineæ vtcunque IFK BFL, ita vt ad BC ED pertingere poſſint: ſimiliterq́ue per H ducantur DHM



2ª fig.ª

CHN. & ad euitandam linearum confusionem transferatur linea BC in alium situm, vt in secunda figura. intelligaturque BC sectionis linea. Inueniaturq; ex præcedentium aliqua secundùm distantiam, & altitudinem oculi datam, tanquam in erecta sectione apparens figura BCDE, quæ repræsentet figuram BCDE primæ figuræ. & est inuenienda, ac si BC secundæ figuræ esset in BC primæ. siquidem in hac linea BC primæ figuræ intelligitur sectionis linea. Deinde diuidatur æqualiter BC secundæ figuræ in KMG, veluti diuisa est BC primæ figuræ. postea proportionaliter diuidatur ED secundæ figuræ, veluti diuisa est ED primæ; vt quam proportionem habet in prima figura EI ad IL, & IL ad LN, & LN ad ND, eandem habeat in secunda figura EI ad IL, & IL ad LN, & LN ad ND. In secundaque figura iungantur similiter IK BL, quæ se inuicem secent in F. Dico primùm punctum F ostendere tanquam in sectione punctum F primæ figuræ. Nam quoniam puncta IK primæ figuræ apparent in IK secundæ, linea IK primæ figuræ apparebit in linea IK secundæ. eademque ratione ostendetur BL primæ figuræ apparere in BL secundæ. quare (vbi se inuicem secant) punctum F primæ apparebit in F secundæ figuræ. Parique ratione in secunda figura connectantur DM CN, quæ sese dispescant in H, nimirum punctum H primæ figuræ apparebit in H secundæ. Itaque iungantur in secunda figura GF FH HG (quoniam punctum G existit in sectione) obiectum FGH in prima figura apparebit in FGH secundæ. quod facere oportebat.

Aliis quoque modis huiusmodi alia inueniri possent, nos tamen sequentem adinuenimus modum, qui perbreuis est, maximamque secum affert facilitatem.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVIII.

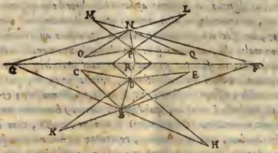
MODVS VIGESIMVSTERTIVS.

Data in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Sit autem conficiendum problema, vt diximus.

PRAXIS.

Ad praxim statim accedere possumus, quia simul cum operatione demonstratio elucescet. sed vt res clarior appareat, ne fiat linearum confusio,



obiectum quidem ad vnam, figuram verò appparentem ad alteram sectionis lineæ partem describemns; quæ tamen obiectum ostendet, vt initio huius adnotauimus. Itaque data sit figura BCDE; sectionisque linea sit FG, sumantur in subiecto plano duo vtcunque puncta HK, ita tamen, vt puncta HK longiùs à sectionis linea distent, quàm figura BCDE oportet in plano tanquam in sectione figuram apparentem describere. Sit autem notum punctum distantiæ, necnon oculi altitudo, & ex præcedentium aliqua, vt magis libuerit, inueniatur tanquam in sectione punctum L ipsum H repræsentans, & punctum M ipsum K similiter ostendens. His itaque inuentis, si datæ figuræ punctum aliquod inuenire voluerimus, vbi videlicet punctum B apparet in sectione; ducantur HBG KBF vsque ad sectionis lineam. inuentisque punctis FG, nunc accipiatur planum pro sectione, iunganturque GL FM, quæ se secent in N. Dico primùm punctum N in sectione ipsum B repręsentare. Nam quoniam punctum L ipsum H repræsentat, G verò cùm sit in sectionis linea, in sectione reperitur; ac propterea seipsum ostendit. linea igitur GL ipsam GH repræsentabit. Parique ratione, qnoniam punctum M ipsum K repræsentat, F verò est in sectione, linea FM ipsam FK repręsentabit. at verò punctum B in vtraque existit linea HG KF, ergo punctum N, vbi GL FM se inuicem secant, ipsum B repręsentabit. eodemque prorsus modo inuenietur punctum O ipsum C ostendens, P verò ipsum D, & Q ipsum E. Quocirca iunctis NO OP PQ QN, figura quippè NOPQ erit figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

Est quoque obseruandum in hoc casu nos posse accipere puncta BH, siue BK, quæ nobis deseruiant loco punctorum HK, vt inueniamus, vbi apparent puncta CDE in sectione, quemadmodum etiam nobis puncta BD deseruient ad inueniendum, vbi apparent puncta EC, & ita in alijs.

Magis enim puncta BH, necnon puncta BK distant à sectionis linea FG, quàm puncta CDE; & in sectione inuentum est punctum N ipsum B repræsentans; vnde si ducantur, exempli gratia, HD BD vsque ad sectionis lineam FG, à quibus ducantur lineæ ad LN, similiter transibunt per punctum P, quod in sectione ipsum D ostendit. pariquè ratione, cùm puncta BD longiùs absint à linea FG, quàm puncta CE, auxilio punctorum BD, & NP, alia puncta OQ, vbi scilicet CE in sectione apparent, similiter inueniemus. atque ita ea puncta, quæ à sectionis linea magis distant, ad inueniendum in sectione puncta sectionis lineæ propinquiora, optimè deseruient.

Cùm hucusque à nobis varii multiplices, iique vniuersales modi, quibus figuras in sectione apparentes describere possumus, traditi sint, in inueniendis aliis modis immorandum amplius minimè videtur; ne affectata prolixitate tædium legentibus afferramus. cùm adhuc multi alii, ac fermè (vt ita dicam) innumerabiles modi ad describendas in sectione figuras apparentes inueniri possint; ac faciliorum omnium demonstrationes, praxesque ex iis, quæ dicta sunt, in medium afferri possunt; vt à nobis præstitum fuit; & ea præcipuè methodo à nemine (quòd ipse viderim) hactenus meditata. nec piguit in omnibus ferè propositis ordinibus, multa, cùm in demonstrationibus, tum in praxibus, repetere; vt hac ratione qualibet demonstratio, & praxis seorsum intelligi, perficique possit; siquidem neque alterum ab altero dependet, sed vniuersalis existit, ac nullius alterius adminiculo per se consistere potest. Quod quidem primùm per lineas, deinde per puncta, & hac modò lineis æquidistantibus, modò perpendicularibus, modò vtrisque, nec non & aliis quibusdam figuras apparentes describere docuimus; prout varia in praxibus consistendis assumpta sunt puncta. Et quamuis modi aliqui interse idem esse videantur, nonnulli verò parum differentes, eos tamen distinctè attulimus, tum vt praxes magis elucescant (quandoquidem modica in his differentia alterum ab altero diuersum efficere potest), tum quia eadem puncta, quibus absoluuntur, diuersimodè collocantur; & adhuc quoniam aliquis modus tribus quandoque eget punctis ad praxim absoluendam, alius verò duobus tantùm punctis quandoque perficitur. Amplius seorsum alterum ab altero collocauimus; vt separatim appareat operandi facilitas, & breuitas; quæ in hac facultate summoperè attendendæ sunt. Modi enim, qui lineis vtuntur perpendicularibus situm habent punctorum concursus determinatum, magnamque exibent commoditatem, ac facilitatem; & quo ad praxim quandam operandi securitatem secum afferunt. Insuper eos ita seiunctos collocauimus, vt modi ab aliis traditi seorsum cognoscantur, etsi perpauci sint; à quibus ea tantùm selegimus, quæ vniuersalia sunt. quandoquidem circa multa particularia multum tempus conteratur, quod propterea factum à nobis fuit, vt ex nostris principiis eorum modorum præcipuè rationes, ac demonstrationes perspicuæ quoque reddantur. cùm ferè ab aliis demonstrationes prorsus omissæ sint; siquidem praxes tantùm docuerunt. quòd si ab aliquo circa demonstrationem aliquid prolatum fuit, vix ta-

men

meu id, & obscurè, ne diminutè dicam, factum fuit. quod quidem à nobis ex nostris principiis, aliter, & clariùs demonstratum est. Quare multis fortasse rationes minùs cognitæ fuerunt; siquidem in praxibus ipsis nonnulla admittunt superflua, vt quando circa obiectum describunt quadratum, siue rectangulum cum suis diametris, dum autem ad praxim accedunt, multa remanent superflua, & inutilia; nonnulla verò, quæ necessaria sunt, quandoque omittant; vt distantiæ punctum, oculi situm, & alia. Aliqui verò diminutè operantur in describendis figuris apparentibus, & propterea non exactam horum notitiam explicant. Quod quidem etiam contingit, quia punctorum concursus natura propriè nota nondum erat. nam tametsi hucusque nomen puncti concursus fermè fuerat tanquam ignotum, attamen quia nonnulli in describendis perspectiuis nonnunquam iis vtuntur punctis, quamuis absque illorum propria cognitione id efficiant, propterea quid eiusmodi puncta, eorumq; præcipuum huic negocio absoluendo munus præstant, adhuc ignotum fuisse perspicuum est. quandoquidem nonnulli hæc puncta prò punctis horizontalibus accipiunt, lineasq; hæc puncta coniungentes, quas sectionis lineæ parallelas semper esse debere intelligunt, horizontales nuncupant. cùm tamen multa, ac penè infinita esse possint puncta concursus in sectione diuersimodè secundùm maiorem, minoremque altitudinem collocata, vt in primo libro ostensum fuit. 34.35. primi huius. Ideoque quando sunt duo puncta concursus, alterum quandoque vocant oculum, & alterum distantiam; minùs tamen appositè, quamuis quæ inter hæc puncta interiicitur distantia, esse possit æqualis ei, quæ inter punctum distantiæ, ac sectionis lineam intercipitur. vt in decimoquinto modo præcipuè factum fuit. 20. huius. Alia quoque sunt, quæ consultò omittenda duximus, neque enim ad omnia particularia ostendenda deuenire placuit; ne quempiam culpare cogeremur vnquam. ab hoc enim longè abhorret animus.

Quamuis autem in præfatis modis superiùs traditis; alter altero ad praxes conficiendas expeditior, faciliorque videatur, veluti sextus, septimus, vndecimus, decimusquintus, decimusoctauus, vigesimusprimus, ac vigesimustertius; inter quos facillimi sunt, septimus, decimusquintus, vigesimusprimus, ac vigesimustertius; non propterea alii sunt aspernandi; cùm ex iis praxes varias diuersis punctis diuersimodè perfici posse innotescat, tum quia eiusmodi interdum situs dispositio nobis sese offerre poterit, vt in praxibus conficiendis aliquando oportuniùs, imo necessarium fuerit, minus faciles facilio-

ribus operationis, atque vsus gratia proponere. Quæ quidem omnia, si à nobis rectè cognita fuerint, ad alia multa conducent. vt exempli gratia, possumus vigesimoprimo modo (quamuis, & aliis) ex horologio horizontali quodlibet verticale maxima facilitate describere, intelligendo nempè horarias lineas esse obiectum, gnomonem oculi altitudinem, pedem verò gnomonis punctum distantiæ, sectionisque lineam esse eam, quæ horologii horizontalis, ac verticalis est communis sectio. Quòd si ex horizontali horologio, horologium in plano horizonti inclinato describere voluerimus, per puncta concursus faciliùs fiet. vt ex propositione vigesimaquarta sequentis libri elici poterit. aliaque huiusmodi multa inueniri poterunt.

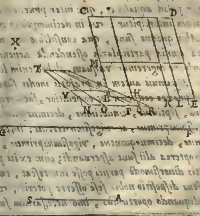
At verò quoniam existentibus obiectis figuris parallelogrammis, figuræ in sectione apparentes ex iis, quæ à nobis tradita sunt, faciliorībus quibusdam modis describi possunt; idcirco huiusmodi quoque adiicere non erit inutile.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIX.

Oculo dato, dataque figura ex parallelogrammis constans, cuius latus sit sectionis lineæ æquidistans, figuram in erecta sectione apparentem describere.

P R A X I S.

Sit S punctum distantię, & SA oculi altitudo. sit figura parallelogramma BCDE, quæ contineat octo parallelogramma, sintque lineæ ex HKL ipsis BC ED parallelæ, linea verò ex M ipsis BE CD æquidistans; sitque BE sectionis lineæ FG parallela. Primùm quidem lineæ BE CD, & quæ ex M, in sectione in lineis apparebunt ipsi FG parallelis, lineæ verò BC ED, & quę sunt ex HKL, in lineis, quę in punctum concursus conuenient, apparebunt. Quapropter inueniatur punctum X pun-



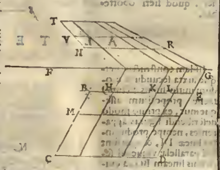
Ex 25. primi huius.

1. & 2. huius.

ctum concursus ipsarum BC ED, & aliarum ipsis ęquidistantium. Deinceps ex aliquo prędictorum modorum inueniatur punctum N ipsum B repręsentans, O ipsum H, P ipsum K, Q ipsum L, & R ipsum E, V ipsum M, & T ipsum C. à punctis autem NOPQR lineæ ducantur ad X, à punctis verò NVT ipsi FG ęquidistantes ducantur. completaque erit figura RT. Vnde manifestum est, figuram RT apparentem figuram existere, ipsamque BD cum suis parallogrammis repręsentare, quod facere oportebat.

ALITER.

Ijsdem cõstructis (iuxta secundi modi exemplũ, vt initio huius diximus) inueniatur in sectione tantùm tria puncta, punctum scilicet N ipsum B repręsentans, V ipsum M, & T ipsum C. Deinde linea DE, & quę sunt ex LKH producantur vsque ad sectionis lineã, à quibus punctis ducantur lineę ad X, à punctisque NVT ipsi FG ęquidistantes ducantur, quę lineas ad X ductas secent; completa vtique erit figura RT, quę quiquem figura in sectione apparens existet; ipsamq; BCDE (ea tamen consideratione, vt initio huius diximus) repręsentabit: quod fieri oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO XXX.

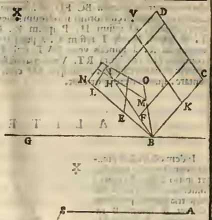
Oculo dato, dataque in subiecto plano figura ex parallelogrammis constans, quæ nullum habeat latus sectionis lineæ æquidistans, in erecta sectione figuram apparentem describere.

PRAXIS.

Sit punctum S distantię, oculique altitudo SA, sit sectionis linea BG. dataque sit figura, vt in pręcedenti, BCDI, quę tamen nullum habeat la-

Ex 1. & 2. huius.

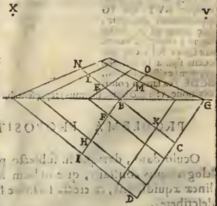
tus ipsi BG æquidistans. Inueniatur punctum X, punctum concursus ipsarum BI CD, & eius, quæ est ex K. Deinde inueniatur punctum V similiter concursus ipsarum BC ID, & earum, quæ sunt ex FH. in sectioneq; inueniantur puncta ELNOM, quæ ostendant ipsa FHICK; à punctisque BELN ducantur lineæ ad V; à punctis verò BMO lineæ ducantur ad X; figuraque ex his constans, nempè ON erit in sectione apparens figura, quæ ipsam BD ostendet. quod fieri oportebat.



ALITER.

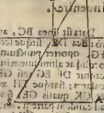
Ex 6. huius.

Iisdem constructis (fietque iuxta secundum modum initio huius dictum) facilè propositum assequemur, ex primo modo describendi figuras apparentes, nempe producantur lineæ DI, & quæ sunt ipsi parallelæ vsque ad sectionis lineam BG, à quibus punctis, & à puncto B lineæ ducantur ad V: similiter producatur linea DC, & quæ est ex K, vsque ad sectionis lineam BG, à quibus punctis, & à puncto B lineæ ducantur ad X, quæ secent lineas ductas ad V. consurget ex his lineis figura ON, quæ quidem erit figura in sectione apparens, ipsamq; BD, vt initio huius dictum fuit, repræsentabit. quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXI.

Oculo dato, dataq; sectionis linea, datoq; in erecta sectione puncto, in subiecto plano punctum, quod appareat in assumpto puncto, inuenire.

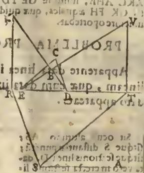


Sit S punctum distantiæ, & SA oculi altitudo; sitque DE sectionis linea. Datum autem in recta sectione punctum sit B. oportet in subiecto plano inuenire punctum, quod appareat in B. collocetur SA æquidistans ED; ducaturque BD perpendicularis ED, & ad partem A fiat ED æqualis DB; ducanturque SD AE, quæ sibi inuicem occurrant in C. Dico in subiecto plano punctum C apparere in B. ex constructione enim quoniam ductæ sunt lineæ CDS CEA, factaq; est DB ipsi ED æqualis, & perpendicularis, ergo C apparet in B. quod facere oportebat. 26. *huius.*

Oportet autem, vt BD minor sit, quàm SA.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXII.

Idem inuenire per puncta concursus.



Sit enim similiter S distantiæ punctum, oculique altitudo SA, sintq. VX duo puncta linearum concursus; sitque TR sectionis linea; Datumq; in sectione punctum sit B. & vt in subiecto plano inueniamus punctum, quod apparet in B, ducantur XR VT, ad TR perpendiculares, quæ quidem SA sunt æquales, connectanturque ST SR. deinde ducantur XBD VBE, & à puncto D ducatur DC parallela SR, ab E verò ducatur EC ipsi ST æquidistans. nimirum punctum C in subiecto plano existens apparebit in B. Nam quoniam à puncto C ductæ sunt CD CE ipsis SR ST parallelæ, ductæq; sunt DX EV, quæ se inuicem secant in B, patet punctum C apparere in B. quod facere oportebat. 11. *huius.*

Oportet autem in his punctum B propinquius esse ipsi TR, quàm puncta XV.

COROLLARIVM.

Ex his, si data fuerit apparens linea, siue figura, patet in subiecto plano obiectum inueniri posse.

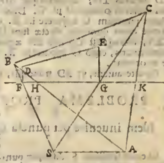
Per data enim lineæ, ac figuræ puncta eodem prorsus modo fiet.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIII.

Data in subiecto plano linea, dataque apparente linea in erecta sectione, dataque sit sectionis linea, punctum distantiæ, oculique altitudinem supra subiectum planum inuenire.

Data sit linea BC, apparens verò linea DE, sitque sectionis linea FG. oportet punctum distantiæ, oculique altitudinem inuenire. Ducantur DF EG ipsi GF perpendiculares; fiatque FH æqualis FD, & GK qualis GE; sintq; GK FH ad eandem partem. ducantur BFS, CGS, BHA, CKA. iungaturq; SA. jam enim constat, in lineis BFS CGS esse punctum distantiæ. ex quibus sequitur SA esse æqualem altitudini oculi supra subiectum planum. quãdoquidem ductæ sunt AKC AHB, suntque GE FD ipsis GK FH æquales. quæ quidem inuenire oportebat.

Ex 25. huius.

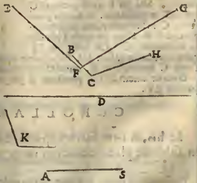


PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIIII.

Apparente data linea in erecta sectione, aliam ducere lineam, quæ cum data imperatum angulum efficere oculo dato appareat.

Sit oculi altitudo AS; sitque S distantiæ punctũ; sitque sectionis linea D. data verò in erecta sectione linea sit BC; datusque angulus sit K. oportet lineã inuenire, quæ cum BC angulum repræsentet, qui oculo ipsi K æqualis appareat. Inueniatur tanquam in subiecto plano linea EF, quam linea BC in sectione repræsentet; fiatque angulus EFG ipsi K æqualis; in sectioneque inueniatur CH, quæ ostendat lineam FG angulus quippè BCH

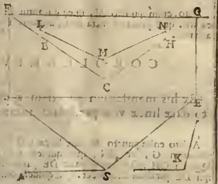
Cor. 32. huius.



angulo EFG, ac per consequens angulo K æqualis apparebit. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXV.

Idem absque obiecto inuenire.



Sit similiter oculi altitudo AS, sectionisque linea sit DE. dataque in sectione linea BC; datus verò angulus K. oportet lineam ducere, quæ cum BC angulum efficiat, qui oculo ipsi K æqualis appareat. Ducatur linea FG parallela ipsi DE; quæ à sectionis linea DE distet secundùm longitudinem SA. Deinde producatur BC, quæ lineæ FG occurrat in F; & à puncto F linea ducatur FD perpendicularis DE; iūgaturq; DS. deinceps fiat angulus DSE angulo K æqualis; ducaturque EG ipsi DE perpendicularis; & à puncto C ducatur CH, quæ tendat in G. nimirum angulus BCH angulo DSE, propterea que ipsi K æqualis apparebit. siquidem BC CH ostendunt lineas ipsis SD SE parallelas, quæ inuicem angulum constituunt ipsi K æqualem. quod facere oportebat. *Ex 2. & 6. huius.*

Hic verò aduertendum occurrit, si SE fuerit ipsi DE parallela, lineam quoque CH eidem DE parallelam esse debere. similiterque si BC data fuerit ipsi DE æquidistans, tunc DS ducenda erit quoque ipsi DE parallela. & in his casibus altero duntaxat concursus puncto praxis fiet. *25. primi huius.*

COROLLARIVM I.

Ex hoc perspicuum est, si aliæ ducantur lineæ, vt LM MN, quæ in FG tendant, angulum LMN similiter angulo K æqualem apparere.

Nam, quoniam BC LM in F coniunguntur, apparebunt BC LM parallelæ, veluti quoque ob eandem causam CH MN apparent æquidistantes. ex quibus sequitur angulum LMN apparere, vt BCH, qui angulo K æqualis apparet. *Ex 1. huius.*

Eodemque modo huiusmodi æquales anguli apparentes absque obiecto plurimi inueniri poterunt.

COROLLARIVM II.

Ex hoc patet etiam, nos dato priùs puncto M, angulum in M, qui angulo BCH æqualis appareat, ftatim conftituere poffe.

Dato enim puncto M, lineę ducantur ML MN in FG tendentes, ex ijs, quæ proximè dicta funt, angulus LMN angulo BCH ęqualis apparet.

COROLLARIVM III.

Ex his manifeftum eft etiam à dato in fectione puncto datæ lineæ vifæ parallelam lineam ftatim ducere poffe.

A dato enim puncto M datæ lineæ CH ftatim duci poteft linea, quæ tendat in G, vt MN, quæ quidem ipfi CH æquidiftans apparet. Quòd fi CH ipfi fectionis lineæ DE parallela fuerit, linea quoque MN ipfi DE parallela duci debet. quæ quidem omnia ex dictis perfpicua funt.

SECVNDI LIBRI FINIS.

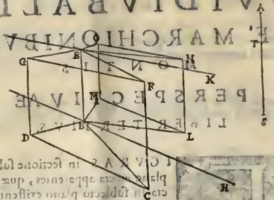
GVIDIVBALDI E' MARCHIONIBVS MONTIS PERSPECTIVAE LIBER TERTIVS.

FIGVRAS in sectione subiecto plano erecta apparentes, quæ obiecta in subiecto plano existentia repræsentant, superioribus demonstrationibus pluribus modis inuenire ostensum est; quippe quæ obiecta referunt tantummodo secundum planas, rectilineasque figuras. Iam ad eorum altitudines inueniendas, hoc est, quomodo apparentes figuræ solida repræsentent, accedendum est.

PROBLEMA PROPOSITIO I.

Oculo dato, datoque prismate, cuius parallelogramma sint rectangula, altera verò eius basis sit in subiecto plano, in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Sit oculus A, cuius altitudo supra subiectum planum sit AS. in subiectoq; plano sit sectionis linea BH. prisma verò datum sit BCD EFG, cuius parallelogramma, vt BCFE, & alia, sint rectangula; sitque basis BCD in subiecto plano. oportet in sectione subiecto plano erecta, figuram, quæ datum prisma repræsentet, describere. Intelligatur planum EFG productum, quod lineam AS secet in T; sectionem autem secet secundùm lineam EK. porrò punctum E in sectione existit, nam cùm EB sit ipsis BC BD perpendicularis, siquidem prismatis parallelogramma sunt rectangula, erit EB subiecto plano erecta. punctum verò B est in 4. Vndecimi.



sectione, sectioq; est subiecto quoque plano erecta, erit igitur linea EB in
sectione, ac per consequens punctum B. Quoniam itaque datum est pun-
ctum S punctum distantiæ, & altitudo oculi SA, dataque est sectionis li-
nea BH, figuraque in subiecto plano data est BCD, aliquo prędictorum
6. vsque ad 28. secundi libri huius. modorum figuram in sectione apparentem describere poterimus, vt BLM,
quæ ipsam BCD repræsentet. si igitur altitudinem prismatis in sectione
repræsentare voluerimus, eodem prorsus modo in plano per EFG tran-
seunte operabimur. nihil enim est aliud planum per EFG, & per T tran-
siens, nisi subiectum planum, in quo punctum T est punctum distantiæ,
supra quod est oculi altitudo TA; & in hoc plano intelligatur sectionis li-
nea EK; data verò figura EFG. Cùm hæc igitur omnia sint data, eo mo-
do, quo inuenta est figura apparens BLM, eodem prorsus inuenietur fi-
gura in sectione apparens ENO, quæ ipsam EFG repræsentet. quare
iunctis NL OM linea FC apparebit in NL, & GD in OM. ergo
BLM ENO est figura in sectione apparens, quæ quidem datum prisma
repræsentabit.

Hic verò considerandum occurrit, primùm EK parallelam esse ipsi BH;
quoniam sectio parallelis planis per BCD EFG ductis diuiditur. quod
16. vndecimi. idem contingeret etiam si EB in sectione non existeret. deinde quoniam
EFCB est parallelogrammum, ac per consequens EF est ipsi BC pa-
rallela, lineæ BL EN, quæ ipsas BC EF in sectione repræsentant, in
idem punctum concursus coibunt, veluti etiam BM FO. Quòd si CD
28. & 29. primi huius. FG fuerint sectioni parallelæ, in sectione secundùm lineas ipsis CD FG
parallelas ostendentur. hoc est LM NO ipsis CD, FG, ac ipsis BH
EK, parallelæ erunt. Præterea, quoniam FC (vt ostensum est) subiecto
24. 25. primi huius. plano est erecta, veluti etiam GD. siquidem GD ipsi FC parallela exi-
stit; ipsa verò FC apparet in NL, GD autem in OM; ergo NL OM
8. vndecimi. non solùm sunt subiecto plano erectæ, sed ipsi quoque lineæ BH, ac per
consequens ipsi EK perpendiculares; vt est etiam linea EB, quæ cùm sit
26. primi huius. in sectione, se ipsam repræsentabit. Præterea quoniam figura EFG ęqua-

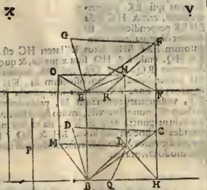
lis

lis est, & similis ipsi BCD, eodem modo se habebit EFG ad lineam EK, vt BCD ad BH. cùm sint anguli KEF HBC, atque KEG HBD æqua- les; siquidem sunt KE EF ipsis HB BC, deinde KE EG ipsis HB BD parallelæ. 10. vndecimi.

His cognitis ad praxes accedamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Propositum sit problema absoluere decimoquinto modo.

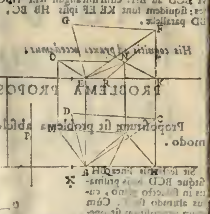


Sit sectionis linea BH; sitque BCD basis prismatis in subiecto plano, cuius altitudo sit P. Cùm enim propositum sit operari decimoquinto modo, ideo secundùm datam distantiam, oculique altitudinem primùm inueniantur puncta VX, vt in ea propositione dictum fuit. 20. secundi huius. deinde ducta CH ipsi BH perpendiculari, factaque HQ ipsi CH æquali, ductisq; HL QL, quæ tendant ad VX, punctum L ipsum C ostendet. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostendens; figuraque BLM ipsam BCD repræsentabit. Ad inueniendam autem altitudinem ducatur linea EK ipsi BH æquidistans; ita vt ducta ipsis BH EK perpendicularis, sit æqualis ipsi P. & quoniam punctum B est in linea BH, à puncto B ipsi BH perpendicularis ducatur BE; fiatque angulus KEF angulo HBC æqualis; fiatque EF ipsi BC æqualis, constituaturque triangulum EFG triangulo BCD æquale, ac similiter positum. eodem enim modo se habebit triangulum EFG ad lineam EK, vt BCD ad BH. quare eodem modo ducatur FK ipsi EK perpendicularis; fiatque KR æqualis KF, ducanturque KX RV, quæ se inuicem secent in N, punctum quidem N ostendet ipsum F ex præcedenti. eodemq; modo inuenietur punctum O ipsum G ostendens. Iunctis igitur punctis ENO, erit ENO figura in sectione apparens; quæ alteram prismatis basim repræsentabit, quæ ex contraria parte ipsi BCD respondet, ipsique est parallela, atque supra BCD perpendiculariter existit altitudine P. Quocirca iunctis NL OM, figura BLM ENO datum prisma repræsentabit. quod fieri oportebat.

Cæterum

Cæterùm pro faciliori operatione obseruandum, est, quòd cùm sint duo anguli, nempe KEF, & angulus ad K rectus, trianguli EKF, duobus trianguli BHC angulis HBC, & recto ad H æquales, latusque EF lateri BC æquale, erit triangulum KEF triangulo HBC æquale, latusque EK lateri BH æquale; est autem & EK ipsi BH æquidistans; si igitur ducatur KH, erunt BE KH inuicem æquales, & parallelæ. sed quoniam BE est ipsi BH, ac per consequens ipsi EK perpendicularis, erit & HK ipsis BH EK perpendicularis. similiter ob æqualitatē triangulorum EKF BHC latus KF lateri HC est æquale, quibus æquales sunt KR HQ, vnde KR HQ sunt æquales; & quoniam sunt parallelæ, si itaque duceretur RQ, esset QR ipsi HK æqualis, & parallela, ipsisque EK BH perpendicularis. cùm ostensum sit, KH ipsis perpendicularem esse. Quare vt in linea EK inueniantur puncta KR, à quibus ducuntur RV KX, vt inueniatur punctum N, priùs describere triangulum EFG, vt factum est, non est necesse, immo superfluum potiùs; sed tantùm transferenda sunt puncta HQ in KR, ita vt sibi inuicem perpendiculariter respondeant, hoc est sint lineæ KH & RQ (si ducerentur) ipsis BH EK perpendiculares. quod idem faciendum est cum alijs punctis; perfacilisque hoc modo erit praxis.

26. primi.



PROBLEMA PROPOSITIO. III.

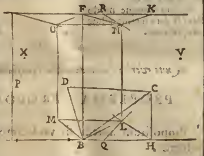
Alio quoque modo altitudinem solo duntaxat puncto concursus inuenire.

In prima huius.

Ex proximè demonstratis, si prisma datum in sectione repræsentare voluerimus, exponantur eadem, quæ priùs; eodemque modo inueniatur figura BLM obiectum BCD repræsentans. Ad inueniendam autem altitudinem punctum tantùm X deseruire potest. ducta similiter EK, in qua transferatur tantùm punctum H in K (vt dictum est) deinde ducatur LN, quæ ipsis BH EK sit perpendicularis, ductaque KX, quæ ipsam LN secet in N; erit ex proximè demonstratis (siquidem LN latus prismatis ostendit) punctum N punctum quæsitum. eodemque modo inuenietur punctum O, figuraque BLM ENO prisma repræsentabit, quod facere oportebat.

Parique ratione in altitudine inuenienda deseruire tantùm potest punctum V, vt scilicet in EK non transferatur punctum H, sed punctum Q, à quo postea ducatur linea ad V, quæ ipsam LN similiter ex iis, quæ supra dicta sunt, secabit in N; vt factum est linea RV; quæ lineam LN ipsis BH EK perpendicularem secat similiter in N puncto, quod repræsentat itidem punctum prismatis supra C perpendiculariter existens.

Cæterùm si prismatis altitudo fuerit æqualis oculi altitudini, in hoc casu puncta VX essent in linea EK, quoniam VX à sectionis linea BH distarent quantitate altitudinis oculi, cùm sint puncta concursus. At verò quoniam oculus est in plano per EK transeunte; quod quidem intelligitur subiecto plano æquidistans, omnes lineæ, ac figuræ in hoc plano existentes (vt in primo libro diximus) in vna tantùm linea apparebunt, quæ quidem linea erit, & sectionis, & dicti plani communis sectio; quare omnes in linea EK apparebunt. Altera igitur basis prismatis ipsi BCD ex aduerso respondens apparebit in linea KE, punctorumque anguli apparebunt, vbi LN MO ipsi EK occurrerent. *Ex 29. primi huius.* *In 29.*



Quòd si altitudo P fuerit maior, quàm oculi altitudo, tunc puncta VX inter lineas EK BH existent; eritque oculus infra planum per EK pertransiens. praxis tamen fiet eodem modo; transferendo scilicet in linea EK puncta HQ perpendiculariter in punctis KR; ducanturque KX RV, & vbi se inuicem secant, vt in N, erit N infra lineam EK punctum quæsitum. quod idem fiat in alijs punctis; figuraque BLMENO prisma datum repræsentabit. *Ex 29. primi huius.*

Idem quoque assequemur ducendo lineam LN ipsi BH perpendicularem, ductaque tantùm KX, vel RV, quæ LN secet in N. quæ quidem omnia obseruanda sunt in omnibus.

COROLLARIVM.

Ex his perspicuum est, si supra datum prisma aliud simili modo prisma datum fuerit, eodem modo figuram apparentem describere posse.

Inuenta sit eodem modo apparens figura BLMENO, quæ prisma repræsentet, cuius basis sit BCD, & altitudo P; si supra hoc prisma aliud rursus intelligatur prisma altitudine Q, secundùm altitudinē vtriusque lineæ PQ ducatur linea FG ipsi BH æquidistans; deinde eodem modo inueniātur puncta RT, ita vt R ostendat punctum supra C altitudine PQ, T verò ostendat punctum supra D eadem altitudine PQ; productaque BE in F, ductisque lineis NR OT, figura BLM ENO FRT duo prismata repræsentabit, vt dictum est.

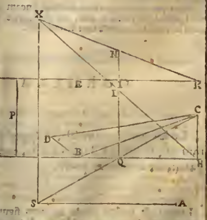
Eodem quoque modo fiet, si data fuerint adhuc alia prismata.

Nunc verò ad alia exempla transeamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Propositum autem sit vndecimo modo problema absoluere.

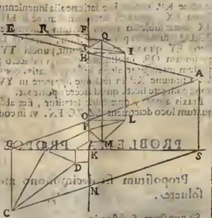
Exponantur ea, quæ in decimasexta propositione secundi libri exposita fuere; sintque puncta SX, quibus praxis conficitur, & in subiecto plano sit sectionis linea BH; deinde inueniatur punctum L ipsum C repræsentans, ductis scilicet SQC; deinde ductis CH QL ipsi BH perpendicularibus, ductaque HX, quæ QL secet in L; patet enim punctum L ipsum C repræsentare; quod est quidem punctum basis BCD prismatis dati, quæ quidem basis in subiecto plano esse intelligenda est. Circa verò altitudinem inueniendam, vt si punctum



prismatis supra C respondentem altitudine P inuenire voluerimus, ducatur similiter EK ipsi BH æquidistans, quæ quidem à se inuicem distent, vt altitudo data P, & in EK exponantur puncta KI, quæ perpendiculariter respondeant supra HQ; similiterq; ducatur IN ipsi EK perpendicularis, quam quidem IN secet ducta KX in N; erit sanè punctum N, vbi apparet prismatis punctum supra C perpendiculariter existens; quod idem fiet in alijs punctis inueniendis, figuraque apparens prisma ostendens inuenta erit. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. V.

Propositum sit problema perficere modo decimoseptimo, vt in secunda praxi.

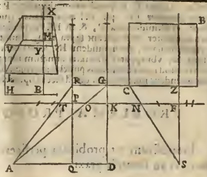


Eadem prorsus exponantur, vt in vigesimasecunda propositione præcedentis libri in secunda praxi, intelligaturque basis prismatis BCD, cuius altitudo sit KF. quare ducatur FE ipsi KG æquidistans, transferaturque punctum G in E, hoc est fiat FE æqualis KG, ducaturque AE quæ lineam FK secet in H; ducaturque similiter HI perpendicularis FK, fiatque HI æqualis KN, hoc est ipsi OL; nimirum punctum I ostendet in sectione punctum supra C altitudine KF. eodemq; modo inuenietur punctũ Q ostendens punctum supra D altitudine KF. Denique fiat FR æqualis KB, ducaturque ad A linea RT, punctum quidem T ostendet punctum supra B altitudine KF. iungantur igitur TQ TI IQ IL QM; erit sanè EPM ITQ dati prismatis apparens figura. quod facere oportebat.

Vt autem in eadem vigesimasecunda propositione adnotauimus eodem loco, potiùs apparens figura ad alteram lineæ KF partem est lineanda.

PROBLEMA PROPOSITIO. VI.

Idem absoluere decimooctauo modo, vt in secunda praxi.

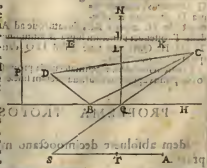


Eadem exponantur, vt in secunda operatione vigesimætertiæ propositionis secundi libri huius; intelligaturque BC basis prismatis, cuius altitudo KP. quare ducatur per P linea PQ ipsi KD parallela; transferaturque punctum G in R, hoc est fiat PR æqualis KG, ducaturque RA, quæ lineam KP secet in T; producaturque HL, fiatque HV æqualis KT, siue (quod idem est) LV æqualis OT; punctum quidem V ostendet prismatis punctum supra C altitudine KP. eademque ratione alia inuenientur puncta; eritque apparens figura LX. quod est intelligendum, ac si EH esset in FN, planumque HX fuerit subiecto plano erectum, fueritque DK in SF, planumque DGRQ subiecto plano erectum, lineaque DA similiter erecta. tunc si fuerit EY quoque erecta, erunt puncta TY vnum punctum. si igitur per lineam QR intelligatur planum subiecto plano æquidistans, in quo quidem intelligitur altera basis prismatis, constat lineam prismatis supra ZC altitudine KP in sectione apparere in YV, vt ex eadem demonstratione colligere licet. quod facere oportebat.

Praxis autem, quæ hanc sequitur, fiet absque lineis DG GR KT. quarum loco deseruient SZ ZC FN. vt in eodem problemate diximus.

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

Propositum sit decimonono modo problema absoluere.

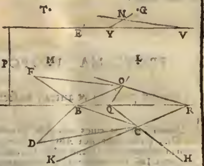


Sit punctum S distantiæ, & SA oculi altitudo, atque BH sectionis linea, & vt in vigesimaquarta secundi huius ducatur SQC, ducaturque QL ipsi BH perpendicularis; fiatque vt SC ad CQ, ita SA ad QL. punctum quidem L ipsum C repræsentabit. At pro altitudine inuenienda ducatur EK ipsi BH æquidistans secundùm altitudinem P, quæ quidem sit prismatis altitudo. Deinde fiat ST æqualis ipsi P, Nunc intelligatur planum per EK subiecto plano æquidistans, supra quod oculi altitudo est TA. quare transferatur perpendiculariter punctum Q in I, vt sæpè dictum est, ducaturque IN ipsi EC perpendicularis. deinde fiat sicut SC ad CQ, ita TA ad IN; ex demonstratis erit N punctum quæsitum. eodemque modo inuenientur alia puncta. Ex quibus apparens figura consurget. quod facere oportebat.

Quòd si P fuerit maior, quàm SA, tunc excessus erit oculi altitudo, quæ est infra planum ductum per EK; atque tunc linea IN ducenda esset infra EK, hoc est versus BH.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

Propositum autem sit vigesimotertio modo problema perficere.



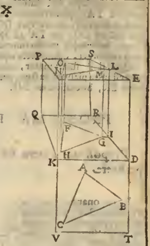
Ea exponantur, quæ in vigesimaoctaua propositione libri præcedentis exposita fuere; similique modo intelligantur; sitque prismatis basis BCD in subiecto plano, in quo sit sectionis linea BR, prismatis verò altitudo sit P. Deinde sumantur puncta HK, quæ à linea BR magis distent, quàm BCD. Inueniantur que puncta LM. quæ in sectione ostendant puncta HK. Deinceps ducãtur KCR HCQ; iungantur que RM QL, quę se secent in O. patet punctum O ipsum C repræsentare. Parique ratione inueniatur punctum F ipsum D ostendens; ita vt figura BOF ostendat BCD. Pro altitudine autem ducatur linea EV secundùm altitudinem P, inueniantur que quocunque modo puncta GT, quæ ostendant puncta supra HK perpendiculariter existentia altitudine P. deinde transferantur puncta QR in YV (vt sæpè dictum est) ducanturque VT YG, quæ se secent in N, nimirum punctum N ostendet punctum supra C respondens altitudine P. & ita in aliis. quod facere oportebat. *Ex præcedentibus.*

In hac, veluti in aliis quoque si duceretur linea ON ipsis BR EV perpendicularis, altera tantum YG, vel VT inuenietur punctum N; vt antea ostensum est. *E 23. huius.*

Nonnulli, vt datum prisma in sectione repræsentent, duo simul prismata inueniunt; pro cuius intelligentia hoc priùs nouisse oportet.

Datum sit prisma FGH MNO, cuius basis FGH sit in subiecto plano oporteatque prismatis altitudinem solo puncto linearum concursus inuenire. exponatur alterum prisma DQ EP, cuius bases DQ EP sint parallelogramma; sitque DQ in eodem plano FGH, hoc est sit in subiecto plano, amborum autem prismatum altitudines sint æquales, & subiecto plano perpendiculares; erit vtique basis EP in eodem plano cum MNO; eruntque prismatum altitudines GM DE interse æquales, & subiecto plano erectæ. si igitur per GM ducatur planum plano EK parallelum, vt GILM; erit sanè GI ipsi DK æquidistans, IL ipsi DE, & LM ipsi IG, ac per consequens ipsi DK parallela; vnde & GM prismatis altitudo ipsi IL æqualis existit.

16. *vndecimi.*



PROBLEMA PROPOSITIO. VIIII.

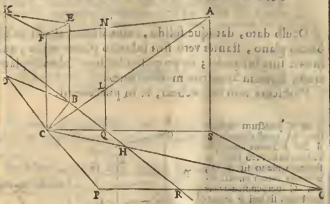
Datum prisma (vt antea) in sectione repræsentare.

Datum sit prisma, cuius basis ABC sit in subiecto plano; altitudo autem sit DE. Describatur circa ABC parallelogrammum DTVK, quod quidem intelligatur basis alterius prismatis, cuius altitudo sit eadem DE. Intelligatur DK sectionis linea, X punctum concursus ipsarum DT KV. sitque inuenta figura in sectione apparens FGH, quæ basim ABC ostendat, quam quidem inueniunt secundo modo, vt in decimaoctaua secundi huius libri retulimus. Deinde ponatur altitudo DE perpendicularis ipsi DK, ducanturque DR ES, quæ tendant ad X; linea vtique DR in sectione ostendet latus TD, linea verò ES parallelum latus ostendet ipsi TD. Deinde ducatur GI parallela ipsi DK, quæ secet DR in I; deinde ducatur IL ipsi DE æquidistans, quæ secet ES in L; ducaturque LM ipsi DK æquidistans; denique ducatur GM ipsi IL parallela, quæ secet LM in M: nimirum puncti supra B altitudinem ex dictis in sectione ostendet punctum M: & ita in alijs: quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. X.

Vigesimoprimo modo præfatum prisma in sectione repræsentare.

Exponantur



Exponantur ea, quæ in vigesimasexta propositione præcedentis libri exposita fuere; vt sit A oculus, S punctum distantiæ, BH sectionis linea, prisma verò, vt antea, datum sit BCDEFK. ducaturque SG ipsi BH æquidistans, & ipsi SA æqualis. oportet figuram in sectione apparentem inuenire, quæ datum prisma repræsentet. Primum quidem inueniatur punctum L, vbi scilicet apparet punctum C; nempè ductis SQC GHC, iactaque QL in sectione ipsi BH perpendiculari, & ipsi QH æquali. Pro altitudine autem vt inueniamus, vbi punctum F in sectione apparet, ducatur in subiecto plano linea CP ad partem SG, quæ fiat ipsi CF æqualis, & ipsi BH parallela, iungaturque GP; quæ BH secet in R; producaturque QL in N; fiatque LN æqualis HR. Dico punctum F in N apparere. Quoniam enim SA SG sunt æquales, & QL QH æquales, erit AS ad LQ vt SG ad QH; vt autem AS ad LQ, ita AC ad CL, & vt SG ad QH, ita GC ad CH; ergo ita est AC ad CL, vt GC ad CH. & per conuersionem rationis CA ad AL, vt CG ad GH. Quoniam autem CF CP sunt æquales, veluti LN HR æquales; erit CF ad LN, vt CP ad HR; vt autem CP ad HR, ita est CG ad GH; hoc est CA ad AL; ergo CF ad LN est, vt CA ad AL. Quare visualis radius FA per N transibit (sunt quippe CF QN parallelę) punctum igitur F in N apparet, lineaque FC in NL; & ita in alijs, quibus figuram in sectione apparētem inueniemus. quod facere oportebat.

Ex 4. sexti.
Ex 11. quinti.
Cor. 19. quinti.
Ex 4. sexti.
22. primi huius.

COROLLARIVM.

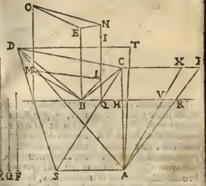
Ex hoc perspicuum est si solidi altitudines CF BE DK fuerint inæquales, eodem prorsus modo operationem perfici posse.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. XI.

Oculo dato, datoque solido, cuius altera basis sit in subiecto plano, stantes veró sint subiecto plano erectæ, quæ interse sint inęquales; in proposita sectione subiecto plano erecta figuram apparentem describere.

Problema verò fieri debeat, vt in præcedenti.



Sit S punctum distantiæ, SA oculi altitudo ipsi BH sectionis lineæ parallela; basis verò solidi in subiecto plano sit BCD; altitudo autem puncti supra C perpendiculariter existentis sit ipsi F æqualis; puncti verò supra B altitudo sit æqualis G; puncti autem supra D existentis sit ipsi K æqualis. ex vigesimasexta secundi huius, & ex præcedenti inueniatur in sectione figura BLM, quæ ipsam BCD repræsentet. deinde ducatur CP ipsi BH equidistans, & ipsi F æqualis. Ducaturque PRA; producaturque QL in N; fiatque LN æqualis HR; punctum vtique N ostendet solidi punctum supra C existens altitudine F. similiter ducatur DT æqualis K, & ipsi BH parallela; & secundùm altitudinem DT inueniatur punctum O, ducta MO. ostendet vtique punctum O solidi punctum supra D existens altitudine K. Quoniam autem punctum B est in sectione, ducatur BE ipsi BH perpendicularis, quæ fiat æqualis G; punctum quidem E ostendet solidi punctum supra B existens altitudine G. Iunctis igitur punctis NEO, figura BLMENO datum solidum repræsentabit; eritque propterea BLMENO figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

Iisdem positis, dato vbicunque puncto I in quolibet latere, quod solidi latus erectum ostendat, punctum solidi inuenire, quod appareat in I.

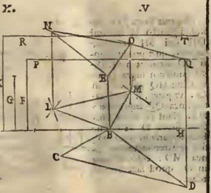
Quoniam

Quoniam igitur I est in linea NLQ, fiat QV æqualis QI, ducaturque AVX, quæ CP secet in X. Quoniam enim C apparet in L, & CX est lineæ BR æquidistans, ductaque est XVA, & est QL æqualis QH; ergo, reliqua LI ipsi HV æqualis existet. quare punctum supra C altitudine CX apparet in I. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIII.

Figuram apparentem, quæ similiter datum (vt antea) solidum repræsentet, cuius stantes sint inequales, inuenire.

Problema autem fieri debeat secundùm decimumquintum modum.



Exemplum attulimus, vt secundo modo ibidem diximus. sit enim BH sectionis linea, basis verò solidi sit BCD; altitudo autem puncti supra D existentis sit æqualis F; puncti verò B sit ipsi G æqualis; puncti verò C sit ipsi K æqualis. inueniantur vt in vigesima propositione secundi libri puncta VX concursus; inueniaturque figura BLM basim BCD repræsentans. deinde ducatur PQ secundùm altitudinem F ipsi BH æquidistans; & ex secunda huius propositione inueniatur pũctum O, quod ostendat punctum supra D existens altitudine F. deinde ducatur RT secundùm altitudinem K ipsi BH parallela; inueniaturque similiter punctum N, quod repræsentet punctum supra C existens altitudine K. deinde ducatur BE ipsi BH perpendicularis; quæ fiat æqualis G. punctum quidem E erit punctum solidi, ac propterea ostendet punctum supra B existens altitudine G. iunctis igitur punctis NEO, ductisque LN. MO, erit BLMNEO figura in sectione apparens. quandoquidem datum solidum repræsentat. quod facere oportebat.

Omnibus aliis quoque modis describendi figuras in sectione apparentes datum huiusmodi solidum describere ex dictis facilè poterimus.

COROLLARIVM.

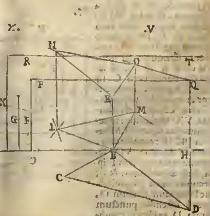
Ex his constat dato puncto in subiecto plano, supra quod perpendiculariter alterum sit quoque datum in sublimi, in sectione subiecto plano erecta omnibus modis ambo repræsentari posse.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

Iisdem positis, Dato in linea MO vbicunque puncto O, hoc quoque modo altitudinem puncti supra D, quod appareat in O, inuenire.

Ducatur linea XO; deinde à puncto D ducatur DH ipsi BH perpendicularis, quæ producta ipsi XO occurrat in Q. Dico punctum supra D altitudine HQ apparere in O. vt patet, si intelligatur linea QP æquidistans HB. Nam ex dictis punctum supra D altitudine HQ apparet in linea QX, sed apparet etiam in linea MO; ergo apparet in O. quod facere oportebat.

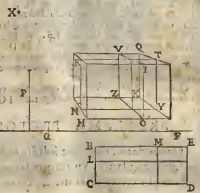
Ex 3. huius.



Cùm ex iis quæ tradita sunt, solida omnia, quæ latera subiecto plano habeant erecta, in erecta sectione repræsentare docuerimus, quibus solida quoque comprehenduntur rectangula; quia tamen faciliori adhuc quodam modo describi possunt; ideo hæc quandoque prosequi placuit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Oculo dato, datoque solido rectangulo ex solidis rectangulis constans, cuius basis in subiecto plano existat, habeatque vnum latus sectionis lineæ æquidistans, in erecta sectione figuram apparentem describere.



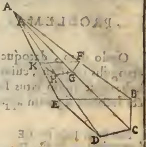
Dati solidi basis sit CE (exemplum autem sit, vt initio præcedentis libri de secundo modo proposuimus) & in CE sit linea ex L ipsi BE parallela, ex M vero ipsi BC æquidistans; deinde ex vigesimanona libri præcedentis in sectione inueniatur figura HK, quæ ipsam BD cum suis parallelogrammis repræsentet; deinde inueniatur punctum Q, quod in sectione ostendat punctum supra D altitudine P; ita vt P sit altitudo solidi data. ab angulisque figuræ HK ipsi FG perpendiculares ducantur, & à puncto Q ducatur QT, quæ tendat ad X, & QV ipsi FG æquidistans, quæ ductas perpendiculares secent. eodemque modo fiat ab alijs angulis; eritque ex iis, quæ antea ostensa sunt, HQ apparens figura. quod facere oportebat. *Ex præcedentibus.* *In 1. 2. 3. huius.*

Quòd si bases fuerint parallelogrammæ, etiam si non fuerint rectangulæ, prætereaque nullum latus sectionis lineæ fuerit æquidistans, duobus punctis concursus facilè solidum apparens, ex iis, quæ dicta sunt, præcipuè verò ex trigesima præcedentis libri describetur.

PROPOSITIO. XVI.

Si pyramis secetur plano basi æquidistante, figura in sectione basi similis erit, & similiter posita.

Sit pyramidis vertex A, basisque BCDE; seceturque pyramis plano basi æquidistante; figuraque in sectione sit FGHK. Dico FGHK ipsi BCDE similem esse, ac similiter positam. Quoniam enim BA CA pla-

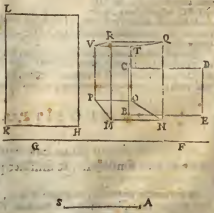


nis diuiduntur parallelis, erit BF ad FA,
17. vndecimi. vt CG ad GA; quare FG est ipsi BC
parallela. eodemque modo ostendetur
3. sexti. GH ipsi CD, HK ipsi DE, & KF ipsi EB parallelam existere. Quoniam igitur FG GH sunt ipsis BC CD paralle-
10. vndecimi. læ, erit angulus FGH angulo BCD æqualis; ob eandemque causam angulus GHK ipsi CDE, & HKF ipsi DEB æqualis existet. At verò quoniam FG est ipsi BC parallela, erit triangulum
Ex 4. sexti. ABC triangulo AFG simile; eritq; CA ad AG, vt BC ad FG. eademque ratione ostendetur CA ad AG ita esse,
11. quinti. vt CD ad GH. ergo erit BC ad FG,
16. quinti. vt CD ad GH. & permutando BC ad CD, vt FG ad GH. parique ratione ostendetur CD ad DE ita esse, vt GH ad HK, & DE ad EB, vt HK ad KF. Cùm igitur figura FGHK angulos habeat æquales ipsi BCDE, & circa æquales angulos latera proportionalia; erit FGHK similis ipsi BCDE. Est autem similiter posita, quoniam & anguli, & proportionalia latera ad easdem sunt partes. quod demonstrare oportebat.

Quòd si BCDE fuerit basis coni, cuius vertex A, ex Apollonio in quarta propositione primi libri, patet figuram FGHK circulum quoque esse.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

Oculo dato, datoque solido rectangulo, cuius basis sit in subiecto plano, vnumque latus sit sectionis lineæ æquidistans, in erecta sectione figuram apparentem describere.



Sit datum punctum S distantiæ, oculique altitudo SA; sitque sectionis linea FG; basisque solidi BD, cuius latus BE sit FG æquidistans. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere. Quoniam enim solidum rectangulum est datum, data quoque erit figura supra BE ad rectos angulos plano BD. quare exponatur linea HK æqualis BE, & supra HK describatur figura rectangula HL, quæ sit æqualis ei, quæ supra BE plano BD est erecta. Deinde inue-
29. secundi huius. niatur figura MNOP, quę in sectione ipsam BD re-

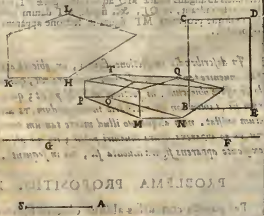
præsentet.

præſentet. & quoniam BE FG ſunt parallelæ, ſectioque ſupra FG ſubiecto plano intelligitur erecta; ſimiliter planum rectanguli ſupra BE exiſtentis eſt eidem ſubiecto plano erectum, erit igitur hoc planum ſectioni ęquidiſtans. ſi igitur intelligantur viſuales radij à terminis figuræ ſupra BE exiſtentis ad oculum, qui à ſectione diuiſi intelligantur figura in ſectione ſimilis erit, & ſimiliter poſita, vt ea, quæ eſt ſupra BE. hoc eſt ſimilis figuræ HL. At verò quoniam MN in ſectione ipſam BE oſtendit, ſi igitur ſuper linea MN deſcribatur figura MNQR ſimilis ipſi HL, & ſimiliter poſita, oſtendet figura MQ figuram, quæ eſt ſupra BE. Parique ratione oſtendetur ſolidi figuram, quæ eſt ſupra CD eſſe ſectioni æquidiſtantem; ac propterea in ſectione apparere in figura ſibi ſimili. Cùm autem datum ſolidum ſit rectangulum, figura, quæ eſt ſupra CD, erit prorſus æqualis ei, quæ eſt ſupra BE; quare æqualis erit ipſi HL. & quoniam in ſectione inuenta eſt OP ipſam DC repræſentans, ſi igitur ſupra OP fiat figura OTVP ſimilis, & ſimiliter poſita, vt HL, conſtat figuram PT figuram, quæ eſt ſupra CD, repræſentare. iunctis igitur QT RV figura MT datum ſolidum in ſectione oſtendet. ergo MT figura in ſectione apparens exiſtit. quod facere oportebat. *Ex præcedenti.*

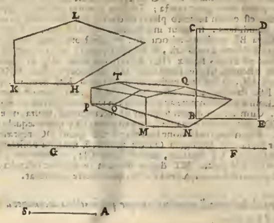
Praxis huiuſmodi omnibus quoque priſmatibus accommodari poterit, ſed hoc modo.

PROBLEMA. PROPOSITIO. XVIII.

Oculo dato, datoque priſmate, cuius parallelogramma ſint rectangula, quorum alterum in ſubiecto ſit plano, quod quidem baſis latus habeat ſectionis lineæ æquidiſtans, in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere.



Sit vt in præcedenti S punctum diſtantiæ, SA oculi altitudo; alterumque priſmatis parallelogrammum BCDE ſit in ſubiecto plano, cuius baſis latus BE ſit ſectionis lineæ FG equidiſtans. oportet in erecta ſectione figurã apparentem deſcribere. exponatur HK æqualis BE, &



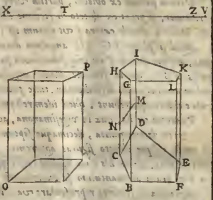
ſupra HK figura deſcribatur HL, quæ ſit æqualis baſi priſmatis; deinde in ſectione figura inueniatur MNOP, quæ BD repræſentet. & vt in precedenti, oſtendetur baſis priſmatis ſupra BE exiſtens eſſe ſectioni equidiſtans, veluti etiam eſt baſis ſupra CD exiſtens; cùm priſmatis parallelogramma ſint rectangula, quę efficiunt, vt baſes parallelogrammis ad rectos ſint angulos; quæ quidem baſes interſe, ac per conſequens ipſi HL equales exiſtunt. & quoniam in ſectione MN ipſam BE oſtendit, & PO ipſam CD, ſi igitur ſupra MN PO figuræ deſcribantur MQ PT ſimiles, & ſimiliter poſitæ; vt HL, conſtat MQ baſim priſmatis ſupra DE exiſtentem repræſentare, PT verò eam, quæ ſupra CD exiſtit; quare iunctis lineis ab angulis figuræ MQ ad angulos figuræ PT, quæ angulis equalibus reſpondeant, vt QT, &c. figura MT datum priſma repræſentabit; eritque propterea MT figura in ſectione apparens. quod facere oportebat.

Jn deſcribendis in ſectione figuris, ex obiecto apparentem figuram inuenire tanquam neceſſarium videtur; vt, quemadmodum oculo ſe offert obiectum, in ſectione deſcribi poſſit; quod quamuis verum ſit, tamen non eſt neceſſariò intelligendum, vt actù ſemper obiectum exiſtat: nam aliquando illud mente tantùm concipere ſufficit, vt ex eo apparens figura inueniri poſſit; ita vt abſque obiecto actù exiſtente apparens figura inuenta ſit, vt in ſequenti.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIX.

Per puncta concurſus abſque obiecto figuram in erecta ſectione apparentem, quæ priſma quoddam, cuius parallelogramma ſint rectangula, oſtendat, inuenire.

Exponatur tanquam in ſectione rectilinea figura (vt libuerit) BCDEF, quę intelligatur baſis priſmatis in ſectione repræſentata. Quoniam igitur oportet priſma oſtendere, cuius parallelogramma ſunt rectangula, ducatur ſectionis linea, vel intelligatur BF ſectionis linea: Deinde ducatur VX ęquidiſtans BF, diſtentque lineæ VX BF interſe, quanta eſt oculi altitudo, quam concipimus eſſe ſupra ſubiectum planum. Deinde ſi produceretur BC vſque ad lineam VX, tendat BC in T, CD in Z, ED in X, & FE in V. Deinde quoniam priſ-



matis parallelogramma ſunt rectangula, erunt latera ſubiecto plano erecta; quare à punctis BCDEF ipſi BF ducantur perpendiculares BG CH DI EK FL, quæ quidem oſtendent latera priſmatis, fiatque BG ſecundùm altitudinem, quam volumus eſſe in ſectione. Deinde quoniam figura, quę eſt ipſi BE oppoſita, eſt ipſi æquidiſtans, & ſimiliter poſita, ita vt vnumquodque latus ſit vnicuique lateri figurę BE æquidiſtans; primùm igitur, quoniam BF eſt ſectionis linea, ducatur GL ipſi BF æquidiſtans, deinde ducatur GH in T, ſecetque GH lineam CH in H, ducatur deinde HI in Z, IK in X, iungaturq; LK. eritq; inuenta altera baſis GHIKL. Nam primùm BF GL parallelæ apparent, ſimiliter quoniam BC GH in idem punctum concurſus tendunt, ęquidiſtantes lineas repræſentabunt; veluti quoque CD HI, quæ tendunt in Z. ſimili modo quia ED KI tendunt in X, lineas repræſentabunt parallelas, vnde neceſſe eſt FE LK parallelas quoque in ſectione oſtendere. Puncta enim FE LK termini ſunt linearum æqualium, & æquidiſtantium apparentium: vnde ipſæ quoque FE LK æquidiſtantes lineas repræſentabunt; & propterea tendent in V. & hoc modo inuenta eſt apparens figura BK abſque obiecto, priſma oſtendens, quod facere oportebat.

Ex 26. primi huius. Et ex 3. huius.

Ex 28. 29. primi huius.

Modus hic plurimum confert ad praxim perſpectiuæ; nam ſi datum fuerit punctum, vt N, oporteatque lineam ducere, quæ lineam repræſentet parallelam lineis, quæ apparent in CD HI, abſque obiecto ſtatim ducatur NM, quæ tendat in Z quoniam enim CD NM HI in idem punctum concurſus tendunt, neceſſariò paral-

lelas

lelas repræsentabunt. quæ quidem omnia, ex iis, quæ dicta sunt, manifesta apparent.

Si verò intelligamus prisma basim habere parallelogrammam, solidum apparens describemus, vt OP.

Verùm partim ex obiecto, partim verò absque obiecto prisma describemus, si priùs ex obiecto in sectione describatur apparens figura BCDEF; deinde cætera (vt dictum est) fiant.

Quòd si plana FG BH angulum datum repræsentare voluerimus, absque obiecto (ex trigesimaquinta præcedentis libri) fiat angulus FBC, qui in sectione datum angulum ostendat, cætera verò eodem prorsus modo describantur, tunc plana FG BH sub dato angulo existere apparebunt. quod idem reliquis planis fieri poterit.

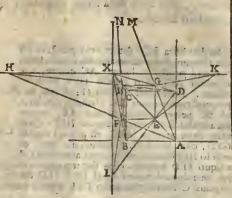
Præterea ex iis, quæ in vigesimanona, ac trigesima præcedentis libri, & in decimaquinta, decimaque septima huius dicta sunt, simili modo absque obiecto figuras apparentes, siue plana, siue solida ostendentes, & ex his alias multas facilè quoque inueniemus, & qui in hac praxi aliquantulum se exercuerint, plurima obiecta absque ichnographia in sectione repræsentare valebunt. Veluti quoque, cùm de scenis pertractabimus, alio tamen modo absque ichnographia multa repræsentare docebimus. Ampliùs (vt diximus) multa obiecta quoque partim absque ichnographia; partim verò ichnographia facilè in sectione inuenire poterimus; Sed præcipuè, quando multæ lineæ parallelæ repræsentandæ occurrunt, sequenti libro quoque perspicuum erit.

Hucusque quando prismata suas habent bases in subiecto plano, quorum parallelogramma sunt rectangula, puncta concursus semper esse debere in linea sectionis lineæ parallela, vt in VX, ex iis, quæ dicta sunt, tanquam necessarium videtur. quoniam tamen ab aliis alia puncta circa hæc obiecta inuenta esse videntur, ideo breuiter ea quoque considerabimus, hoc eodem, quo ipsi vtuntur, exemplo.

Cubum (quippe qui prisma quoddam est) constituunt in sectione repræsentatum, vt ABCDEFIG, cuius quidem latera AE BF CI DG in X tendant, ita vt X punctum sit concursus. Deinde ducunt AFH DIH. & quoniam AF DI ostendunt lineas parallelas, quæ sunt diametri quadratorum oppositorum, quę quidem quadrata in sectione apparent in ABFE DCIG, propterea AF DI in H punctum concursus conuenient, ductaque HX, erit hæc sectionis lineæ parallela. sitque sectionis linea AB. eademque ratione ductæ BE CG in K concurrent, eritque K in linea HX. quæ quidē omnia ab ipsis practicè tantùm cognita, à nobis theoricè demonstrata sunt. quoniam lineæ BF BE AF, & ipsis æquidistantes in puncta concurrunt, quæ sunt, vt oculus, ęquæalta; siquidem

Ex 33. primi huius.

BF

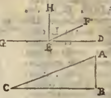


BF BE AF ostendunt lineas in subiecto plano existentes. Præterea apparentium quadratorum ADGE BCIF ducunt diametri DE CF, quæ in L concurrunt, cuius quidem puncti nullam nos fecisse mentionem videtur. Attamen si rectè omnia consideraverimus, punctum L nil aliud esse, quàm punctum concursus reperiemus. Nam ducta XL, erit vtique XL ipsi DA æquidistans, est enim perspectiua altero modo considerata; etenim si intelligatur DA sectionis linea, intelligaturq; figuram ADGE quadratũ cubi in subiecto plano existens repræsentare, erit sanè linea XL secundùm altitudinem oculi supra subiectum planum; eritq́ne in LX punctum L punctum concursus. Patiq; ratione si ducantur diametri apparentes AGM BIN, hæ quoque in vnum punctum concurrent, quod erit quidem in linea LX; quæ quidem ex dictis manifesta sunt. Cæterùm possumus has lineas alio quoque modo considerare, nempe vt sit linea AB semper sectionis linea, sitque HXK secundùm altitudinem oculi, vt priùs dictum est; ex quibus perspicuum est omnes lineas AE AF BE, & harum parallelas in puncta concursus tendere, quæ quidem in linea HK existent. quia lineæ AE AF BE lineas in subiecto plano existentes repræsentant. lineæ verò DE CF, & AG BI, & quæ ipsis fuerint parallelæ, in puncta quidem concursus conuenient, quippe quæ tamen in HK esse non possunt, quia lineæ DE CF, veluti AG BI non ostendunt lineas in subiecto plano existentes. ac propterea punctum L, & huiusmodi alia diuersos possunt habere situs, diuersasque altitudines. 2. Cor. 33. primi huius. 34. primi huius.

Antequam autem ad alia solida inuenienda, in sectioneque repræsentanda deueniamus; ea, quæ hactenus in erecta sectione inuenta sunt, quomodo in aliis quoque sectionibus, præcipuèque in sectione inclinata inueniantur, congruum nobis visum est ostendere; vt quæ inuenienda relinquuntur, omnibus simul sectionibus aptari possint.

L E M M A.

Data linea, punctoque extra ipsam dato, ab ipso lineam ducere, quæ cum data linea angulum dato angulo acuto æqualem efficiat.

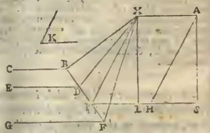


Sit data linea BC, datum verò punctum A extra lineam; sitque datus angulus acutus DEF. oportet à puncto A lineam AC ducere, quæ angulum ACB dato angulo DEF æqualem efficiat. Producatur DE in G; & ipsi DG perpendicularis agatur EH. Deinde à puncto A ad BC perpendicularis ducatur AB; deinde fiat angulus BAC æqualis angulo HEF. Quoniam enim angulus ABC est æqualis angulo GEH, cùm sint recti, angulus verò BAC est angulo HEF æqualis, erit reliquus angulus ACB reliquo FED æqualis. cùm sint tres anguli trianguli duobus rectis æquales; quandoquidem sunt GEH HEF FED duobus rectis æquales. quare angulus C dato angulo acuto DEF æqualis existit. quod fieri oportebat.

32. primi. Ex 13. primi.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

Dato oculo, datisque parallelis lineis in subiecto plano existentibus, quæ sint sectionis lineę perpendiculares, sectio autem sit subiecta plano inclinata, punctum in sectione concursus inuenire.



Datus sit oculus in A, à quo ducatur AS subiecto plano perpendicularis. sitque BF in subiecto plano sectionis linea. sectio autem sit subiecto plano inclinata, cuius sit K inclinationis angulus. datæ verò parallelæ lineæ in subiecto plano existentes, sint BC DE FG, quæ sint ipsi BF perpendiculares. oportet in sectione punctū concursus inuenire. Ducatur SP ipsi BF perpendicularis, quæ nimirum ipsis BC DE FG erit æquidistans. deinceps à puncto A linea ducatur AH, quæ angulum AHS angulo K æqualem efficiat; in sectione autem à puncto P ducatur PX ipsi BF perpendicularis, quæ fiat æqualis AH. Dico punctum X esse punctum concursus, ita vt BC DE FG appareant in sectione in lineis BX DX FX. Iungatur AX; & à puncto X ad SP ducatur perpendicularis XL. Quoniam enim XP est ipsi BF perpendicularis, & in subiecto plano PS est ipsi BF perpendicularis, estque XL ipsi PS perpendicularis; erit XL subiecto plano erecta.

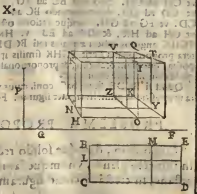
Ex præcedenti. Ex 11. vndecimi.

quare

PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Oculo dato, datoque ſolido rectangulo ex ſolidis rectangulis conſtans, cuius baſis in ſubiecto plano exiſtat, habeatque vnum latus ſectionis lineæ æquidiſtans, in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere.

Dati ſolidi baſis ſit CE (exemplum autem ſit, vt initio præcedentis libri de ſecundo modo propoſuimus X & in CE ſit linea ex L ipſi BE parallela, ex M vero ipſi BC æquidiſtans; deinde ex vigeſimanona libri præcedentis in ſectione inueniatur figura HK, quæ ipſam BD cum ſuis parallelogrammis repræſentet; deinde inueniatur punctum Q, quod in ſectione oſtendat punctum ſupra D altitudine P; ita vt P ſit altitudo ſolidi data: ab anguliſque figuræ HK ipſi FG perpendiculares ducantur, & à puncto Q ducatur QT, quæ tendat ad X, & QV ipſi FG æquidiſtans, quæ



ductas perpendiculares ſecent. eodemque modo fiat ab alijs angulis; eritque ex ijs, quæ antea oſtenſa ſunt, HQ apparens figura. quod facere oportebat.

Ex præcedentibus.

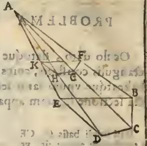
In 1. 2. 3. huius.

Quòd ſi baſes fuerint parallelogrammæ, etiam ſi non fuerint rectangulæ, prætereaque nullum latus ſectionis lineæ fuerit æquidiſtans, duobus punctis concurſus facilè ſolidum apparens, ex ijs, quæ dicta ſunt, præcipuè verò ex trigeſima præcedentis libri deſcribetur.

PROPOSITIO. XVI.

Si pyramis ſecetur plano baſi æquidiſtante, figura in ſectione baſi ſimilis erit, & ſimiliter poſita.

Sit pyramidis vertex A, baſiſque BCDE, ſeceturque pyramis plano baſi æquidiſtante; figuraque in ſectione ſit FGHK. Dico FGHK ipſi BCDE ſimilem eſſe, ac ſimiliter poſitam. Quoniam enim BA CA pla-

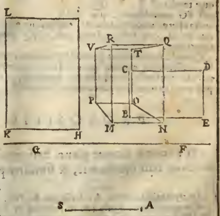


17. vndecimi. nis diuiduntur parallelis, erit BF ad FA, vt CG ad GA; quare FG est ipsi BC
2. sexti. parallela, eodemque modo ostendetur GH ipsi CD, HK ipsi DE, & KF ipsi EB parallelam existere. Quoniam igitur FG GH sunt ipsis BC CD parallelæ, erit angulus FGH angulo BCD æ-
10. vndecimi. qualis, ob eandemque causam angulus GHK ipsi CDE, & HKF ipsi DEB æqualis existet. At verò quoniam FG est ipsi BC parallela, erit triangulum
Ex 4. sexti. ABC triangulo AFG simile; eritque CA ad AG, vt BC ad FG. eademque ratione ostendetur CA ad AG ita esse,
11. quinti. vt CD ad GH. ergo erit BC ad FG,
16. quinti. vt CD ad GH. & permutando BC ad CD, vt FG ad GH, parique ratione ostendetur CD ad DE ita esse, vt GH ad HK, & DE ad EB, vt HK ad KF. Cùm igitur figura FGHK angulos habeat æquales ipsi BCDE, & circa æquales angulos latera proportionalia; erit FGHK similis ipsi BCDE. Est autem similiter posita; quoniam & anguli, & proportionalia latera ad easdem sunt partes. quod demonstrare oportebat.

Quòd si BCDE fuerit basis coni, cuius vertex A, ex Apollonio in quarta propositione primi libri patet figuram FGHK circulum quoque esse.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

Oculo dato, datoque solido rectangulo, cuius basis sit in subiecto plano, vnumque latus sit sectionis lineæ æquidistans, in erecta sectione figuram apparentem describere.



Sit datum punctum S distantiæ, oculique altitudo SA; sitque sectionis linea FG; basisque solidi BD, cuius latus BE sit FG æquidistans. oportet in erecta sectione figuram apparentem describere. Quoniam enim solidum rectangulum est datum, data quoque erit figura supra BE ad rectos angulos plano BD. quare exponatur linea HK æqualis BE, & supra HK describatur figura rectangula HL, quæ sit æqualis ei, quæ supra BE plano BD est erecta. Deinde inueniatur figura MNOP, quæ
29. secundi huius. in sectione ipsam BD repræsentet.

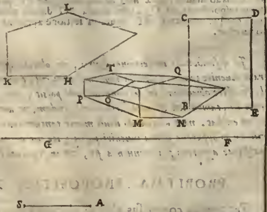
præſentet. & quoniam BE FG ſunt parallelæ, ſectioque ſupra FG ſubiecto plano intelligitur erecta; ſimiliter planum rectanguli ſupra BE exiſtentis eſt eidem ſubiecto plano erectum, erit igitur hoc planum ſectioni ęquidiſtans. ſi igitur intelligantur viſuales radij à terminis figuræ ſupra BE exiſtentis ad oculum, qui à ſectione diuiſi intelligantur; figura in ſectione ſimilis erit, & ſimiliter poſita, vt ea, quæ eſt ſupra BE. hoc eſt ſimilis figuræ HL. At verò quoniam MN in ſectione ipſam BE oſtendit, ſi igitur ſuper linea MN deſcribatur figura MNQR ſimilis ipſi HL, & ſimiliter poſita, oſtendet figura MQ figuram, quæ eſt ſupra BE. Parique ratione oſtendetur ſolidi figuram, quæ eſt ſupra CD eſſe ſectioni æquidiſtantem; ac propterea in ſectione apparere in figura ſibi ſimili. Cùm autem datum ſolidum ſit rectangulum, figura, quæ eſt ſupra CD, erit prorſus æqualis ei, quæ eſt ſupra BE; quare æqualis erit ipſi HL. & quoniam in ſectione inuenta eſt OP ipſam DC repræſentans, ſi igitur ſupra OP fiat figura OTVP ſimilis, & ſimiliter poſita, vt HL, conſtat figuram PT figuram, quæ eſt ſupra CD, repræſentare. iunctis igitur QT RV figura MT datum ſolidum in ſectione oſtendet. ergo MT figura in ſectione apparens exiſtit. quod facere oportebat. *Ex præcedenti.*

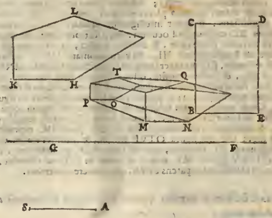
Praxis huiuſmodi omnibus quoque priſmatibus accommodari poterit, ſed hoc modo,

PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

Oculo dato, datoque priſmate, cuius parallelogramma ſint rectangula, quorum alterum in ſubiecto ſit plano, quod quidem baſis latus habeat ſectionis lineæ æquidiſtans; in erecta ſectione figuram apparentem deſcribere.

Sit vt in præcedenti S punctum diſtantiæ, SA oculi altitudo; alterumque priſmatis parallelogrammum BCDE ſit in ſubiecto plano, cuius baſis latus BE ſit ſectionis lineæ FG ęquidiſtans. oportet in erecta ſectione figurã apparentem deſcribere. exponatur HK æqualis BE, &



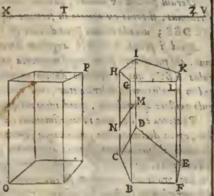


supra HK figura describatur HL, quæ sit æqualis basi prismatis. deinde in sectione figura inueniatur MNOP, quæ BD repræsentet. & vt in precedenti, ostendetur basis prismatis supra BE existens esse sectioni equidistans, veluti etiam est basis supra CD existens; cùm prismatis parallelogramma sint rectangula, quę efficiunt, vt bases parallelogrammis ad rectos sint angulos; quæ quidem bases interse, ac per consequens ipsi HL equales existunt. & quoniam in sectione MN ipsam BE ostendit, & PO ipsam CD, si igitur supra MN PO figuræ describantur MQ PT similes, & similiter positæ, vt HL, constat MQ basim prismatis supra DE existentem repræsentare, PT verò eam, quæ supra CD existit; quare iunctis lineis ab angulis figuræ MQ ad angulos figuræ PT, quæ angulis equalibus respondeant, vt QT, &c. figura MT datum prisma repræsentabit; eritque propterea MT figura in sectione apparens, quod facere oportebat.

In describendis in sectione figuris, ex obiecto apparentem figuram inuenire tanquam necessarium videtur; vt, quemadmodum oculo se offert obiectum, in sectione describi possit; quod quamuis verum sit, tamen non est necessariò intelligendum, vt actù semper obiectum existat. nam aliquando illud mente tantùm concipere sufficit, vt ex eo apparens figura inueniri possit; ita vt absque obiecto actù existente apparens figura inuenta sit, vt in sequenti.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIX.

Per puncta concursus absque obiecto figuram in erecta ſectione apparentem, quæ priſma quoddam, cuius parallelogramma ſint rectangula, oſtendat, inuenire.



Exponatur tanquam in ſectione rectilinea figura (vt libuerit) BCDEF, quę intelligatur baſis priſmatis in ſectione repræſentata. Quoniam igitur oportet priſma oſtendere, cuius parallelogramma ſunt rectangula, ducatur ſectionis linea, vel intelligatur ... ſectionis linea: Deinde ducatur VX ęquidiſtans BF, diſtentque lineæ VX BF interuallo, quanta eſt oculi altitudo, quam concipimus eſſe ſupra ſubiectum planum. Deinde ſi produceretur BC vſque ad lineam VX, tendat BC in T. CD in Z. ED in X. & FE in V. Deinde quoniam priſmatis parallelogramma ſunt rectangula, erunt latera ſubiecto plano erecta; quare à punctis BCDEF ipſi BF ducantur perpendiculares BG CH DI EK FL, quæ quidem oſtendent latera priſmatis, fiatque BG ſecundum altitudinem, quam volumus eſſe in ſectione. Deinde quoniam figura, quę eſt ipſi BE oppoſita, eſt ipſi æquidiſtans, & ſimiliter poſita, ita vt vnumquodque latus ſit vnicuique lateri figurę BE æquidiſtans; primùm igitur, quoniam BF eſt ſectionis linea, ducatur GL ipſi BF æquidiſtans, deinde ducatur GH in T, ſecetque GH lineam CH in H, ducatur deinde HI in Z, IK in X, iungaturq; LK. eritq; inuenta altera baſis GHIKL. Nam primùm BF GL parallelæ apparent, ſimiliter quoniam BC GH in idem punctum concurſus tendunt, ęquidiſtantes lineas repræſentabunt; veluti quoque CD HI, quæ tendunt in Z. ſimili modo quia ED KI tendunt in X, lineas repræſentabunt parallelas, vnde neceſſe eſt FE LK parallelas quoque in ſectione oſtendere. Puncta enim FE LK termini ſunt linearum æqualium, & æquidiſtantium apparentium: vnde ipſæ quoque FE LK æquidiſtantes lineas repræſentabunt; & propterea tendent in V. & hoc modo inuenta eſt apparens figura BK abſque obiecto, priſma oſtendens, quod facere oportebat.

Ex 26. primi huius. Et ex 3. huius.

Ex 28. 29. primi huius.

Modus hic plurimum confert ad praxim perſpectiuæ; nam ſi datum fuerit punctum, vt N, oporteatque lineam ducere, quæ lineam repræſentet parallelam lineis, quæ apparent in CD HI, abſque obiecto ſtatim ducatur NM, quæ tendat in Z quoniam enim CD NM HI in idem punctum concurſus tendunt, neceſſariò paral-

lelas

lelas repræsentabunt. quæ quidem omnia ex iis, quæ dicta sunt, manifesta apparent.

Si verò intelligamus prisma basim habere parallelogrammam, solidum apparens describemus, vt OP.

Verùm partim ex obiecto, partim verò absque obiecto prisma describemus, si priùs ex obiecto in sectione describatur apparens figura BCDEF; deinde cætera (vt dictum est) fiant.

Quòd si plana FG BH angulum datum repræsentare voluerimus, absque obiecto (ex trigesimaquinta præcedentis libri) fiat angulus FBC, qui in sectione datum angulum ostendat, cætera verò eodem prorsus modo describantur, tunc plana FG BH sub dato angulo existere apparebunt. quod idem reliquis planis fieri poterit.

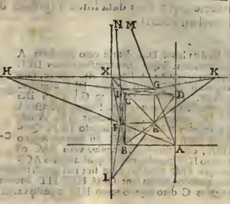
Præterea ex iis, quæ in vigesimanona, ac trigesima præcedentis libri, & in decimaquinta, decimaque septima huius dicta sunt, simili modo absque obiecto figuras apparentes, siue plana, siue solida ostendentes, & ex his alias multas facilè quoque inueniemus; & qui in hac praxi aliquantulum se exercuerint, plurima obiecta absque ichnographia in sectione repræsentare valebunt. Veluti quoque, cum de scenis pertractabimus, alio tamen modo absque ichnographia multa repræsentare docebimus. Ampliùs (vt diximus) multa obiecta quoque partim absque ichnographia, partim verò ichnographia facilè in sectione inuenire poterimus; Sed præcipuè quando multæ lineæ parallelæ repræsentandæ occurrunt, sequenti libro quoque perspicuum erit.

Hucusque quando prismata suas habent bases in subiecto plano, quorum parallelogramma sunt rectangula, puncta concursus semper esse debere in linea sectionis lineæ parallela, vt in VX, ex iis, quæ dicta sunt, tanquam necessarium videtur; quoniam tamen ab aliis alia puncta circa hæc obiecta inuenta esse videntur, ideo breuiter ea quoque considerabimus, hoc eodem, quo ipsi vtuntur, exemplo.

Cubum (quippe qui prisma quoddam est) constituunt in sectione repræsentatum, vt ABCDEFIG, cuius quidem latera AE BF CI DG in X tendant, ita vt X punctum sit concursus. Deinde ducunt AFH DIH. & quoniam AF DI ostendunt lineas parallelas, quæ sunt diametri quadratorum oppositorum, quæ quidem quadrata in sectione apparent in ABFE DCIG, propterea AF DI in H punctum concursus conueniunt, ductaque HX, erit hæc sectionis lineæ parallela. sitque sectionis linea AB. eademque ratione ductæ BE CG in K concurrent, eritque K in linea HX, quæ quidē omnia ab ipsis practicè tantùm cognita, à nobis theoricè demonstrata sunt. quoniam lineæ BF BE AF, & ipsis æquidistantes in puncta concurrunt, quæ sunt, vt oculus, æquæalta; siquidem

Ex 33. primi huius.

BF



BF BE AF ostendunt lineas in subiecto plano existentes. Præterea apparentium quadratorum ADGE BCIF ducunt diametri DE CF, quæ in L concurrunt, cuius quidem puncti nullam nos fecisse mentionem videtur. Attamen si rectè omnia considerauerimus, punctum L nil aliud esse, quàm punctum concursus repetiemus. Nam ducta XL, erit vtique XL ipsi DA æquidistans, est enim perspectiua altero modo considerata; etenim si intelligatur DA sectionis linea, intelligaturq; figuram ADGE quadratũ cubi in subiecto plano existens repræsentare, erit sanè linea XL secundùm altitudinem oculi supra subiectum planum; eritque in LX punctum L punctum concursus. Pariq; ratione si ducantur diametri apparentes AGM BIN, hæ quoque in vnum punctum concurrent, quod erit quidem in linea LX; quæ quidem ex dictis manifesta sunt. Cæterùm possumus has lineas alio quoque modo considerare, nempe vt sit linea AB semper sectionis linea, sitque HXK secundùm altitudinem oculi, vt priùs dictum est; ex quibus perspicuum est, omnes lineas AE AF BE, & harum parallelas in puncta concursus tendere, quæ quidem in linea HK existent. quia lineæ AE AF BE lineas in subiecto plano existentes repræsentant. lineæ verò DE CF, & AG *2. Cor. 33. primi huius.* BI, & quæ ipsis fuerint parallelæ, in puncta quidem concursus conuenient, quippe quæ tamen in HK esse non possunt, quia lineæ DE CF, veluti AG BI non ostendunt lineas in subiecto plano existentes. ac propterea punctum L, & huiusmodi alia diuersos possunt habere situs, diuersasque *34. primi huius.* altitudines.

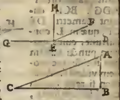
Antequam autem ad alia solida inuenienda, in sectioneque repræsentanda deueniamus; ea, quæ hactenus in erecta sectione inuenta sunt, quomodo in aliis quoque sectionibus, præcipuèque in sectione inclinata inueniantur, congruum nobis visum est ostendere; vt quæ inuenienda relinquuntur, omnibus simul sectionibus aptari possint.

LEMMA.

Data linea, punctoque extra ipsam dato, ab ipso lineam

ducere,

ducere, quæ cum data linea angulum dato angulo acuto æqualem efficiat.

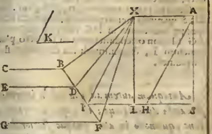


Sit data linea BC, datum verò punctum A extra lineam; sitque datus angulus acutus DEF. oportet à puncto A lineam AC ducere, quæ angulum ACB dato angulo DEF æqualem efficiat. Producatur DE in G; & ipsi DG perpendicularis agatur EH. Deinde à puncto A ad BC perpendicularis ducatur AB; deinde fiat angulus BAC æqualis angulo HEF. Quoniam enim angulus ABC est æqualis angulo GEH, cùm sint recti, angulus verò BAC est angulo HEF æqualis, erit reliquus angulus ACB reliquo FED æqualis. cùm sint tres anguli trianguli duobus rectis æquales; quandoquidem sunt GEH HEF FED duobus rectis æquales. quare angulus C dato angulo acuto DEF æqualis existit. quod fieri oportebat.

32. primi.
Ex 13. primi.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

Dato oculo, datisque parallelis lineis in subiecto plano existentibus, quæ sint sectionis lineę perpendiculares, sectio autem sit subiecto plano inclinata, punctum in sectione concursus inuenire.



Datus sit oculus in A, à quo ducatur AS subiecto plano perpendicularis. sitque BF in subiecto plano sectionis linea. sectio autem sit subiecto plano inclinata, cuius sit K inclinationis angulus. datæ verò parallelæ lineæ in subiecto plano existentes, sint BC DE FG, quæ sint ipsi BF perpendiculares. oportet in sectione punctū concursus inuenire. Ducatur SP ipsi BF perpendicularis, quæ nimirum ipsis BC DE FG erit æquidistans. deinceps à puncto A linea ducatur AH, quæ angulum AHS angulo K æqualem efficiat; in sectione autem à puncto P ducatur PX ipsi BF perpendicularis, quæ fiat æqualis AH. Dico punctum X esse punctum concursus, ita vt BC DE FG appareant in sectione in lineis BX DX FX. Iungatur AX; & à puncto X ad SP ducatur perpendicularis XL: Quoniam enim XP est ipsi BF perpendicularis, & in subiecto plano PS est ipsi BF perpendicularis, estque XL ipsi PS perpendicularis; erit XL subiecto plano erecta.

Ex præcedenti.

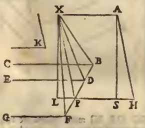
Ex 11. vndecimi.

quare

quare planum XPL est subiecto plano erectum. vnde sequitur planum per XP PS transiens subiecto plano erectum esse. quoniam autem AS est subiecto plano erecta, erit planum ASH subiecto quoque plano erectum. ergo planum per AS SP PX ductum est vnum tantùm planum, in quo est etiam linea AH. quare lineę AH XP in eodem sunt plano. Quoniam autem SP est in subiecto plano, PX verò est in sectione; & sunt SP PX ipsi BF vtrorumque planorum communi sectioni perpendiculares; erit SPX horum planorum, hoc est sectionis, & subiecti plani angulus inclinationis. quare angulus SPX est ęqualis angulo K, & per consequens ęqualis angulo AHS. quòd cùm sint AH XP in eodem plano, erit XP ęquidistans ipsi AH; & est XP ęqualis AH, ergo AX ęquidistans est ipsi HP; quæ, cùm sit ipsis BC DE FG æquidistans, erit & AX ipsis BC DE FG æquidistans. quare punctum X est punctum concursus. quod fieri oportebat.

18. vndecimi. 18. vndecimi. 6. def. vndecimi. 28. primi; 33. primi. 1. Cor. 32. primi vu- 145.

Si verò inclinatio sectionis, & subiecti plani ad alteram fuerit partem, ducatur AH ad alteram partem, ita vt angulus H sit æqualis angulo K, cæteraque fiant, vt dictum est, inuenieturque punctum X punctum concursus. vt in secunda figura patet.

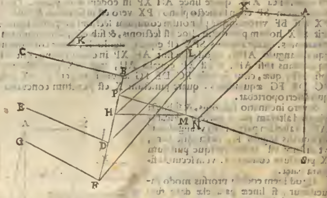


Quod idem eodem prorsus modo inuenietur, si lineæ parallelæ datæ fuerint inter sectionem, & punctum S. similiterque si oculus fuerit infra sectionem, quod, si reuoluantur figuræ, perspicuum erit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXI.

Oculo dato, datisque parallelis lineis in subiecto plano existentibus, quæ neque sint sectionis lineæ parallelæ, neque perpendiculares, sectio autem sit subiecto plano inclinata, in sectione punctum concursus inuenire.

Sit oculus in A datus, à quo ad subiectum planum perpendicularis ducatur AS. parallelæ verò datæ lineæ in subiecto plano existentes sint BC DE FG, quæ sectionis lineæ BF neque sint parallelæ, neque perpendiculares. sectio autem BXF sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit angulus K. In sectione inuenire oportet punctum concursus. Conueniant BC DE FG cum BF in punctis BDF; quod vtique fieri potest, quia BC DE FG non sunt ipsi BF parallelæ. Deinde ducatur SP ipsis



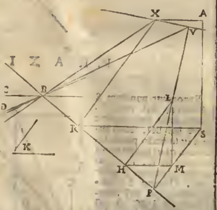
BC DE FG æquidistans; & ad partem inclinationis sectionis in linea SP
producta etiam ex S, quoduis sumatur puuctum M, si tamen sectio suam
habet inclinationem versus A. quòd si habet ad alteram partem, produ-
catur linea SP ex P, in qua sumatur punctum. Deinde à puncto M ad
planum per SP BF ductum, hoc est ad subiectum planum erigatur per-
pendicularis ML, quæ plano sectionis BXF occurrat in puncto L. ab
eodem autem puncto M ducatur ad BF perpendicularis MH, & iun-
43. sexti gatur HL; porrò erit HL perpendicularis ipsi BF. & quoniam sunt
libri Pappi. MH HL ipsi BF perpendiculares, quarum quidem altera MH est in su-
biecto plano, altera verò LH in sectione, erit LHM angulus inclinatio-
6. def. vndecimi. nis planorum, nempè sectionis BXF, & subiecti plani per SP BF tran-
seuntis. eritque propterea LHM angulo K equalis. Iungatur deinde
LP, quæ erit in plano sectionis BXF, cùm in hoc plano puncta PL exi-
Lemm. in 20. huius. stant. Deinceps ducatur linea AN, quæ faciat angulum ANS equalem
angulo LPM; producaturque PL in X; fiatque PX æqualis NA.
Dico punctum X esse punctum concursus; ita scilicet, vt lineæ BC DE
FG in sectione appareant in BX DX FX. Iungatur enim AX. & quo-
18. vndecimi. niam ML est subiecto plano erecta, erit planum trianguli LMP, hoc est
planum per XP PS ductum subiecto plano erectum. similiter quoniam
AS est subiecto plano erecta, erit planum per AS SP ductum (in quo re-
peritur linea AN) eidem subiecto plano erectum. vnum ergo tantum pla-
num est id, quod per AS SP PX transit. quare AN XP in eodem sunt
28. primi. plano. quia verò angulus ANS est æqualis angulo XPS, erit AN ipsi
33. primi. PX equidistans. atqui est XP equalis ipsi AN. ergo AX est ipsi NP;
1. Cor. 32. primi huius. ac per consequens ipsis BC DE FG parallela, quare punctum X est
punctum concursus, quod fieri oportebat.

Eodem prorsus modo fiet, si lineæ BC DE FG fuerint inter sectionem,
& punctum S, veluti quoque si oculus infra sectionem extiterit.

PROBLE-

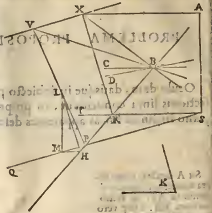
PROBLEMA PROPOSITIO. XXII.

Oculo dato, datisque in subiecto plano lineis, quæ cum sectionis linea conueniant, in proposita sectione subiecto plano inclinata lineas apparentes describere.



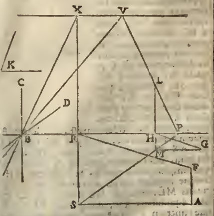
Sit A oculus, cuius supra subiectum planum altitudo sit AS. sit sectionis linea BH. Datę verò lineæ BC BD. sectio autem sit subiecto plano inclinata, cuius inclinationis angulus sit K; inclinatio autem sit versus A. oportet in sectione lineas apparentes describere. Inueniatur punctum concursus ipsius BC, quòd si BC fuerit ipsi BH perpendicularis, ducatur SR ipsi BH perpendicularis; fiatque angulus SRX æqualis K; ducaturq; AX ipsi SR parallela, quæ secet RX in X. primùm enim constat punctum X esse punctũ concursus ipsius BC. ostensum est enim lineas AS SR RX XA in vno, & eodem plano existere, simulque RX esse ipsi BH perpendicularem, & in RX AX esse punctum concursus. *Ex 20. huius.* Deinde inueniatur punctum concursus ipsius BD; quod vtique fiet, si ducatur SP ipsi BD æquidistans; in qua sumpto quouis puncto M, ducatur MH ipsi BH perpendicularis; *Ex 21. huius.* fiatque angulus MHL æqualis K; erigaturque subiecto plano perpendicularis ML, quæ ipsi HL occurrat in L; à punctoque X ducatur ipsi BH æquidistans XV, ducaturque PL, quæ XV secet in V; erit vtique punctum V punctum concursus ipsius BD. ostensum est enim punctum concursus esse in linea PL. at verò quoniam lineæ AX XV sunt ipsis BC BH, hoc est subiecto plano parallelæ, punctum sanè linearũ concursus in linea quoque XV existet. *In præcedenti.* quia punctum hoc ob lineam XV, est æquèaltum, vt oculus. ergo punctum V est punctum concursus ipsius BD. quare ductis XB VB, linea BC apparebit in BX, & BD in BV.

Quòd si inclinatio sectionis ad alteram fuerit partem, & non versus A, producantur SR SP ad TQ; fiatq; angulus TRX æqualis K. similiter in PQ quoduis sumatur punctum M; cæteraque fiant prorsus, vt dictum est, eadem ratione inuenientur puncta XV concursus. lineæque XB VB in sectione ipsas BC BD ostendent.



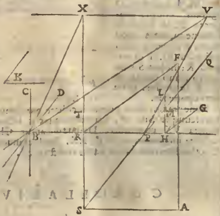
P R A X I S.

Exponatur punctum S distantiæ; BH verò sectionis linea. datæque sint lineæ BC BD, sectio autem sit subiecto plano inclinata, cuius inclinationis angulus sit K. intelligaturque ad partem S inclinare. Ducatur SA oculi altitudo ipsi BH æquidistans. & si BC est ipsi BH perpendicularis, ducatur SR ipsi BH perpendicularis; fiatque angulus SRF æqualis K; ducaturque AF ipsi SR æquidistans. Inuentaque linea RF planum intelligatur sectio inclinata; fiatque RX ipsi BH perpendicularis, & ipsi RF æqualis, quæ cum RS coincidet. erit vtique punctum X punctum concursus ipsius BC. Deinceps accipiatur planum pro subiecto plano; ducaturque SP ipsi BD æquidistans; sumaturque in SP quoduis punctum M; ducaturque MH ipsi BH perpendicularis. rursus ipsi HM perpendicularis ducatur MG; Fiatque angulus MHG æqualis K; inuentaque HG, rursus planum pro sectione inclinata sumatur; ducaturque HL ipsi BH perpendicularis,



quæ cum HM coincidet; fiatque HL æqualis HG; ducaturq; PL; à punctoque X ducatur XV æquidistans ipsi BH, quæ ipsi PL occurrat in V. erit vtique punctum V punctum concursus ipsius BD. quare ductis XB VB, linea XB ostendet BC, VB verò ipsam BD. quod perspicuum est, si intelligatur RX ad partem S eleuata in angulo K, simulque eleuatum sectionis planum XVPR vnà cum lineis XB VB. tunc enim sectio erit suo loco collocata. quòd si intelligatur quoque planum SAFR, manente SR, subiecto plano erectum, intelligaturque oculus in A, erunt puncta F X vnum punctum. quod idem accidet, si manente MH intelligatur triangulum MGH subiecto plano erectum; coincidetq; punctum G cum L. ex quibus liquet XB VB lineas in sectione apparentes existere. quod fieri oportebat.

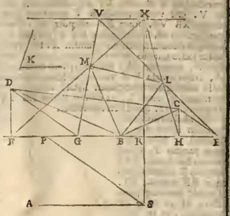
Quòd si sectionis inclinatio fuerit non ad partem S, sed ad alteram partem T, simili modo fiat ãgulus TRF angulo K æqualis; fiatque RX æqualis RF. Deinde sumatur punctum M in linea SP producta, vt in PQ. cæteraque eodem prorsus modo fiãt, similiter inuenientur lineæ XB VB in sectione apparentes. quod patet, si intelligatur sectio eleuata in angulo K, inclinata verò ad partem T. quod quidem in sequentibus quoque animaduertendum est.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXIII.

Oculo dato, dataque in subiecto plano rectilinea figura, in proposita sectione subiecto plano inclinata figuram apparentem describere.

Sit S punctum distantiæ, SA oculi altitudo, sitque BH sectionis linea. data verò figura sit BCD. sectio autem intelligatur in angulo K versus S inclinata. oportet in sectione figuram apparentem describere. Ducantur à puncto C vtcunque lineæ CH CE; inueniaturque punctum X, quod sit punctum concursus ipsius CH; inueniaturque punctum V *Ex præcedenti.*



concursus ipsius CE; ductis igitur EV HX, quæ se secent in L, punctum L in sectione ostẽdet ipsum C. similiter ducatur DF ipsi CH, DG verò ipsi CE æquidistans; ducanturq; FX GV, quæ se inuicem dispescant in M, punctum vtique M ipsum D repræsentabit. quare iunctis BL LM MB, ostẽdet BLM ipsam BCD figuram. eritque propterea BLM figura in sectione apparens. quod patet, si eleuetur sectio vnà cum BLM in angulo K; sitque SA subiecto plano erecta, & in A sit oculus. quod fieri oportebat.

Hanc praxim aliter quoque incohare poterimus, vt scilicet priùs ducantur vtcunque SR SP, secundùm quas in sectione inclinata inueniantur puncta VX concursus. Deinde ducantur CH CE ipsis SR SP parallelæ; iunganturque EV HX, similiter inuenietur punctum L ipsum C ostendens; cæteraque fiant, vt dictum est.

COROLLARIVM I.

Ex hoc patet nos posse, vbi datum tantummodo in subiecto plano punctum in sectione inclinata appareat, inuenire.

Datum enim punctum C apparet in L, vt inuentum est.

COROLLARIVM II.

Patet etiam nos posse, dato in sectione inclinata vbicunque puncto, in subiecto plano punctum, quod in assumpto puncto appareat, inuenire.

Iisdem enim constructis, datum sit punctum L in sectione; ducantur lineæ VLE XLH, & à puncto E ducatur EC æquidistans SP; ab

H verò ducatur HC æquidiſtans SR. Quoniam igitur à puncto C exeunt lineæ CE CH ipſis SP SR parallelæ, ductæque ſunt EV HX, quæ ſeſe diſpeſcunt in L, perſpicuum eſt punctum C apparere in L. intelligatur igitur C in ſubiecto plano, & erit punctum inuentum. quod facere oportebat.

Oportet autem, vt datum punctum L ſit inter lineas BH VX.

COROLLARIVM III.

Eodem prorſus modo ſi data fuerit in ſectione figura, vt BLM, quomodo in ſubiecto plano inueniri poſſit figura BCD, quæ in BLM appareat, manifeſtum eſt.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIIII.

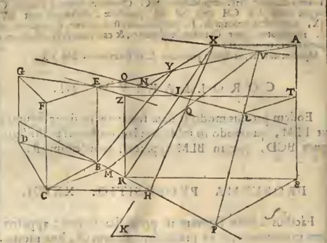
Faciliùs autem figuram in propoſita ſectione apparentem inueniemus, vt in præcedenti dictum eſt, hoc modo.

Ducatur (iiſdem poſitis) SR ad BF perpendicularis, intelligaturque RP æqualis SR, iungaturque SP; & ſecundùm lineas SR SP inueniantur puncta concurſus XV; deinde à puncto C ducatur CH ipſi BH perpendicularis; fiatque HE æqualis CH; ducanturque ſimiliter HX EV. erit vtique punctum L, vbi apparet in ſectione inclinata ipſum C. ducta enim CE, triangulum CHE ſimile prouenit triangulo SRP, quod cùm ſit CH ipſi SR æquidiſtans, erit & CE ipſi SP parallela; & ita in alijs. quod facere oportebat.

Alii modi afferri poſſunt deſcribendi figuras in ſubiecto plano exiſtentes in inclinata ſectione apparentes, præcipuè verò vigeſimus tertius modus perfacilem præbebit praxim. ſed in hac ſectione inclinata ad ſolida repræſentanda accedamus. 28. ſecundi huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXV.

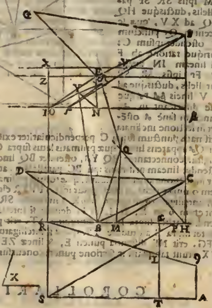
Oculo dato, datoque priſmate, cuius baſis ſit in ſubiecto plano, parallelogramma verò ſint rectangula, in propoſita ſectione ſubiecto plano inclinata figuram apparentem deſcribere.



Datus sit oculus in A, AS ipsius altitudo; sitque in subiecto plano se-
ctionis linea BH. prisma verò datum sit BCD EFG; sitque basis BCD
in subiecto plano. sectio autem sit inclinata in angulo K. oportet in se-
ctione figuram apparentem describere, quæ scilicet datum prisma repræ-
sentet, Ducatur SR ad BH perpendicularis; fiatque angulus SRX æ-
qualis K; ductaque AX ipsi SR æquidistante, nimirũ erit X punctum
concursus earum linearum, quæ ipsi BH erunt perpendiculares, vt antea
diximus. Deinceps vtcunque ducatur SP; inueniaturque punctum V
concursus earum linearum ipsi SP æquidistantium. Deinde intelligatur
planum per EFG ductum, quod quidem AS secet in T, XR in I, &
VP in L. & quoniam planum EFG est æquidistans plano BCD, erit
planum per EFG ductum subiecto plano æquidistans. quare ducta linea
16. vndecimi. IL erit ipsi BH æquidistans; eritque altitudo prismatis ipsi ST æqua-
lis. Præterea ducta TI erit ipsi SR æquidistans, cùm ASRX sit vnum
planum: similiter ducta linea AV, erit AV ipsi SP æquidistans. siqui-
Ex 20. huius. dem lineæ AS SP PV in vno sunt plano. quare erit ob eandem causam
ducta TL ipsi quoque SP æquidistans. Itaque intelligatur planum per EFG
ductum esse subiectum planum, in quo sit IL sectionis linea, punctum T
punctum distantiæ, TA oculi altitudo, EFG verò sit rectilinea figura in
subiecto plano. porrò eadem puncta VX erunt puncta concursus. nam
ducta CH ipsi BH perpendiculari, ductaque EN ipsi LI perpendi-
29. primi huius. culari, erunt vtique CH EN æquidistantes, quæ in lineis HX NX ap-
parebunt. similiter ducta CM ipsi SP æquidistante, ductaque EO ipsi
TL, vel SP æquidistante, erunt similiter CM EO interse æquidistantes,
cùm sint TL SP æquidistantes. Vnde apparebunt EO CM in lineis
OV MV. ex quibus sequitur punctum C apparere in Q, E verò in Y.
& quoniam B est in sectione, iuncta BY, apparebit BE in BY. & ita
in alijs.

Propter praxim autem ducatur RZ ipsi ST æquidistans, producaturque TI in Z; iungaturque EZ. Quoniam enim TS ZR EB sunt æquales, & æquidistantes, sunt enim prismatis altitudini æquales; & subiecto plano perpendiculares, erit EZ ipsi BR æquidistans: sed ex constructione ENIZ est parallelogrammum, ergo EZ NI sunt æquales, & parallelæ, veluti EN ZI. eritque IZ distantia lineæ LI à linea ZE. Vnde eadem ita se habebit figura EFG ad lineam EZ, vt BCD ad lineam BH, hoc est angulus ZEF angulo RBC, & ZEG angulo RBD æqualis existit. vt ex ijs, quæ dicta sunt, perspicuum est. 33. primi.

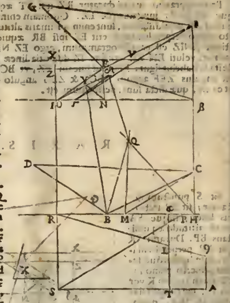
PRAXIS.



Sit S punctum distantiæ; sit BP sectionis linea; sitque SA oculi altitudo æquidistans BP. Ducatur SR ipsi BP perpendicularis, intelligaturque sectio subiecto plano inclinata in angulo K versus A, cui æqualis fiat angulus SR9. ductaque A9 ipsi SR æquidistans; factaque RX æqualis R9; erit X punctum concursus earum linearum, quæ ipsi BP perpendiculares existunt. sit datum prisma, cuius basis sit BCD in subiecto plano; altitudo autem sit æqualis ST; ducaturque TL ipsi SR æquidistans; fiatq; RI æqualis RL; ducaturq; IN ipsi BP æquidistans; inuentaq; linea IN; in linea RI, fiat IZ æqualis L9; ducaturque ZE parallela IN. Deinde fiat ZE æqualis RB; Describaturque figura EFG æqualis, & similiter posita, vt BCD, hoc est sit angulus ZEG ipsi RBD æqualis, &c. His ita constitutis: ducatur SP vtcunque, inueniaturque punctum V concursus lineæ SP, & earum, quæ ipsi SP æquidistantes [illegible] ibus. Deinde intelligatur planum, in quo sunt figura EFG, & linea IN esse subiectum planum, in quo IN sectionis linea. Ducatur deinde IN Ex 22. huius.

perpen-

perpendicularis ipsi IN, & EO, æquidistans SP. Nunc vero accipiatur planum pro sectione inclinata, in qua sunt puncta XV concursus, ducanturque NX OV, quæ se secent in Y. nimirum punctum Y in sectione ostendet prismatis punctum supra B altitudine ST. Quòd cùm sit punctum B in sectione, ducta BY, ostendet BY latus prismatis supra B existens. similiter ductis CH CM ipsis SR SP parallelis, ductisque HQ MQ ad X V, quæ se secent in Q: punctum Q ostendet ipsum C. parique ratione ab F ad lineam IN ductis Fß Fr ipsis SR SP parallelis, ductisque ad X V lineis ßA rA quę sese dispescant in A, punctum sanè A ostẽdet in sectione inclinata prismatis punctum supra C perpendiculariter existens. Vnde iunctis QA, erit QA apparens linea, quæ prismatis latus supra C existens repræsentabit. si igitur connectantur BQ YA, ostendet BQ lineam BC, linea verò YA ostendet lineam prismatis ipsi BC parallelam. atque hac ratione inuenietur in sectione apparens figura, quæ totum prisma repræsentabit, quæ quidem omnia patent, si intelligatur sectio PVXR eleuata in angulo K versus A; intelligaturque figura SA9R (manente SR) subiecto plano erecta; erit enim 9 in X, & L in I. deinde si intelligatur planum EFG perpendiculariter supra BCD altitudine ST, erit punctum E perpendiculariter supra B altitudine TS. quòd si intelligatur EN esse in dicto plano EFG. erit NE distantia puncti E, & lineæ ZE à linea IN, punctaque VX erunt tanquam in sectione puncta concursus. quod facere oportebat.



COROLLARIVM.

Hinc patet, dato puncto in subiecto plano, supra quod perpendiculariter alterum sit quoque datum in sublimi, in sectione inclinata vtraque puncta inueniri posse.

Si enim datum sit punctum C in subiecto plano, supra quod perpendiculariter cularitet in sublimi alterum sit quoque datum punctum altitudine ST. sumatur in sectionis linea quoduis punctum B, iungaturque BC, tunc eadem ratione primùm inuenietur punctum Q, vbi scilicet apparet ipsum C. Deinde eodem modo inueniatur linea EF, & ex puncto F linea Fβ Fγ inuenietur similiter punctum δ, quod quidem ostendet punctum supra C altitudine ST.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVI.

Idem aliter inuenire.

Ijsdem enim positis figuram apparentem inueniemus, si intelligatur RP æqualis RS; cęteraque eodem prorsus modo construantur; ducaturque CH ipsi BP perpendicularis, fiatque HM æqualis CH, similiter inuenietur punctum Q, quod quidem ostendet ipsum C. Deinde fiat βγ æqualis Fβ, eodemque modo ductis lineis, punctum δ ostendet punctum supra C altitudine ST. hoc enim patet, quia supposito, quòd CH HM sint æquales, & Fβ βγ itidem æquales, si iungerentur CM Fγ, essent CM Fγ ipsi SP parallelæ, vt antea ostensum est. quare iuncta Qδ altitudinem prismatis supra punctum C repræsentabit. & ita in alijs. quod facere oportebat. In 22. huius, Cor. primi.

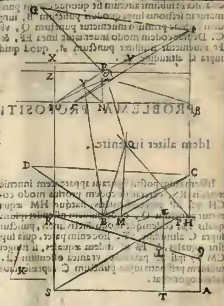
COROLLARIVM.

Ex hoc patet si ducatur Cβ perpendicularis ipsi NI, ducaturque βX, punctum supra C altitudine ST apparere in linea βX.

Recta enim linea est CβF, quæ ipsi NI perpendicularis existit. Cor. 35. huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVII.

Ijsdem positis, sumpto quouis puncto δ in linea Qδ, altitudinem puncti supra C, quod appareat in δ, inuenire.



Ducatur Aß, quæ tendat in X, quippe quæ lineam CF secet in ß, ducaturque ßI æquidistans HR, fiatque RL æqualis RI; denique ducatur LT æquidistans RS. Dico punctum supra C altitudine ST apparere in A, vt ex constructione patet. etenim cùm sit SRL inclinationis angulus sectionis inclinatæ, si intelligatur supra C punctum altitudine ST, quoniam ducta est TL æquidistans SR, factaque est RI æqualis RL; & est ßI æquidistans RH, ipsique ßI perpendicularis est Cß, perspicuum est, punctum supra C altitudine ST apparere in ßX linea. sed idem punctum apparet in QA, vt supponitur; ergo punctum supra C altitudine ST apparebit in A quod inuenire oportebat.

Cor. præcedentis.

COROLLARIVM.

Ex his perspicuum est, si stantes fuerint inæquales, in proposita sectione subiecto plano inclinata figuram apparentem eodem modo describere posse.

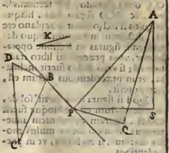
Eodem enim modo ex altitudinibus in SA existentibus quodlibet altitudinis punctum inueniri poterit.

Cor. 25. huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVIII.

Oculo dato, dataque figura rectilinea in plano, quòd per sectionis lineam transeat, sitque subiecto plano inclinatum, in proposita sectione figuram apparentem describere.

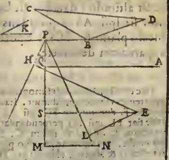
Sit



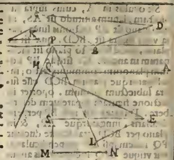
Sit oculus in A, cuius supra subiectum planum altitudo sit AS, in quo plano sit BP sectionis linea. data verò figura sit BCD, quæ sit in plano, quod subiecto plano sit inclinatum in angulo K. sitque BP horum planorum communis sectio; intelligaturque planum BCD esse supra subiectum planum. oportet in sectione figuram apparentem describere. Ducatur SP ipsi BP perpendicularis. iungaturque AP, & in plano per BCD transeunte ducatur PQ itidem ipsi BP perpendicularis: erit vtique SPQ inclinationis angulus planorum, & ob id angulo K æqualis; ducaturque AQ ipsi PQ perpendicularis. Quoniam igitur AS est subiecto plano erecta, & SP ad BP perpendicularis existit, erit AP eidem BP perpendicularis. Cùm autem AP sit perpendicularis BP, ductaque est PQ itidem ipsi BP perpendicularis, denique ducta est AQ ad PQ perpendicularis, erit sanè AQ plano per QP BP ducto, hoc est plano per figuram BCD transeunte erecta. Quapropter si accipiatur hoc planum pro subiecto plano, sitque BP sectionis linea, A oculus, AQ oculi altitudo, & punctum Q punctum distantiæ, quod quidem distat à sectionis linea quantitate PQ; cùm sit QP ipsi BP perpendicularis. si igitur sectio fuerit hoc plano erecta, omnibus modis describendi figuras in sectione præcedenti libro traditis operari poterimus. si verò sectio fuerit huic plano inclinata ex antedictis figura inuenietur apparens. quod fieri oportebat. 23. sexti libri Pappi 11. vndecimi.

Similiter si figura data fuerit prisma, cuius basis sit in plano per sectionis lineam transeunte, subiectoque plano inclinato, quod quidem parallelogramma habeat rectangula, figuram in sectione apparentem inueniemus, vt si sectio fuerit plano inclinato erecta, operabimur, vt initio huius, si verò inclinato, vt in præcedentibus dictum fuit.

PRAXIS.



Sit S punctum distantiæ in subiecto plano, oculi verò altitudo sit SE, quæ sit sectionis lineæ BP æquidistans. sit verò data figura BCD, quę intelligatur esse in plano ipsi subiecto plano inclinato in angulo K, ita vt BP sit planorum sectio communis. Ducatur SP ipsi BP perpendicularis. Deinde fiat SPH angulus æqualis K. Ducaturque EH ipsi PH ad rectos angulos. inuentisque PH HE, fiat PQ æqualis PH. deinde ducatur QA parallela BP, quæ fiat æqualis ipsi HE. His ita constitutis intelligatur Q punctum distantiæ.



QA oculi altitudo, BP sectionis linea, & BCD figura data. hisque cognitis si sectio fuerit hoc plano erecta, dictorum modorum aliquo describendi figuras in sectione operabimur, vt in præcedenti libro traditum est; si verò sectio fuerit inclinata, vt in præcedentibus dictum est, fieri poterit.

Quòd si figura data fuerit solida, vt antea dictum est, sectioque fuerit erecta, figuram apparentem inueniemus, vt initio huius multis modis diximus, si inclinata, vt in præcedentibus.

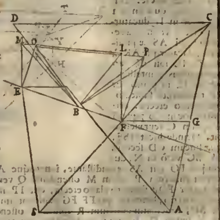
Cæterùm hic considerandum occurrit, quòd linea PH ducenda est ad eam partem, vbi est planum inclinatum; vt si planum, in quo data est figura, inclinatum fuerit supra subiectum planum, rectè ducta erit PH. tunc enim pars huius plani ad partem PH erit infra subiectum planum, siquidem est BP planorum sectio communis. si vero planum BCD fuerit infra subiectum planum, tunc pars huius plani ad alteram partem ipsius BP esset supra subiectum planum, & in hoc casu ducenda esset linea PL, ita vt SPL angulus sit æqualis K, & ipsi PL ducenda esset linea EL perpendicularis, deinde ponere lineam PM æqualem PL, ducereque MN ipsi BP parallelam, & ipsi LE æqualem: essetque punctum M punctum distantiæ; & MN oculi altitudo. cæteraque eodem modo.

Post hæc aliæ quoque sectiones considerandæ occurrunt. primùm autem sequens problema ostendemus.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIX.

Sit primùm datum punctum S distantiæ, sitque SA oculi altitudo; dataque sit linea EF sectionis linea, quæ non sit ipsi AS æquidistans; figura rectilinea verò in subiecto plano sit BCD; oportet in erecta sectione figuram apparentem describere.

Hac constructione vigesimoprimo modo describendi figuras in sectione apparentes vtendo operabimur. Itaque ducatur SC, quæ sectionis lineam secet in F. ducaturque FG ipsi AS æquidistans; ducaturque AGC. deinde fiat FL ipsi FG perpendicularis, & ipsi FG æqualis, tunc videtur
Ex 26. secundi huius. punctum L ostendere ipsum C. Nam si intelligatur FL subiecto plano erecta, intelliganturque duo plana, planum scilicet sectionis per EF transiens, & alterum planum per FG transiens; quæ sint subiecto plano

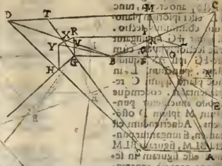


erecta, si FL intelligatur subiecto plano erecta, tunc FL esset ipsorum planorum communis sectio. si igitur FG intelligatur esse sectionis linea; cùm sit FG ipsi AS æquidistans, punctum L. in hoc plano ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum M ipsum D ostēdens. Aduertendum est tamen, si iungantur puncta BLM, figuram BLM non esse figuram in sectione propriè apparentem: nam quamuis quando FL est subiecto plano erecta, punctum L tunc ostendat in sectione proprium situm, vbi apparet punctum C; & M vbi D; tamen quando lineæ FL EM hoc modo sunt in subiecto plano demissæ, non ita se habere debent; nam quando sunt subiecto plano erectæ, sunt quoque sectionis lineæ EF perpendiculares; ita vt LFE MEF sint anguli recti; quòd in subiecto plano existentes anguli LFE MEF non sunt recti. vnde neque possumus manente FE concipere sectionem vnà cum FLME eleuatam esse, figuramque BLM esse suo loco collocatam; nam LFB non esset angulus rectus, vt oportet. Quare vt describamus propriè figuram apparentem; ducantur FP EO ipsi EF perpendiculares; fiatque FP ipsi FL, hoc est ipsi FG æqualis; EO autem fiat æqualis EM; iunganturque puncta BPO, erit sanè figura BPO propriè figura in sectione apparens. vt perspicuum est, si intelligatur, manente EBF, sectio FPOE vnà cum figura BPO subiecto plano erecta; sitque eidem plano AS perpendicularis, & oculus in A. quod facere oportebat.

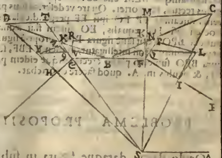
PROBLEMA PROPOSITIO. XXX.

Oculo dato, dataque figura in subiecto plano, in sectione pluribus planis subiecto plano erectis constante figuram apparentem describere.

Eadem intelligantur exposita, loco autem rectæ sectionis, & loco sectionis lineæ, quæ erat recta linea, intelligatur sectio pluribus planis subiecto plano erectis constans; quæ in subiecto plano efficiat EFGH, ita vt EF FG GH sint rectæ lineæ; quæ quidem tot erunt sectionis lineæ. oportet in sectione figuram apparentem describere. Ducatur SC, quæ lineam EF secet in I. ducaturque IK (vt in præcedenti) ipsi AS æquidistans; ducaturque AKC; fiatque IL ipsi IK perpendicularis; intelligaturque IL in plano per EF transeunte, subiectoque plano erecta, primùm hoc modo punctū L ipsum C repræsentabit. Deinde ducatur SF, quæ lineam CD secet in M. BC verò in N; ducta-



que FO ipsi AS æquidistante, iunctisque AM AN, similiter inueniatur punctum P ipsum M ostendens, Q verò ipsum N. quòd si intelligatur FQP subiecto plano erecta, erit FP in angulo, hoc est erit communis sectio planorum per EF FG transeuntium. similiter ductis SGXT, & SD, inueniatur punctum R ipsum T ostendens, V verò ipsum X, & Y ipsum D. Itaque si intelligantur puncta QLPRYV suis locis in planis per EF FG GH transeuntibus, iunganturque BQ QL LP PR RY YV VB, erit hæc apparens figura. Verùm figura BQLPRYV in subiecto plano existens non ostendit propriè figuram apparentem; oportet enim, vt in præcedenti diximus, lineas IL FP esse ipsi FE perpendiculares: similiter eandem FP, & GR ipsi FG perpendiculares; itidemque GR HY ipsi GH perpendiculares. quæ quidem vt in secunda figura aptari poterunt: vt scilicet fiat IL FP ipsi FE perpendiculares; sitque in FP punctum Q, vt in superiori figura; iunganturq; LP LQ: deinde fiant K GR ipsi FG perpendiculares; fiatque FK ipsi FP æqualis, & FO equalis FQ; & in GR sit punctum V, vt in superiori figura, iungaturque KR BO BV; denique fiant GZ HY ipsi GH perpendiculares; fiatque GZ equalis GR, & G9 equalis GV, iunganturque ZY Y9.

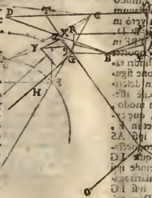


Hoc namque modo per partes figuram BCD repræsentabimus. etenim figura LPQ propriè partem CMN repræsentabit, & erit ea, quæ describenda est in plano supra EF; figura verò BOKRV ipsam BNMTX ostendet, eritque ea, quæ in plano supra FG describenda est; figuraque YZ9 ipsam DTX repræsentabit, eritque YZ9 figura describenda in plano supra GH. Quæ quidem omnia patent, si intelligatur primùm SA subiecto plano erecta, oculusque fuerit in A constitutus; deinde manente IF, intelligatur planum ILPF subiecto plano erectum; similiter manente FG concipiatur planum FKRG subiecto plano erectum; veluti GZYH planum eidem subiecto plano erectum. tunc enim lineæ FP FK vna tantùm fiet linea, veluti GR GZ; punctaq; PK in vnum punctum conuenient, veluti etiam QO RZ. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO.

Aliter idem inuenire.

Iisdem constructis, ducatur SA ipsi FI equidistans; intelligaturque FI sectionis linea, ex vigesimasexta præcedentis libri figuram inueniemus LPQ, quæ in sectione, ostendet ipsam CMN. similiter ducatur SO æqualis ipsi SA, ipsi verò GH æquidistans; intelligaturq; GH sectionis linea. ex eadem igitur inuenietur YZ9, quæ figuram DTX ostēdet. parique ratione ducatur SV æqualis SA, & ipsi FG æquidistans, quæ intelligatur sectionis linea, inuenieturque similiter figura BKR in sectione apparens. ex



quibus omnibus, quæ in erectis planis describenda sunt, nota sunt; ex quibus consurgit apparens figura. quod facere oportebat.

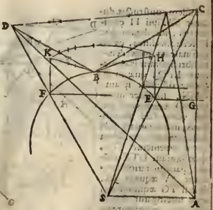
Quoniam autem per partes hæ figuræ ostenduntur, non igitur erit iniucundum, quemadmodum hæ figuræ LPQ BKR 9ZY in aliqua sectione apparent, ostendere. quod quidem fiet (vt ita dicam) si perspectiuæ perspectiuam inuenerimus. vt intelligatur IFGH obiectum in subiecto plano; ductaque fuerit sectionis linea, vbi placuerit, datumque sit punctum distantiæ, dataque oculi altitudo.

His constructis, quoniam puncta LPQ intelliguntur esse perpendiculariter supra IF, inueniatur in sectione, vbi apparet punctum supra I altitudine IL. & vbi punctum supra F altitudine FP; & vbi punctum itidem supra F altitudine FQ. eritque sanè in sectione apparens figura, vbi scilicet apparet LPQ. quod idem fiet in aliis. totaque apparens figura erit inuenta.

Hoc idem in multis sequentibus huiusmodi fieri poterit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXII.

Oculo dato, dataque figura in subiecto plano, In sectione cylindrica subiecto plano erecta figuram apparentem describere.



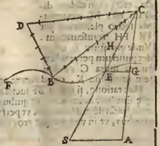
Sit S punctum distantiæ, oculi verò altitudo supra subiectum planum sit SA. figura verò in subiecto plano sit BCD. sit basis cylindri EBF in subiecto plano. oportet in superficie cylindri tãquam in sectione figuram apparentem describere. quod facilè assequemur eodem modo, vt ducatur CS, quę cylindri basim secet in E, ducaturq; EG ipsi AS æquidistans; connectaturque CA, quæ EG secet in G. deinde ipsi EG perpendicularis agatur EH, quæ ipsi EG fiat æqualis. Dico primùm punctum H ipsum C repræsentare. hoc est intelligendo EH esse in superficie cylindri subiecto plano erecti, ita vt EH sit latus parallelogrammi per axem. si enim concipimus EG sectionis lineam esse; sectioque fuerit subiecto plano erecta, tunc EH (cùm sit cylindri superficies subiecto plano erecta) erit communis sectio superficiei cylindri, & sectionis per EG transeuntis. Quare intelligendo lineam EH in sectione subiecto plano erecta, punctum H ipsum C repræsentabit. Intelligitur autem punctum H esse in superficie cylindri, ergo punctum H in superficie cylindri ipsum C repræsentabit. eodemque modo inuenietur punctum K ipsum D ostendens. Quando autem erunt EH FK in superficie cylindri, tunc non erunt iungenda puncta HK recta linea, cùm sit cylindri superficies rotunda, sed in CD, veluti etiam in CB BD plura sumenda sunt vtcunque puncta (& quò plura, eò meliùs) & vbi in superficie cylindri apparent, inuenienda sunt; deinde iungenda sunt puncta lineis curuis, inuentaque erit figura BHK in sectione cylindrica apparens. quæ per similitudinem erit, vt hæc in plano BHK. non quòd propriè in plano hæc figura ostendat, vt in superficie cylindri propriè apparet. in hoc enim praxis consistit, vt ex lineis in plano inuentis (vt dictum est) figuram in propria superficie cylindri describere facillimum sit, vt patet, quod facere oportebat.

Hæc operatio, tam conuexo, quàm concauó superficiei cylindri deseruiet.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIII.

Oculo dato, dataque figura in subiecto plano, in proposita sectione quocunque modo disposita subiecto plano erecta, dummodo lineæ à sectionis linea subiecto plano perpendiculares ductæ, sint rectæ, figuram apparentem describere.

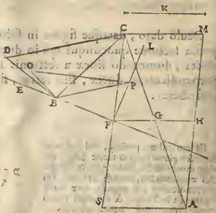
Iisdem adhuc positis, sed sectio in subiecto plano lineam faciat EBF. eodem modo ductis SEC AC, & EG ipsi AS æquidistante, factaq; EH ipsi EG perpendiculari, & æquali, quæ intelligatur in sectione, & subiecto plano erecta, ob eandem causam superiùs allatam, punctum H ipsum C repræsentabit, vt in præcedenti dictum fuit. & ita in alijs punctis fiet inuenieturque per plura puncta similiter figura in sectione apparens. quod facere oportebat.



Vt autem in præfatis sectionibus solidorum altitudines inueniamus, generali regula hoc modo assequemur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIIII.

Sit S distantiæ punctum, oculi altitudo SA; EF sectionis linea, quæ non sit ipsi AS æquidistans: data verò in subiecto plano figura sit BCD; altitudo autem puncti supra C perpendiculariter supra subiectum planum existentis sit K; in erecta sectione huiusmodi punctum describere.



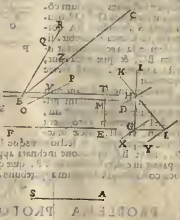
Inueniatur vt in vigesimanona huius figura BPO, quæ ipsam BCD repræsentet, lineis FG AGC FP eodem modo constructis. Deinde à puncto C ducatur CM ipsi AS æquidistans, & ipsi K æqualis. iungaturque AM, cui occurrat FG producta in H, producaturq; FP in L; fiatque PL æqualis GH. nunc si intelligatur linea FL subiecto plano erecta, erit (vt in eadem dictum est) FL communis sectio planorum per FE FH transeuntium. Vnde punctum L ostendet punctum perpendiculariter supra C existentem altitudine K. quod facere oportebat.

Hac ratione, si sectio BF fuerit curua, vel alio modo, vt antea, idem quoque similiter inuenietur, in quibus etiam solida, quorum stantes fuerint inæquales facilè erit inuenire, vt perspicuum est. ijs tamen adhibitis considerationibus, vt in vnaquaque propositione dictum est.

Ex his autem aliæ componi quoque possunt sectiones, vt in sequenti. postea quomodo in planis horizonti æquidistantibus, in cameris, & huiusmodi, obiecta repræsentantur, breuiter perstringemus. in quibus omnibus; cùm dicimus obiecta, siue intelligantur plana, siue solida, semper intelligi volumus ea eodem, quo hactenus accepta fuerunt, modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXV.

Oculo dato, datoque obiecto, figuram apparentem in sectione describere, quæ duobus datis planis constet, quorum alterum sit subiecto plano erectum, supra quod sit alterum inclinatum, horumque planorum inclinatio sit data, quorum quidem communis sectio sit subiecto plano æquidistans.



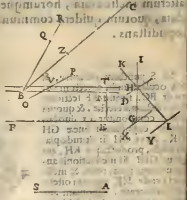
Sit S punctum distantiæ, & SA oculi altitudo obiectum verò sit BC. sitque EF sectionis linea sectionis erectæ. & quoniã sectio componitur ex duobus planis, exponantur lineæ GH HK, ita vt GH sit altitudo plani erecti, productaque KH, angulus GHL sit inclinationis angulus datus plani recti, & inclinati; vnde HK planum ostendet inclinatum. Quoniam autem intelligitur GH subiecto plano erecta, ducatur GL ipsi GH perpendicularis; erit vtique GLK inclinationis angulus plani inclinati HK, & subiecti plani; distabitque in subiecto plano sectionis linea plani inclinati à sectionis linea plani erecti quãtitate GL. Itaque intelligatur HD communis sectio planorum per GH HK transeuntium, erit HD, vt supponitur, subiecto plano æquidistans. veluti si intelligatur GX sectionis linea erectæ sectionis GH, erit GX ipsi HD æquidistans, quare, & ducta LY communis sectio plani inclinati, & subiecti plani, erit vtique LY æquidistans HD, & per consequens ipsi GX. Itaque ducatur EM perpendicularis ipsi EF, quæ fiat æqualis GL, ducaturque MB æquidistans ipsi EF; erit MB sectionis linea plani inclinati in angulo GLK, quæ quidem inclinatio intelligatur esse versus AS. His ita constitutis existente linea EF sectionis linea, inueniatur apparens figura OP, quæ ostendat, vbi apparet BC in erecta sectione. Deinde existente linea MB sectionis linea, inueniatur BR, vbi apparet BC in sectione inclinata, cuius inclinatio sit GLK. cæterùm ducatur ET ipsi EF perpendicularis, fiatque ET æqualis GH, quæ est altitudo sectionis erectæ, cùmque communis sectio plani erecti, & inclinati sit subiecto plano æquidistans, ducatur TV æquidistans EF. & quoniam erecta sectio terminatur linea TV, tunc si contingit obiectum BC in vtraque sectione videri, linea sanè TV secabit lineam OP. contingat itaque, dispescatque in V. inueniatur deinde in subiecto plano punctum, quod apparet in V, sitque punctum Z, tunc perspicuum est, si intelligatur sectio FETV vnà cum linea OP esse suo loco constituta, hoc est subiecto plano erecta, lineam BZ in OV apparere; reliquam verò ZC in hac sectione minimè apparere. si igitur intelligatur sectio inclinata similiter suo loco collocata vnà cum linea BR, tunc in parte huius sectionis, quæ supra lineam TV existet, apparebit reliqua linea ZC. itaque inuentum sit punctum Q in sectione inclinata, vbi apparet punctum Z;

Vt in secundo libro. 22.23. huius.

31. 32. secũdi huius,

Ex 22.23. huius.

linea



linea nimirum QR repræsentabit ipsam ZC in sectione inclinata. necesse est enim lineas OP BR, quando sectiones sunt suis locis constitutæ, se inuicem dispescere, vt in punctis VQ. Quapropter linea BC apparebit in OVQR, neque OV QR indirectum existent, cùm propter sectiones angulum cõstituant. attamen OV QR oculo supra S altitudine SA collocato, rectalinea apparebit. siquidem rectam repræsentant lineam BC, & quæ recta sunt, recta apparent. quod facere oportebat.

Similique modo si planorum sectionem constituentium primùm quidem fuerit inclinatũ, vt LH, alterum verò fuerit erectum, vt HI, lineæ inuenientur apparentes; in sectionibusque lineæ BQ VP ostendent lineam BC, itavt BZ in sectione inclinata appareat in BQ; reliqua verò ZC appareat in erecta sectione in VP. quæ quidem BQ VP, sectionibus suis locis collocatis, in directum apparebunt.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVI.

Iisdem positis idem inuenire, vtraque verò plana, quę sectionẽ constituunt, fiũt subiecto plano inclinata, horumq; planorum sectio communis sit subiecto plano æquidistans, inclinatio autem primi plani, ac subiecti plani sit data.

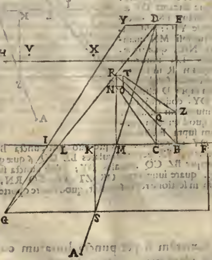
Eadem enim ratione idem assequetur, ducta autem GL non ad angulos rectos ipsi GH, sed secundùm inclinationis angulum datum, cætera simili modo fiant. quod facere oportebat.

Pariq; ratione ex his, si sectio tribus, vel adhuc pluribus constaret planis, partim verò subiecto plano erectis, partim verò inclinatis, vt dictum est, similiter in ipsis apparentes figuræ inueniri poterunt.

Ex his autem & ex trigesima huius aliæ multæ componi poterunt sectiones, in quibus, quomodo apparent obiecta, inueniri quoque poterunt.

PROPOSITIO PROBLEMA. XXXVII.

Obiecta in plana sectione horizonti æquidistante repræsentare, oculus verò sit infra sectionem.



Sit oculus A, sit obiectum BCDE primò planum. sit verò planum FH horizonti æquidistans. sitque oculus A infra planum FH. oporteatq; in plano FH tanquam in sectione figuram inuenire apparentem. Intelligantur primùm lineæ BE CD horizonti perpendiculares; Intelligaturque planum FG horizonti erectum. quòd cùm sint BE CD horizonti erectæ, erunt BE CD in plano FG; plana verò FG FH erunt inuicem erecta, quare ducatur ab A ad planum FG perpendicularis AS, ducaturque SK ipsi FK perpendicularis, sitq; FK communis sectio planorum FG FH; erit vtique FK horizonti æquidistans, cui perpendiculares erunt BE CD. Itaque intelligatur planũ FG subiectum planum; in quo est figura BCDE, punctum verò S sit punctum distantiæ, & SA oculi altitudo supra subiectum planum, in quo est figura BD. sitque FK sectionis linea; sectioque intelligatur subiecto plano erecta. Quibus cognitis manifestum est omnibus modis antea expositis posse nos in BH tanquam in erecta sectione figuram BCDE repræsentare. Veluti si vigesimoprimo modo vti voluerimus, fiat SG æquidistans FK, & æqualis oculi altitudini SA; ducanturque DG DS, quæ lineam FK secent in LM; ducaturque MN ipsi FK perpendicularis, quæ fiat æqualis ML; nimirum punctum D apparebit in N; eodemque modo inuenietur punctum O, vbi scilicet apparet ipsum E. & quoniam puncta BC sunt in sectione, cùm in sectionis linea reperiantur, apparebunt BC in sectione in iisdemmet punctis. Iungantur igitur BO CN NO, obiectum BCDE in sectione apparebit in BCNO.

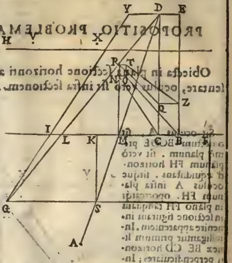
In secundo libro.

26. secundi huius.

Quòd

Quòd si fuerit BCDE in subiecto plano basis solidi, cuius altitudo fuerit æqualis DY (accipienda nunc est altitudo esse ea, quæ est supra planum BD perpendicularis) quæ quidem erit horizonti æquidistans, siquidem intelligitur BD esse horizonti erecta, vt fieri solet in hoc operandi modo. Itaque ducatur DY æquidistans FK; ducaturque YIG; addijciaturque ipsi MN quantitas NR, quæ sit æqualis LI; nimirum punctum R in sectione ostendet solidi punctum supra D altitudine DY. eodemq; modo inuenietur punctum T, quod quidem punctum supra E altitudine DY repræsentet. Itaque quoniam puncta BC sunt in sectione, ducantur ipsi FK perpendiculares BZ CQ (quæ quidem iam ductæ sunt) fiantque BZ CQ æquales DY; solidi puncta supra BC apparebunt in QZ. quare iungantur QR ZT TR TO RN, figura igitur BR solidum in sectione repræsentabit. quod facere oportebat.

Ex 11. huius.



Cæterùm si per puncta linearum concursus idem inuenire placuerit, decimo autem quinto modo vti voluerimus, ita fieri poterit.

Ijsdem positis vt in vigesima secundi huius dictum est, secundùmq; oculi situm inueniantur puncta X V concursus. sitque X punctum concursus linearum BE CD: inueniaturque ex eadem propositione figura BR: lineæ nimirum BO CN QR ZT in X tendent. eritque similiter inuenta apparens figura BR. vt perspicuum est; si intelligatur planum, in quo est figura BR, punctaque XV suo loco collocata; hoc est esse in FH, quod quidem planum FH sit erectum plano FG, in quo est figura BD. eritque tunc punctum X ita constitutum, vt ducta ab A in X recta linea; erit hæc plano FH erecta. quæ quidem ipsi KS, ac per consequens ipsis BE CD æquidistans existet. Quapropter erit tunc punctum X punctum concursus, in quod lineæ CN BO ZT QR tendere debent. ex

1. Cor. 32. primi huius.

quibus

quibus patet nos omnibus modis secundo libro expositis figuras apparentes inueniri posse.

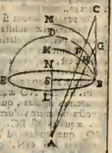
Ob praxim autem si in rectangulo plano FH horizonti æquidistante, ab oculo in ipsum ducatur perpendicularis; quæ cadat in P; vnaque inuenta apparens figura BCNO, vt dictum est, vel (prout libuerit) sit BCNO nobis determinata in sectione figura, quæ obiectum aliquod repræsentet horizonti æquidistans. sit verò NO æquidistans BC. si alias apparentes figuras, quæ ostendant æqualia obiecta, inuenire voluerimus, fiant GL. BM &c. æquales ipsi BC. ducanturque GI, LK, MQ. quæ tendant ad P, ducaturque IK in directum ipsi ON. quæ quidem IK erit æquidistans BF, ducaturque OQ æquidistans BH, nimirum figuræ BCNO GLKI BMQO erunt in sectione apparentes, quæ obiecta ostendent æqualia. quoniam BC, GL, sunt æquales, lineaque BF est tanquam sectionis linea, cui æquidistant ON IK, quæ ostendunt lineas ipsi BH parallelas, ex quibus obiecta componuntur æqualia, ideo BN GK obiecta æqualia ostendunt. quod idem dici potest de figura BMQO; nam pari ratione intelligi potest BH esse sectionis lineam, cui æquidistat OQ. atque ita lineas horizonti perpendiculares in P tendere faciemus, & quemadmodum eas, quæ horizonti æquidistant, & sunt ipsi BF parallelę, in plano FH ipsi BF parallelas duximus, ita eas, quæ BH ęquidistant, ipsi BH ęquidistare faciemus. atque hac ratione si completa fuerit figura FH, punctumque P fuerit, siue non fuerit in medio ipsius FH, omnia ex ijs, quæ dicta sunt, facilè describentur.

Hoc idem inuenietur, si oculus fuerit supra planum horizonti similiter æquidistans, dummodo ea, quæ supra planum horizontis existunt, intelligantur infra; & viceuersa; quæ inferius collocata sunt, supernè constituantur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVIII.

Obiecta in concauo portionis sphæræ, tanquam in sectione repræsentare, in perpendiculari autem ab oculo in basim ducta, sit centrum sphæræ.

Sit sphæræ portio BDE, cuius basis sit circulus BE. Datum verò sit primum punctum C in sublimi, sitque oculus A, ducta verò AS perpendiculari ad planum BE, centrum quidem sphæræ sit in linea AS. opor-

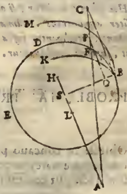


tet in ſphærica ſectione, vbi apparet punctum C inuenire. Ducatur CB perpendicularis ad planum circuli BE, iungaturque BS: erunt vtique AS SB BC in eodem plano. quod quidem ſecet ſectionem ſphæricam in BD. erit vtique BD circulus. Itaque intelligatur A oculus, S punctum diſtantię; ducaturque CA, quę BD ſecet in F, punctum vtique C in ſphęrica ſectione apparebit in F. quòd ſi in BC aliud ſumatur punctum G, ducta ſimiliter GHA, punctum G apparebit in H. & ita in aliis. vnde linea BC apparebit in BHF circunferentia.

Ex 7. vndecimi.
1 Theodoſii.

Notandum autem ſi BDE fuerit dimidia ſphęra, tunc circuli BD centrum erit punctum S. ſiquidem S eſſet ſpærę centrum. ſi verò ſectio minor fuerit dimidia ſphæra; tunc circulus erit vt BK, cuius centrum erit inter SA, vt in L. quòd ſi ſectio maior fuerit dimidia ſphęra, circulus erit vt BM, cuius centrum erit in AS producta; vt in N. quę quidem centra ſemper ſunt centra ſphærę; & ſunt in plano per AS SB BC ducto; quandoquidem in eodem quoque plano circuli BD BK BM exiſtunt, horumque circulorum centra ſunt ſphærę centra.

P R A X I S.



Exponatur circulus BDE, qui accipiatur pro baſi ſphæricę ſectionis; huius verò circuli centrum ſit S. Datum ſit punctum in ſublimi, à quo perpendicularis in planum circuli BDE cadat in B, cuius altitudo ſit BC. Iungaturque BS, ſitque CBS angulus rectus; ipſique BS perpendicularis ducatur SA, non ad eaſdem partes BC; fiatque SA ęqualis diſtantię oculi à puncto S. connectaturque AC, quę circulum BDE ſecet in F. Nunc autem inuenienda ſunt puncta in ipſa ſectione ſphęrica. quare ſi ſectio eſt dimidia ſphęra, cuius centrum erit S, ex puncto F in ſphęra inueniemus, vbi apparet punctum ſupra B altitudine BC. nempè ſumpto puncto in ipſa baſi ſectionis, quod reſpondeat ipſi B; hoc eſt in proprio loco, vbi deſcribenda eſt perſpectiua, & per ipſum deſcribatur circulus baſi erectus, qui ſecetur ſecundùm quantitatem BF, nimirum in ipſo apparebit non ſolùm datum punctum, verùm etiam linea, vt BC plano baſis perpendicularis. Quòd ſi ſectio minor fuerit dimidia ſphęra, cuius centrum

fit

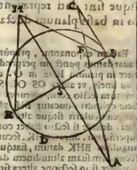
sit L, describatur circulus BK. si vero maior fuerit sectio dimidia sphæra, cuius centrum sit H, describatur circulus BM: eodemque modo in omnibus inuenietur, vbi apparet in sphæra datum punctum. quod facere oportebat.

Eadem prorsus ratione fiet, si perpendicularis à dato puncto non in circunferentia BE, sed vel intra, vel extra circulũ cadat; vt in O, cuius altitudo fuerit OP. ducta enim OS, cũ perpendiculares sint OP SA, linea AFP similiter ostendet, vbi sectio secanda est, vt diximus, ex quibus obiecta plana, & solida repræsentare non erit difficile.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIX.

Obiecta in concauo coni recti, tanquam in sectione repræsentare, ab oculo autem perpendicularis in basim ducta cadat in centrum.

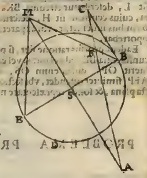
Iisdem prorsus positis, producatur BS vsque ad E, & AS vsque ad M; fiatque SM æqualis axi coni. connectanturque BM ME, erit vtique BME æquale coni triangulo per axem. quare ducta CFA, si intelligatur, manente BE, triangulum BME vnà cum lineis BC SA esse plano basis BDE erectum; punctum quidem C apparebit in F. ex puncto igitur F facile erit inuenire (vt ex præcedenti colligi potest) vbi in propria sectione apparet punctum supra B altitudine BC. & ita in alijs. quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXX.

Iisdem positis, obiecta verò in concauo conoidis, siue sphæroidis, tanquam in sectione repræsentare.

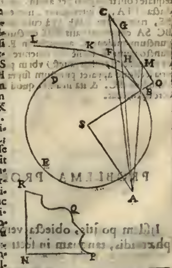
Iisdem similiter constructis, si fiat SM æqualis axi conoidis, siue sphæroidis; & si conoides fuerit rectangulum, loco BME describatur parabola; si verò fuerit obtusiangulum, fiat hyperbola; quòd si fuerit sphæroides, describatur ellipsis. eodemque modo inuentum erit punctum F, ex quo sectio secari potest, vt inueniatur, vbi apparet punctum supra B altitudine BC. & ita in alijs. quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXI.

Obiecta in sectione, quæ composita sit ex cylindri, coni, siue sphæræ superficiebus, quorum altitudines, anguliqúe sint dati repræsentare; perpendicularis verò ab oculo in basis planum ducta cadat in centro basis.

Eadem exponantur, primùmque cadat datum punctum perpendiculariter in planum BDE in O. ductisque lineis, vt antea OS OC SA, si primùm sectio componitur ex superficie cylindri, ducatur BH ipsi OS perpendicularis sitque altitudo BH datæ deinde si sectio habet conicam superficiem, ducatur HK, secundùm angulum BHK datum, fiatque HK secundùm suam altitudinem datam. similiter si in sectione altera sit conica superficies, ducatur similiter KL; intelligaturque planum BHKL esse basi BDE erectum, ita vt BH sit ipsi OS perpendicularis. si enim supra circulum BDE intelligatur superficies secundùm lineam BH, erit vtique cylindrica; rursus si supra hanc intelligatur superficies secundùm lineam HK, erit conica, veluti quoque conica erit superficies secundùm KL; ex quibus componitur sectio. Deinde in plano BHKL intelligantur esse quoque lineæ OC SA. intel-



ligaturque SO in plano circuli BDE, iungaturque AC, quæ sectionem fecet in F. tunc vt in præcedentibus diximus, transferendo nempè in ipsa sectione lineas BHF, inueniemus vbi apparet punctum supra O altitudine OC. quod facere oportebat.

Quòd si in sectione inuenire voluerimus punctum in linea OC, quod apparet in H, ducatur AH, quæ lineam OC secet in G. erit vtique punctum supra O altitudine OG, quod quęritur. Vnde ducta ABM, punctum M lineæ OC apparebit in basi in puncto B. ex quibus perspicuum est lineam MC apparere in BF, ita tamen, vt MG in BH, GC verò in HF appareat.

Verùm si HK, vel BH, vel alia fuerit portio sphærę circulis ęquidistantibus secta, ex centro sphærę fiat HK circuli portio secundùm sphæricam superficiem, eodem modo inuenietur, vbi apparebit datum punctum, & linea; & ex his obiecta plana, vel solida.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXII.

Ijsdem positis obiecta in data quacunque sectione repræsentare, quæ tamen circa basim eodem semper modo se habeat, dum plano basi erecto secatur.

Ijsdem adhuc positis, si intelligatur basis centrum N, & semidiameter NP; sectio autem secetur plano basi erecto, eueniatque PQR, vel alio quocunque modo. ita vt existentibus lineis RN NP ad angulos rectos, manente linea RN, voluatur linea NP in plano basis, PQR verò dum voluitur, describat sectionem; in qua figuras apparentes inuenire opus sit. Data verò cognitaque sit PQR. tunc in figura loco BHKL ponatur PQR, eodem modo inuenietur ex ijs, quæ dicta sunt, vbi datum punctum, vel data linea, ac datum obiectum, siue planum, siue solidum in sectione appareat. quod facere oportebat.

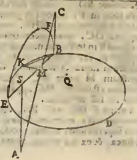
PROBLAMA PROPOSITIO. XXXXIII.

Obiecta in sectione dimidiæ sphærę repræsentare, perpendicularis verò ab oculo ad basim ducta non cadat in centrum sphærę.

Sit sectionis basis BDE circulus, cuius centrum Q, quod quidem erit centrum sphærę. fit oculus A, à quo perpendicularis ad planum circuli

BDE

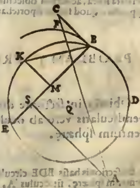
BDE ducta non cadat in Q, sed in S, vt AS. Datum verò punctum sit C, à quo perpendicularis ad planum BDE cadat in B, vt CB. oporret in sectione dimidiæ sphæræ, vbi apparet punctum C, inuenire. Iungatur BS, planum igitur per
18. vndecimi.
AS SB BC ductum est plano BDE erectum. producatur BS vsque ad circunferentiam in E. intelligaturq; planum per BE circulo BDE erectum, quod quidem sphæram secet, vt BFE. nimirum sectio BFE circulus erit, cuius diameter est BE, cùm enim BFE sit in dimidia sphæra, erit semicirculus. quòd si BE transit per Q, erit BFE circulus maximus. si verò non transit, diuidatur BE bifariam in M; erit vtique punctum M centrum circuli BFE. Quoniam igitur vtrumque planum per BFE & BE, planumque per BC BE SA ductum, sunt plano BDE erecta. lineæ BC BS SA, circulusque BFE in vno, & eodem plano existent. quare ducta CFA, constat punctum C in sectione apparere in F, lineam verò BC in circunferentia BF.



Vt verò in sphærica superficie circulum describere valeamus, ducatur in plano circuli BDE linea MK perpendicularis ipsi BE. porrò punctum K est polus circuli BFE; siquidem circunferentia BK est circunferentiæ KE æqualis. ducta igitur BK, manenteq; puncto K, linea KB circunducatur per superficiem sphæræ, punctum quidem B in ipsa sphærica superficie circulum BFE describet. Idem quoque fiet, si facto centro M immobili circunducatur linea MB per superficiem sphæricam. similiter enim punctum B circulum BFE describet.

PRAXIS.

Exponatur similiter circulus BDE, perpendicularis autem ab oculo in planum BDE cadat in S; à puncto autem dato tanquam ab obiecto cadat in B, cuius altitudo BC. Iungatur BS, cui perpendiculares fiant BC SA; sitque SA longitudo oculi à puncto S. producatur BS vsque ad E, diuidaturque BE bifariam in M; & centro M, interuallo autem MB circulus describatur BF. deinde iungatur CA, quæ circulum BF secet in F. in sphærica sectione ex puncto F inueniemus, vbi apparet datum punctum hoc modo. Ducatur MK perpendicularis BE; iungaturque BK. Deinde secetur basis sphæricæ sectionis secundùm BK, factoque centro eo puncto, quod ipsi K respondet, moueatur linea longitudinis KB per superficiem sphæri-

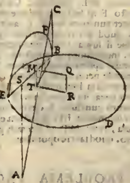


cam, alterum punctum, quod ipsi B respondet, circulum describet. qui quidem postea secetur secundùm BF: eritque inuentum, vbi apparet datum punctum, nec non linea, quæ est supra B perpendicularis plano BDE altitudine BC. quod facere oportebat.

Circulum verò in sphærica superficie hoc quoque modo describi poterit; inuentis nempè in basi punctis, quæ respondeant ipsi BE, inueniatur inter hæc punctum medium, quod quidem immobile reddatur, ipsumque euadat centrum, deinde secundùm longitudinem MB circulus similiter in sphærica superficie describetur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXIIII.

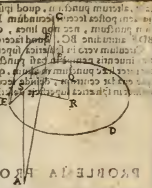
Obiecta in sphærica sectione repræsentare, quæ sit vel maior, vel minor dimidia sphæra, ab oculo autem ad basim perpendicularis non cadat in centrum.



Eadem prorsus exponantur, & si intelligitur sectio minor dimidia sphæra, erit BFE minor semicirculo. quòd vt eius centrum inueniamus, sit Q centrum circuli BDE; centrum autem sphærę sit R. deinde diuidatur BE bifariam in M; planoque BDE perpendicularis ducatur MT ad inferiorem partem. quòd cùm sit planum BFE plano BDE erectum, erit MT in plano BFE. iungaturque QR, quæ plano BDE erit erecta; cui fiat æqualis MT. Dico T esse centrum circuli BFE. *7. primi Theodosii.* Iungantur QM RT. Quoniam igitur QR MT sunt plano BDE erectæ, erunt QR MT parallelæ, & sunt æquales, ergo QM RT sunt æquales, & parallelæ. *6. vndecimi.* *33. primi.* at quoniam plana BDE BFE sunt erecta, & est QM ipsi BE communi planorum sectioni perpendicularis, erit QM plano BFE erecta. est autem *Ex 38. vndecimi.*

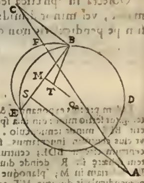
8. vndecimi. Ex 23. primi Theodosii.

RT ipsi QM parallela, [illegible] RT [illegible] est plano BFE erecta; quare [illegible] centrum circuli BFE, [illegible] est ducta TB; in circunferentia [illegible] puncto F apparet punctum [illegible] Quod si sectio maior fuerit dimidia sphæra, tunc MT ad superiorem partem ducenda esset, [illegible] esset quoque centrum sphæræ; [illegible] demque modo inuenietur centrum circuli BFE.



PRAXIS.

Vt in præcedenti praxi eadem exponantur, intelligatur autem primum sectio minor dimidia sphæra, diuidatur BE bifariam in M, ducaturque MT ipsi BE perpendicularis; fiatque MT æqualis longitudini, quæ est à centro Q ad centrum sphæræ, quæ quidem supponitur data. erit vtique punctum T centrum. quare centro T, interuallo autem ducta TB, circulus describatur BFE; ductaque CFA, [illegible] puncto F in sectione inueniemus, [illegible] apparet punctum supra B altitudine BC. quod fiet vt in superiori figura, nempe si supra BDE intelligatur sectio, inueniaturque punctum T, vt diximus, apteturq; ita punctum T, vt immobile permaneat; deinde centro T secundùm longitudinem TB moueatur linea, ita vt punctum B semper contingat sphæricam superficiem, nimirum punctum B circuli circunferentiam describet: quæ quidem secetur secundùm BF; & factum erit. Quod si sectio maior fuerit dimidia sphæra, tunc MT ad alteram partem ducenda esset; cæteraque eodem modo. quod facere oportebat.



PROBLEMA PROPOSITIO. XXXXV.

Iisdem positis, obiecta verò in coni recti concauo, tanquam in sectione repræsentare; ab oculo autem ad basim perpendicularis non cadat in centrum.

Iisdem constructis, ducatur per M linea MG plano BDE erecta, quæ erit ipsi BE perpendicularis. deinde per axem QH, & MG planum ducatur, quod faciat in cono triangulum DHK. deinde ducatur planum per BE MG; quod quidem erit plano BDE erectum, in sectione autem efficiat figuram BGE; erit vtique BGE hyperbola. siquidem productis MG DH inter se conueniunt. ducta igitur CFA, punctum sanè C apparebit in F.

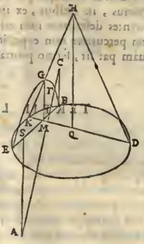
Nouisse autem oportet, quòd ducta linea QMK est ipsi BE perpendicularis; eùm sit linea BE bifariam diuisa in M. & quoniam data est longitudine QH, quæ est axis coni, data quoque erit & MG.

Ex 3. primi Apollonii.

18. vndecimi.

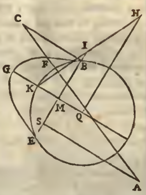
Ex 12. primi Apollonii.

3. tertii.



P R A X I S.

Ductis similiter AS BC, & BSE, quæ bifariam diuidatur in M. ducaturque QMK, cui perpendicularis ducatur QH, quæ fiat æqualis axi coni. Ducaturque HK. sitque MI æquidistans QH. deinde fiat MG æqualis MI; & per puncta BGE describatur hyperbola BGE; ducaturque CFA. deinde suo loco applicetur hyperbola BGE in sectione; punctum quidem F ostendet, vbi apparet punctum supra B altitudinę BC. quod facere oportebat.



Quòd si sectiones fuerint conoidales, vel alio quocunque modo, dummodo notæ esse possint, in omnibus figuras apparentes inuenire poterimus, veluti versa vice, si sectiones infra, oculus verò supra ipsas collocatus fuerit.

Præterea alias quoque sectiones in medium afferre poterimus, in quibus, ex ijs, quæ dicta sunt, figuras apparentes describere non erit fortasse difficilè. Singula autem percurrere non expedit; ne præter institutum longiùs, quàm par sit, sermo protrahatur.

TERTII LIBRI FINIS.

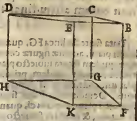
GVIDIVBALDI E MARCHIONIBVS MONTIS PERSPECTIVAE LIBER QVARTVS.

OMNIS in hac facultate operandi labor, & difficultas circa duos potissimum modos consistere videtur; quorum alter in ratione describendi figuras in sectione apparentes, alter verò circa obiectum in ichnographia describenda versatur; nimirum vt quamlibet datam figuram, siue planam, siue sollidam, in subiecto plano ita constituere, & fingere noscamus; vt ex ijs, quæ in subiecto plano constituuntur, apparentem in sectione figuram describere valeamus. huiusmodi autem in plano descriptionem communi, ac trito vocabulo (*plantam*) nos Itali appellamus; quippe qua omnia tanquam in plano posita constituuntur. Prior modus in describendis figuris apparentibus satis copiosè (ni fallor) in præcedentibus explicatus est; posterior autem ad ichnographiam spectans partim innotuit ex ijs, quæ in secundo libro pertractata fuere; vbi obiecto in subiecto plano existente apparentes docuimus repræsentari figuras; partim verò in tertio ex ichnographia solidi basim in subiecto plano figentis cum stantibus eidem plano erectis; vnde pariter in sectione apparentes repræsentantur figuræ. Et quamquam absque ichnographia multa quoque repræsentari monstrauimus, adhuc tamen desiderantur quamplurima ad ichnographiam spectantia valdè necessaria ex diuersorum obiectorum mulriplicitate emergentia; in quorum explicatione non minori studio, ac diligentia, quàm in alijs laborandum censeo, quod quidem ab alijs (quod ipse viderim) prætermissum videtur. Nisi enim posterior hic modus fuerit plenè perspectus, prior certè parùm vtilitatis huic facultati afferre videtur. quandoquidem ex ichnographia apparens in sectione figura inueniri potest. Neque enim instrumentorum suffragio (vt Albertus Durerus, alijque varijs excogitatis modis, qui quidem figuris, ac præsertim solidis in actu indigent) figuras in sectione apparentes inuenire nostrum est propositum; sed ex ipsius disciplinæ principijs (vt res ipsa postulat) geometricè praxes texere, & ex ipsis in plano fabricatis inuenire, vbi perpendiculares in subiectum cadant planum à quacunque data figura, siue plana, siue sollida rectilinea, vel quæ ad rectilineam quoquomodo referri possit, quæ nullam etiam habeat regularitatem, & quomodocunque ad subiectum se habeat planum; necnon manifestentur perpendicularium altitudines; atque ita ex horum plena notitia (suppositis ijs, quæ dicta sunt) quamlibet datam figuram, & quodcunque datum sollidum in proposita sectione repræsentare valeamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. I.

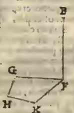
Data figura plana rectilinea subiecto plano æquidistante, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines, quarum vna sit data, inuenire.

Data sit figura BCDE subiecto plano æquidistans, sitque data BF altitudo puncti B. Inuenire oportet, vbi ab angulis CDE in subiectum planum perpendiculares cadunt, earumq; altitudines notas reddere. Ducantur ab angulis in subiectum planum perpendiculares CG DH EK; 11. vndecimi.
iunganturque FG GH HK KF. Quoniam enim lineæ BF EK sunt



subiecto plano erectæ, erunt interse parallelæ; lineæ verò BE FK lineas coniungunt parallelas BF EK; lineæ igitur BE FK sunt in plano linearum BF EK. quare cùm planum BK secetur à parallelis planis BD FH, erunt BE FK parallelæ: 6. vndecimi: Vnde parallelogrammum est BK. ac propterea BF EK, & BE FK interse sunt æquales. 7. vndecimi. pariq; ratione ostendetur EK DH, & ED KH esse interse æquales, veluti DH CG, & CD GH; deinde CG BF, & BC FG interse æquales existere; Ex 17. vndecimi. 34. primi. ex quibus sequitur BF CG DH EK, hoc est angulorum altitudines interse æquales esse. & quoniam BE ED sunt ipsis FK KH æquidistantes, erit angulus BED angulo FKH æqualis. 10. vndecimi. similiterq; ostendetur angulos EDC KHG, & BCD FGH interse æquales esse. latera verò, quæ sunt circa æquales angulos ostensa sunt æqualia; erit igitur figura FGHK æqualis figuræ BCDE, atque similiter posita. quare perpendiculares à punctis BCDE in subiectum planum cadunt in punctis, quæ quidem coniuncta figuram constituunt ipsi BCDE æqualem; & similiter positam; perpendiculariumq; altitudines sunt interse æquales.

PRAXIS.



Describatur in subiecto plano figura FGHK, quæ intelligatur sub data figura altitudine FB, quæ sit data. nimirum puncta FGHK ostendunt, vbi cadunt ab angulis datæ figuræ in subiectum planum perpendiculares, quæ quidem sunt interse æquales, cùm sint omnes ipsi BF æquales. quod facere oportebat.

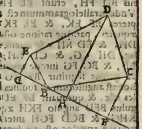
Ex his facilè erit ex secunda, vndecimaq; propositione, & alijs multis præcedentis libri repræsentare figuram FGHK, cuius altitudo supra subiectum planum sit FB.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Data figura plana rectilinea subiecto plano erecta, cuius, & subiecti plani data sit communis sectio, vbi ab

angulis

angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, nec non eorum altitudines ſupra ſubiectum planum inuenire.



Data ſit recta linea FG, quæ intelligatur ſubiecti plani, ac datæ figuræ communis ſectio; quæ quidem figura ſubiecto plano intelligitur erecta, quam quidem primùm ſubiectum planum contingere in puncto B. concipiamus. Deinde deſcribatur figura BCDE in ſubiecto plano æqualis ei, quam volumus eſſe datam, & erectam ſubiecto plano; eodem namque modo ſe habeat figura BCDE ad FG, quemadmodum concipimus figuram erectam ad eandem lineam FG ſe habere. figura vtique BCDE lineam quoque FG in eodem puncto B. continget. oportet puncta in ſubiecto plano, vbi ab angulis erectæ figuræ in ipſum perpendiculares cadunt, & angulorum altitudines ſupra idem planum inuenire. Ducantur à punctis CDE lineæ CF DH EG ad lineam FG perpendiculares. Dico FHG eſſe puncta, vbi cadunt perpendiculares ab angulis figuræ in ſubiectum planum; lineamque FC altitudinem anguli C ſupra ſubiectum planum oſtendere, DH altitudinem anguli D, & GE ipſius E. Hoc enim perſpicuum eſt. ſi enim intelligatur, manente FG, figuram BCDE conuerti vnà cum lineis FC HD GE, donec figura BCDE ſubiecto plano fiat erecta; quæ quidem erit in eo ſitu, in quo concipimus datam figuram eſſe ſubiecto plano erectam. tunc (figura in hoc ſitu exiſtente) lineæ CF DH EG ipſi EF perpendiculares ſimiliter remanebunt; quæ quidem (cùm ſit FG planorum communis ſectio, planaque ſint ſibi inuicem ad angulos rectos) ſubiecto plano erunt erectæ; ergo FHG ſunt puncta, vbi cadunt perpendiculares ab angulis datæ figuræ in ſubiectum planum. & quoniam FC HD GE ſunt ſubiecto plano erectæ, linea FC altitudinem anguli C ſupra ſubiectum planum oſtendet, HD altitudinem anguli D, & GE ipſius E.

Ex 38. vndecimi.

Si verò concipimus datam figuram ſubiectum planum non contingere in B. ſimiliter ducenda eſſet à puncto B ad FG perpendicularis, quæ idem punctum in FG, ipſiusque puncti B altitudinem oſtenderet. quod facere oportebat.

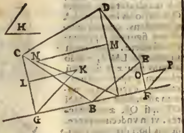
In ſectione autem ex vndecima, & decima tertia præcedentis libri propoſitione ſi inueniatur, vbi apparet punctum B tanquam in ſubiecto plano exiſtens, deinde vbi apparet punctum ſupra F altitudine FC, ſimiliter punctum ſupra H altitudine HD, & punctum ſupra G altitudine GE; quæ quidem puncta, ſi coniungantur, erit profectò inuenta apparens figura, quæ datam figuram ſubiecto plano erectam repræſentabit.

In his praxibus, veluti etiam in ſequentibus, omnibus modis deſcribendi figuras in ſectione apparentes vti poterimus. quòd ſi ſectio fuerit etiam ſubiecto plano inclinata, vel alio modo, vt diximus, ex iis, quæ dicta ſunt, in ipſis quoque figuram apparentem deſcribemus. in ſequentibus autem ob facilitatem exempla tantum exponemus, ac ſi ſectiones ſint ſubiecto plano erectæ.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Dato inclinationis angulo datæ figuræ planæ rectilineæ ſubiecto plano inclinatæ, cuius, & ſubiecti plani data ſit ſectio communis, vbi ab angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.



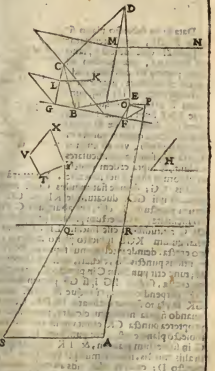
Data ſit in ſubiecto plano figura BCDE, quæ intelligatur æqualis ei, quæ ſubiecto plano eſt inclinata, quæ quidem ad eam partem ſit deſcripta, ad quam eſt inclinata. ſitque inclinationis angulus H; ſitq; punctum B in ſubiecto plano; ſitque FBG linea, quæ ſubiecti plani, ac datæ figuræ ſit communis ſectio. oportet puncta in ſubiecto plano, vbi ab angulis figuræ in ipſum perpendiculares cadunt, & ſupra eadem puncta angulorum altitudines inuenire. Ducatur à puncto C ad FG perpendicularis CG; deinde fiat angulus CGK æqualis angulo H, fiatque GK æqualis ipſi GC; ducaturque KL ad CG perpendicularis. Dico primum punctum L eſſe, vbi ab angulo C (quando figura data eſt ſuo loco inclinata) in ſubiectum planum perpendicularis cadit, inſuperque puncti C altitudinem eſſe lineam LK. ſi enim manente GL intelligamus triangulum KGL ſubiecto plano erectum; linea LK erit ſubiecto plano erecta. deinde intelligamus figuram BCDE vnà cum linea GC, manentibus punctis BG, eleuari, donec ſit ſubiecto plano inclinata in angulo H; tunc erit punctum C in puncto K. nam cùm linea LK ſit ſubiecto plano erecta, ſitque LG ipſi GF perpendicularis, erit & KG ipſi quoque GF perpendicularis; cùmque ſit LGK inclinationis angulus, erit linea GK in plano figuræ inclinatæ BCDE. Cùm itaque GC ſit æqualis GK, quando figura intelligitur eleuata, tunc lineæ GC GK erunt linea vna, ac propterea puncta CK erunt vnum tantùm punctum. quòd cùm ſit LK ſubiecto plano erecta, erit punctum L, vbi cadit perpendicularis à puncto C in ſubiectum planum, & LK erit eius altitudo. eodemque modo fiat in alijs punctis, inueniemusque punctum M, vbi cadit perpendicularis à puncto D; eritque MN eius altitudo. ſimiliter inuenietur punctum O, vbi perpendicularis cadit ab E, & OP eius altitudo exiſtet. quod facere oportebat. *43. ſexti libri Pappi.*

Neque aliter, ſi B non contingeret ſubiectum planum, inuenietur, vbi in ſubiectum planum ab ipſo perpendicularis cadit vnà cum altitudine.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Oculo dato, dataque figura plana rectilinea subiecto plano inclinata, in proposita sectione apparentem figuram describere.



Exponantur eadem, sitque S punctum distantiæ, SA occuli altitudo, sitque QR sectionis linea ipsi SA æquidistans. oportet in sectione figuram apparentẽ describere. Cùm enim sint puncta LMO, vbi ab angulis figuræ in subiectũ planum perpendiculares cadunt, exponantur eorum altitudines LK MN OP ipsi QR æquidistantes. vt in vndecima præcedentis libri diximus. primùmque inueniatur punctum T; quod in sectione repræsentet ipsum B. Deinde inueniatur punctum Y, quod ostendat punctum supra O perpendiculariter existens altitudine OP, lineis nempe OS PA QY. Porrò repræsentabit punctum Y datæ figuræ punctum E, quando figura est subiecto plano inclinata in angulo H. eademque prorsus ratione inueniatur punctũ X, quod ostendat punctum supra M altitudine MN, inueniaturq; similiter punctum V, quod punctum supra L altitudine LK repræsentet, puncta vtique XV figuræ inclinatæ puncta DC repræsentabunt. Itaque iungantur puncta TVXY, nimirum figura TX datam figuram, quando est subiecto plano inclinata in angulo H, repræsentabit; eritque ob id TX figura in sectione apparens. quod facere oportebat.

25. secundi huius.

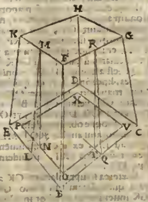
Quoniam

Quoniam autem de solidis rectilineis sermo habendus est, ideo Datum solidum intelligimus, quando eius omnia latera, omnesque laterum plani anguli noti sunt.

Ex qua cognitione solidorum ichnographiam, vt initio huius dictum est, inueniemus.

PROBLEMA PROPOSITIO. V.

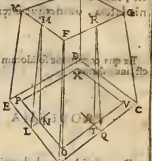
Dato solido quadrilateris contento, cuius basis sit in subiecto plano, sitque alterum planum basi parallelum, cæterorumque planorum cum plano basis inclinationum anguli sint dati; vbi cadunt ab angulis in subiectum planum perpendiculares, eorumque altitudines inuenire.



Datum solidum sit BCDE FGHK quadrilateris contentum. sitque basis BD in subiecto plano; FH verò sit ipsi BD æquidistans; quorum quidem planorum latera FG BC, GH CD, & reliqua erunt interse parallela (quoniam plana FH BD secantur plano BG, & ob id erunt BC FG parallelæ, & ita in alijs.) Deinceps dati sint inclinationum anguli planorum BG BD, & BK BD, &c. oportet vbi à punctis FGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Sumatur in quauis linea plani BD, vt in BE, quoduis punctum L; & in plano BK ducatur LM ad BE perpendicularis. rursus ab L eidem BE in plano BD, hoc est in subiecto plano, perpendicularis agatur LN; quæ quidem LN vtrinque producatur, sumaturque MLN angulus ad eam partem, vbi est acutus; erit vtique MLN inclinationis angulus planorum BK, & subiecti plani. Deinde ducatur MN perpendicularis ad LN; & à puncto N ducatur ONP æquidistans ipsi BE. Parique ratione sumpto puncto Q in linea BC. & in BG BD ducantur QR QT ipsi BC perpendiculares; ducaturque RT ipsi QT perpendicularis, deinde per T li-

16. *vndecimi.*

6. *Def. vndecimi.*



nea ducatur VTO ipsi BC parallela, eademque prorsus ratione inueniantur VX XP ipsis CD DE parallelæ. Dico perpendiculares à punctis FGHK in subiectum planum ductas in punctis OVXP cadere, esseque altitudines punctorum æquales ipsi MN. Quoniam igitur FK BE sunt parallelæ, atque BE OP itidem parallelæ; erit OP ipsi
9. vndecimi. FK æquidistans. at verò quoniam ML est perpendicularis BE, ipsique BE perpendicularis est etiam LN in plano BD, & est MN ipsi LN perpendicu-
Ex 11. vndecimi. laris; erit MN plano BD, hoc est subiecto plano erecta. quare angulus MNO rectus existit. quòd cùm sint
Ex 29. primi. OP FK parallelæ, erit NMF rectus angulus. si igitur fiat NO æqualis MF,
33. primi. iunctaque FO, erit vtique FO ipsi
8. vndecimi. MN æqualis, & æquidistans. vnde erit FO subiecto plano erecta. At verò quoniam punctum F in linea quoque FG reperitur ipsi BC parallela, similiter ostendetur perpendicularem FO cadere in linea TO, esseque FO æqualem RT; sed FO ostensa est æqualis MN, ergo MN RT interse sunt æquales. constat igitur ex his punctum F cadere, vbi lineæ OP OV se inuicem secant, vt in O. eademque prorsus ratione ostendetur punctum G cadere in V, & H in X, & K in P; eorumque altitudines esse æquales ipsi MN, hoc est omnes punctorum FGHK altitudines supra subiectum planum esse interse æquales.

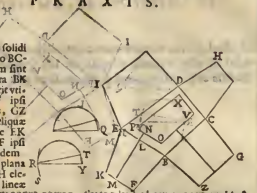
Hinc colligere licet, si planorum BK BG CH DK cum BD inclinationum anguli fuerint æquales, tunc inuenta tantum (vt dictum est) OP, deinde ducatur OV, quæ æqualiter sit distans à BC, veluti OP à BE, ducanturque similiter VX XP æqualiter à CD DE distantes, vt OP à BE, erunt hoc modo inuenta puncta OVXP, vbi scilicet cadunt perpendiculares à punctis FGHK in subiectum planum: nam si angulus RQT est æqualis MLN, quoniam anguli QTR LNM sunt recti, & æquales, lineaque RT est ipsi MN æqualis (vt ostensum est) erit triangu-
26. primi. lum triangulo, lineaque QT ipsi LN æqualis, quare VO æqualiter distat à CB, veluti OP à BE. eodemque modo ostendetur VX XP æqualiter à CD DE distare, vt OP à BE.

Hic quoque obseruandum occurrit, eandem posse fieri praxim si loco inclinationum anguli RQT MLN data fuerit proportio RQ ad QT, & ML ad LN. ex hoc enim inueniri facile potest perpendicularis MN, & perpendicularis RT. siquidem LM rectum angulum subtendit, veluti QR.

Præterea si supra planum GK aliud fuerit similiter datum solidum, quorum quadrilatera sint plano GK inclinata, eodem modo supra planum GK inueniemus punctorum altitudines, quibus addantur altitudines punctorum FGHK, quæ sunt interse æquales (vt ostensum est) eruntque similiter inuentæ punctorum altitudines supra planum BD. ex quibus, vbi ab ipsis cadunt perpendiculares in planum BD, inuenire non erit difficile.

PRA-

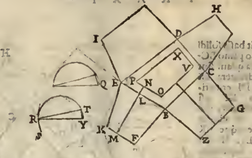
P R A X I S.



Data sit basis solidi in subiecto plano BCDE, circa quam sint data quadrilatera BK BG CH DI. eritque vtique linea KF ipsi BE æquidistans, GZ ipsi BC, & reliquæ reliquis. eritque FK æqualis EI, BF ipsi BZ, &c. siquidem si intelligantur plana DI BK BG CH eleuata suis locis, lineæ EK EF [illegible] [illegible] BF FZ, &c. Angulus autem inclinationis planorum BK BD datus sit Y; planorum verò BG BD sit Q; sumatur in BE quodlibet punctum L, ducaturque LM in quadrilatero BK ipsi BE perpendicularis; deinde fiat YR æqualis LM; describaturque semicirculus YTR, qui secet lineam YT in T, iungaturque RT; deinde tanquam in subiecto plano ducatur LN ipsi BE perpendicularis, quæ ad eam partem ducatur, vbi est inclinatio planorum BK BD, fiatque LN æqualis YT; porrò erit MN recta linea; & à puncto N ducatur ONP parallela BE; perspicuum est à solidi punctis FK in subiectum planum perpendiculares ductæ in linea OP cadere, eorumque altitudines esse ipsi TR æquales. eodemque prorsus modo, si fuerit planorum BG BD inclinatio Q, inueniatur linea OV ipsi BC parallela. vnde constat punctum F in subiectum planum perpendiculariter cadere in O, cuius altitudo est TR. Pariqueratione si describantur reliqui anguli inclinationum, inuenientur lineæ VX XP ipsis CD DE parallelæ; eritque propterea V vbi cadit perpendicularis à puncto G; X verò vbi à puncto H, & P vbi à puncto K. quorum quidem altitudines omnes sunt ipsi TR æquales. quod facere oportebat.

Quòd si dati inclinationum anguli planorum cum basi fuerint interse æquales, inuenta tantùm linea OP, vt dictum est, ducantur OV VX XP, quæ æqualiter distent à BC CD DE, veluti OP à BE; erunt vtique puncta OVXP inuenta; altitudines autem sunt similiter ipsi TR æquales.

Quòd si loco dati inclinationis anguli Y, data fuerit proportio linearum LM LN, quæ quidem similiter ductæ sint ipsi BE perpendiculares, ex puncto N duci potest ONP ipsi BE æquidistans, & vt inueniatur altitudo puncti M, quoniam LM est ea linea, quæ subtendit angulum rectum, exponatur YR æqualis LM, fiatque semicirculus YTR, in quo applicetur linea YT æqualis LN, patet ducta TR, angulum T esse rectum, vnde angulus ad Y erit inclinationis angulus plani BK, & basis BD; eritque ob id TR altitudo puncti M, quod intelligitur esse supra N. Quapropter cætera eodem modo fient; & hac ratione, ex data proportione in alijs planis eadem inueniri poterunt.



Sed hoc quoque modo fieri poterit, nempe exponatur TY æqualis LN, ipsique perpendicularis, ducatur TR, & centro Y secundùm longitudinem LM describatur circunferentia RS, quæ TR secet in R, erit similiter inuenta TR, quæ altitudinem puncti M ostendet.

COROLLARIVM.

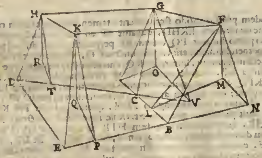
Ex hoc constat eadem similiter inueniri posse, etiam si basis BD fuerit vel trilatera, vel pentagona, vel quomodocunque; dummodo, quæ circa basim sunt plana, sint quadrilatera.

Ex his inuentis figuris BD OX, cum datæ sint altitudines punctorum supra POVX perpendiculariter existentium, quæ quidem altitudines sunt interse, & ipsi TR æquales, facillimum erit data sectionis linea, punctoque distantiæ, oculique altitudine data, figuram apparentem describere.

Hanc quoque apparentem figuram ex quarta huius propositione inueniemus, describendo in sectione figuras BG BK DI CH, quarum inclinationes datæ sunt.

PROBLEMA PROPOSITIO. VI.

Dato solido quadrilateris compræhenso, cuius basis sit in subiecto plano, vbi ab angulis alterius basis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.

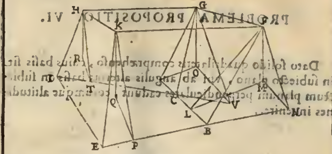


Sit solidum BCDEFGHK quadrilateris constans, cuius basis BCDE sit in subiecto plano. oportet vbi à punctis FGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Ducatur à puncto F ad BC perpendicularis FL, quæ erit in plano quadrilateri BFGC. deinde in subiecto plano ipsi BC perpendicularis ducatur LM. si igitur à puncto F in subiectum planum perpendicularis ducatur, cadet vtique in linea LM. similiter ab F ad lineam BE perpendicularis ducatur FN, quæ erit in plano quadrilateri BFKE, & à puncto N ipsi BE in subiecto plano perpendicularis ducatur NM; eadem ratione perpendicularis à puncto F in subiectum planum ducta, cadet in NM. ergo in puncto M, vbi lineæ LM NM se inuicem secant, cadit perpendicularis à puncto F in subiectum planum. quare iuncta FM, erit FM subiecto plano erecta. Et quoniam inuenta sunt puncta LM, data erit positione linea LM. quare trianguli FLM lineæ FL LM longitudine sunt notæ; angulusque FML est cognitus, cùm sit rectus; angulus igitur FLM notus existet. qui est angulus inclinationis plani FBCG, & subiecti plani; cùm sint LF LM ipsi BC planorum communi sectioni perpendiculares; ac propterea FM altitudo puncti F nota erit. Parique ratione inuenietur punctum O, vbi cadit perpendicularis à puncto G in subiectum planum, lineaque GO erit eius altitudo. Vt autem inueniatur, vbi à puncto K perpendicularis

Ex 11. vndecimi.

6. Def. vndecimi.

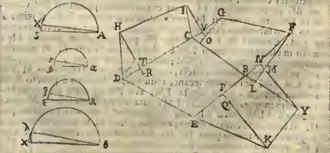
cadit,



cadit, eodem prorsus modo fieri poterit. tamen propter praxim omissa cognitione quadrilateri EKHD, ducatur KP ad BE perpendicularis, & in subiecto plano ducatur PQ eidem BE perpendicularis, ductaque KQ 11. vndecimi. ipsi PQ perpendicularis, erit vtique punctum Q, vbi cadit perpendicularis in subiectum planum, lineaque KQ eius altitudo; trianguliique KPQ nota erit linea KP. deinde angulus KQP est rectus, & cognitus, angulus verò KPQ est notus, quia est angulus inclinationis planorum BFKE, & subiecti plani; qui quidem angulus (quamuis non sit datus) est cognitus, quia est æqualis inuento angulo FNM. quandoquidem FN KP, & NM PQ sunt parallelæ. eademque ratione inuenietur punctum R, lineaque HR. quippe cùm triangulum HTR sit triangulo GVO simile.

Si autem datum solidum fuerit pyramis, cuius basis sit BCDE, vertex verò vt F. eodem modo inuenietur punctum M, vbi scilicet cadit à vertice in subiectum planum perpendicularis, cuius altitudo est FM.

PRAXIS.



Exponatur basis dati solidi BCDE, quæ intelligatur in subiecto plano; deinde super latus BG notum describatur quadrilaterum BFGC. quod intelligatur esse quadrilaterum dati solidi super BC existentis, similiter describatur quadrilaterum CIHD super CD; erit vtique linea CI æqualis ipsi CG, cùm pro vna deseruiant linea. Nam si intelligantur quadrilatera CF CH suo loco eleuata, lineæ CG CI in vnam tantùm coincidèrent lineam. similiterque describatur quadrilaterum BYKE; quod ob eandem causam habebit lineam BY æqualem ipsi BF. His ita constitutis, à puncto F ad BC ducatur perpendicularis FL, & à puncto Y ad BE perpendicularis ducatur YN. rursùs à punctis LN ipsis BC BE perpendiculares ducantur LM NM, quæ vel eædem erunt cum FL YN, vel cum his in directum existent; hoc est lineæ quidem FL YN siue productæ, siue non productæ concurrant in M, erit vtique punctum M, vbi cadit perpendicularis à puncto F, & à puncto Y. parique ratione inueniatur punctum O, vbi cadit perpendicularis à puncto G. Deinceps exponatur linea AS æqualis ipsi YN, & super AS describatur semicirculus AXS, applicetur que in semicirculo linea SX æqualis ipsi NM; iungaturque AX, quæ quidem (cùm sit AXS angulus rectus in semicirculo) ex dictis erit altitudo ipsius Y, & puncti F supra M, eritque angulus ASX angulus inclinationis plani BK, & subiecti plani. vt patet, si intelligatur linea SX in NM, & punctum X in M, lineaque XA erecta supra subiectum planum concipiatur, tunc si intelligãtur plana BG BK suo loco eleuata, erunt vtique puncta FYA vnũ punctum. & ob id erit AX altitudo puncti F, vel Y; & ASX inclinationis angulus existet, vt dictum est. Eodemque modo exponatur linea $\alpha\beta$ æqualis IV, & in semicirculo applicetur $\beta\gamma$ æqualis VO, iunctaque $\alpha\gamma$, erit hæc altitudo puncti G, & ipsius I supra O, eritque $\alpha\beta\gamma$ inclinationis angulus plani CH, & subiecti plani. Ducatur præterea HTR ad CD perpendicularis, factaque linea $\delta\epsilon$ æqualis HT, factoque semicirculo, fiat angulus $\delta\epsilon\zeta$ æqualis angulo $\alpha\beta\gamma$; iungaturque $\delta\zeta$; deinde fiat TR æqualis $\epsilon\zeta$, sitque TR ad eam partem, ad quam est VO; nimirum erit punctum R, vbi cadit ab H in subiectum planum perpendicularis, lineaque $\delta\zeta$ erit eius altitudo. eodemq; modo ducatur KP ad BE perpendicularis, ipsiq; æqualis; exponaturq; $\theta\kappa$, descriptoq; semicirculo, fiat angulus $\theta\kappa\lambda$ æqualis angulo ASX; iungaturque $\theta\lambda$; deinde fiat PQ æqualis $\kappa\lambda$; sitque PQ ad eam partem, ad quam est NM; erit vtique punctum Q, vbi cadit perpendicularis à puncto K in subiectum planum; lineaq; $\theta\lambda$ erit eius altitudo. Inuenta igitur sunt in subiecto plano puncta MORQ, altitudines verò sunt AX $\alpha\gamma$ $\delta\zeta$ $\theta\lambda$. quod facere oportebat.

COROLLARIVM I.

Hinc patet, ex dato huiusmodi solido inclinationum angulos cuiuslibet quadrilateri, & plani basis, & ad quam partem inclinent, inueniri posse.

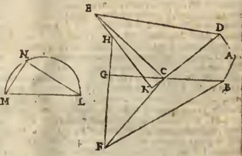
Plani enim BK, & BD inclinatio inuenta est angulus ASX, quæ quidem inclinatio est ad partem MQ extra basim, & ita in alijs.

COROLLARIVM II.

Ex hoc patet etiam, si basis dati solidi fuerit trilatera, siue multilatera, eodem modo, vbi ab angulis alterius basis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines, nec non planornm cum basi inclinationes, inueniri posse.

Simili modo fiet de pyramide.

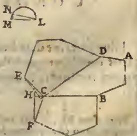
Vt si data fuerit pyramis, cuius basis ABCD, describantur triangula DCE BCF; nimirum lineæ CE CF latus pyramidis ostēdent; ductisque in directum BCG, DCK, ad quas ducantur perpendiculares FG EK, quę se inuicem secent in H, à pyramidis vertice in subiectum planum perpendicularis cadet in H. Vt autem inueniatur altitudo, fiat LM æqualis FG, factoque semicirculo LNM, in ipso applicetur MN, quæ sit æqualis GH, iungaturque LN; erit vtique LN altitudo verticis pyramidis.



COROLLARIVM III.

Ex his quoque perspicuum est, si figuræ BCF CDE fuerint pentagonæ, ac multilateræ, eodem modo puncti lateris communis, & punctum H in subiecto plano, & altitudinem LN, præterea inclinationis angulos planorum cum basi eodem modo inueniri posse.

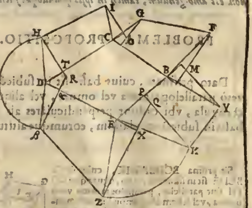
Est.n. in his cōmune latus CE CF.



PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

Dato solido quadrilateris circa basim comprœhenso, cuius quidem quadrilatera vno excepto sint data, reliquum quadrilaterum inuenire.

Sit data dati solidi basis BCDE, quę intelligatur in subiecto plano, dataq; sint tria quadrilatera BEKY BFGC CIHD. oporteatque quadrilaterum lateris DE inuenire; ex præcedenti. puncta inueniantur MORQ: vbi scilicet à punctis FIHK in subiectum planum perpendiculares cadunt. cæteraque eodem prorsus modo exponantur. Deinde à puncto Q ad ED perpendicularis ducatur QX; rursus à puncto X eidem ED perpendicularis ducatur XZ; erit vtique QXZ recta linea, & quoniam latus quadrilateri, quod quæritur, est æquale ipsi EK, ideo centro E, interuallo quidem EK circulus describatur KZ, qui lineam XZ secet in Z, iunctaque BZ, erit vtique EZ ipsi EK æqualis. Parique ratione ducatur à puncto R ad DE perpendicularis Rα, rursusq; à puncto α eidem DB perpendicularis ducatur αβ. & quoniam latus quadrilateri, quod quæritur, est ipsi DH æquale, idcirco facto centro D, interualloque DH; circulus describatur Hβ, iunganturque Dβ βZ; erit sanè DEZβ quadrilaterum quæsitum, vt ex præcedenti demonstratione patet. est enim punctum Q, vbi in plano basis cadit perpendicularis à punctis K Z, punctum verò R, vbi cadit à punctis Hβ, si enim quadrilatera BK BG CH DZ intelligantur suo loco eleuata, ambo simul puncta FY, GI, Hβ, KZ vnà conuenient. quod facere oportebat.



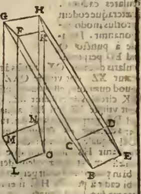
COROLLARIVM.

Ex hoc liquet quadrilateri DZ, ac basis BD inclinationem, eamque, ad quam partem vergat, inueniri posse. Vt in præcedenti prorsus.

Hæc, quæ diximus, omnibus quoque prismatibus deseruire posse non est ambigendum, tamen in ipsis quandoque faciliùs fiet hoc modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

Dato prismate, cuius basis sit in subiecto plano, eius verò parallelogramma vel omnia, vel aliqua non sint rectangula, vbi cadunt perpendiculares ab angulis alterius basis in subiectum planum, eorumque altitudines inuenire.



Sit prisma BCDEFGHK, cuius basis BCDE sit in subiecto plano, figuræque BD FH sint parallelæ; parallelogramma verò omnia, vel saltem aliqua non sint rectangula. oportet, vbi à punctis FGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, ac eorum altitudines inuenire. Non sit parallelogrammum BCGF rectangulum, cuius quidem, & subiecti plani est communis sectio BC. vel enim planum BG est erectum subiecto plano, vel inclinatum. sit quomodocunque; à punctisque FG in subiectum planum perpendiculares ducantur FL GM; iungaturque LM. dataq; LM, describatur figura LMNO similis, & similiter posita, vt BCDE. iunganturque KO HN. Dico puncta LMNO esse puncta, vbi cadunt ab angulis FGHK in subiectum planum perpendiculares, lineasq; FL GM HN KO angulorum altitudines existere. primùm enim ex constructione patet LM esse puncta, vbi cadunt perpendiculares à punctis FG; simulque FL GM eorum esse altitudines. & quoniam BCGF est paralle-

2. vel 3. huius.

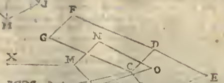
logrammum,

logrammum, erit FG æqualis, & æquidiſtans ipſi BC. Cum autem lineæ FL GM ſint ſubiecto plano perpendiculares, erunt interſe parallelæ; *6. vndecimi.* lineæ verò FG LM lineas FL GM coniungunt; ergo lineæ FG LM in eodem ſunt plano. Quoniam autem FG eſt æquidiſtans ipſi BC, erit *7. vndecimi.* FG ſubiecto plano æquidiſtans, vnde altitudines FL GM erunt inter ſe æquales; at ſunt etiam interſe parallelæ; ergo LM eſt ipſi FG æqualis, *33. primi.* & æquidiſtans. & quoniam BCDEFGHK eſt priſma, figuraque FGHK ipſi BCDE æqualis eſt, & æquidiſtans, & ſimiliter poſita, figura verò LMNO ſimilis eſt, & ſimiliter poſita, vt BCDE; erit igitur LMNO ipſi FGHK ſimilis, & ſimiliter poſita. eſt autem LM ipſi FG æqualis, ergo figura LMNO eſt ipſi FGHK æqualis, & ſimiliter poſita. at verò quoniam FG eſt æqualis, & æquidiſtans BC, erit & LM ipſi BC æqualis, *9. vndecimi.* & æquidiſtans. ex quo ſequitur figuram LMNO eſſe ipſi BCDE æqualem, & ſimiliter poſitam. Denique quoniam FGHK eſt baſi, hoc eſt ſubiecto plano æquidiſtans, erunt altitudines FL GM HN KO interſe *Ex 1. huius.* æquales. puncta igitur LMNO ſunt, vbi ab angulis figuræ FGHK in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, & FL GM HN KO ſunt eorum altitudines; quæ quidem interſe ſunt æquales. quod facere oportebat.

A L I T E R.

Iiſdem conſtructis. Quoniam enim FGHK eſt ſubiecto plano æquidiſtans, perpendiculares FL GM HN KO erunt interſe æquales, quæ quidem in ſubiectum planum cadent in figuram æqualem, & ſimiliter poſitam *Ex 1. huius.* ipſi FH. ergo LMNO eſt æqualis, ſimiliterque poſita, vt FGHK. atqui FH eſt æqualis, ac ſimiliter poſita, vt BCDE. cadunt igitur perpendiculares in LMNO æqualis, & ſimiliter poſita, vt BCDE. quod facere oportebat.

P R A X I S.

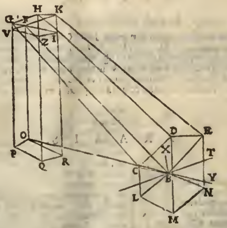


Sit in ſubiecto plano baſis priſmatis BCDE, cuius quidem duo deſcribantur parallelogramma CF CK. inueniaturque ex ſexta huius propoſitione punctum M, vbi nempe cadit perpendicularis à puncto G in ſubiectum planum, ſimulque inuenta ſit altitudo puncti G, quæ quidem ſit MX; deinde fiat ML æqualis, & æquidiſtans ipſi CB; deſcribaturque

turque figura LMNO ipsi BCDE ęqualis, & similiter posita; erunt vtique puncta LMNO, vbi ab angulis alterius basis in subiectum planum perpendiculares cadunt, quorum quidem altitudines sunt ipsi MX æquales. quod facere oportuit.

PROBLEMA PROPOSITIO. IX.

Dato prismate, cuius parallelogramma sint rectangula, basis verò sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit data, sitque communis sectio basis, subiectique plani data; vbi cadunt ab angulis in subiectum planum perpendiculares, eorumque altitudines inuenire.

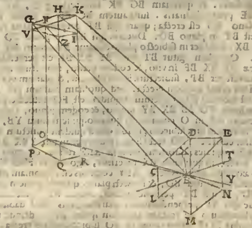


Sit BCDEFGHK prisma, cuius basis BCDE sit subiecto plano inclinata, quæ quidem data intelligatur, sitque primùm punctum B in subiecto plano; sitque BT plani BD, ac subiecti plani sectio communis. parallelogrammaq; BG BK &c. sint rectangula. oportet, vbi à punctis CDEFGHK in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Ducantur à punctis CDE in subiectum

planum

planum perpendiculares CL DM EN. ſimiliter à punctis FGHK 3. *huius.*
in idem planum perpendiculares ducantur FO GP HQ KR, quæ 11. *vndeci*
quidem perpendiculares omnes ſunt angulorum ſupra ſubiectum pla- *mi.*
num altitudines. & quoniam BG BK ſunt rectangula, erit BF ip-
ſis BC BE perpendicularis. ſunt autem BC BE in plano BD, er- 4. *vndeci-*
go BF plano BD eſt erecta; quare ipſi BT perpendicularis exiſtit, ſi- *mi.*
quidem eſt BT in plano BD. Ducatur ipſi BT in plano BD perpen-
dicularis BX, ſimiliter in ſubiecto plano ducatur BY eidem BT perpen-
dicularis. Quoniam igitur BT ipſis BY BX BF eſt perpendicularis,
erunt lineæ BY BX BF in vno, & eodem plano; ſubiectum autem pla- 5. *vndeci-*
num pertranſit per BT, ſubiectum igitur planum, & planum per BY BX *mi.*
BF tranſiens erunt inuicem erecta. Sed quoniam planum per BF FO 18. *vnde-*
tranſiens eſt ſubiecto plano erectum, ſiquidem eſt FO ſubiecto plano ere- *mi.*
cta; erunt lineæ FO FB BX BY in vno, & eodem plano. vnde produ-
cta BY cum FO in O conueniet. quandoquidem linea YB, ac pun-
ctum O in eodem ſunt ſubiecto plano. quod quidem punctum O dabi-
tur. etenim cùm ſit YBO recta linea, erunt tres anguli YBX XBF FBO
duobus rectis æquales; quorum, cùm ſit XBF rectus, eſt enim FB pla-
no BD erecta, in quo linea BX reperitur, ergo anguli FBO XBY ſunt
vni recto æquales. angulus verò XBY cognitus eſt, quoniam eſt angulus
inclinationis planorum BD, & ſubiecti plani. quandoquidem eſt BX in
plano BD, & ipſi BT perpendicularis, eſtque BY in ſubiecto plano
itidemque ipſi BT perpendicularis. quare angulus FBO dabitur, cùm
ſit complementum ad rectum angulum ipſius XBY. deinde notus eſt
etiam angulus BOF rectus; cùm ſit FO ſubiecto plano erecta. & datus
eſt priſmatis latus BF; ergo trianguli BFO duo anguli ad BO dati erunt
cum latere BF. vnde linea BO data erit. ac per conſequens punctum
O. Deinde ducatur planum per F ſubiecto plano æquidiſtans, quod
quidem lineam GP ſecet in V; HQ in Z, & KR in I. iunganturque
que FVZI; erunt vtique lineæ FO VP ZQ IR interſe æquales; cùm
planis diuidantur parallelis, lineæque FO GP HQ KR ſint parallelæ,
propterea quod ſunt ſubiecto plano erectæ. Quoniam igitur OF RI ſunt
parallelæ, erit FI ipſi OR æqualis, & æquidiſtans. & ita aliæ. ex qui- 33. *primi*
bus ſequitur figuram FVZI ipſi OPQR æqualem, & ſimiliter poſitam *Ex prace*
eſſe, cùm & latera, & anguli ſint æquales. At verò quoniam BE FK ob *ddnti.*
priſma ſunt æquidiſtantes, & KIR EN ſimiliter æquidiſtantes, ſunt 6. *vndeci*
enim ſubiecto plano erectæ; erit angulus BEN angulo FKI æqualis. an- *mi.*
gulus verò ENB rectus eſt æqualis recto KIF, latusque BE ob priſma 10. *vndeci*
eſt lateri FK æquale; latus igitur FI lateri BN eſt æquale, & æquidiſtans *mi.*
quoque. propterea quod triangulum FKI triangulo BEN æquidiſtat; 26. *primi*
cùm lineæ FK KI ſint lineis BE EN parallelæ, vt oſtenſum eſt. eadem-
que ratione oſtendetur FV æqualem, & æquidiſtantem eſſe ipſi BL.
Quòd autem IZ ſit æqualis, & æquidiſtans MN, patet, quia DE ob
priſma eſt æqualis, & æquidiſtans ipſi KH. lineæ verò EN DM ſunt ip-
ſis KI HZ parallelæ, ſunt enim omnes ſubiecto plano perpendiculares,
quarum EN oſtenſa eſt æqualis ipſi KI. anguli deinde ENM DMN re-
cti rectis KIZ HZI ſunt æquales, erit vtique quadrilaterum DENM qua-
drilatero HKIZ æquale, & ſimiliter poſitum. Quare linea IZ ipſi NM
erit æqualis, & æquidiſtans. parique ratione oſtendetur ZV æqualem, &
æquidiſtantem eſſe ipſi ML. ex quibus ſequitur figuram FVZI æqualem,
& ſimiliter poſitam eſſe, vt BLMN. ſed OPQR eſt æqualis, & ſimiliter
poſita, vt FVZI; ergo figura OPQR æqualis eſt, & ſimiliter poſita, vt
BLMN. ſuntque OPQR, vbi à punctis FGHK in ſubiectum planum
perpendiculares cadunt, quorum quidem altitudines ſunt FO GP HQ

KR.



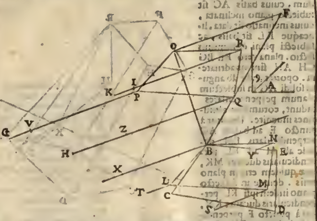
KR. sed quoniam KI est æqualis ipsi EN, erit KR maior, quàm EN quantitate IR. similiter ostendetur HQ maiorem esse DM quantitate ZQ. & GP maiorem, quàm CL quantitate VP. punctum autem F altiùs est, quàm B supra subiectum planum, quantitate FO. & quoniam FO VP ZQ IR sunt æquales, erunt altitudines punctorum FGHK maiores, quàm altitudines punctorum BCDE quantitate FO. quæ quidem est data, quoniam datum est triangulum BFO. vt ostensum est. quod facere oportebat.

Quod si punctum B non tetigerit planum subiectum, simili modo omnibus altitudinibus addendo altitudinem ipsius B, omnia inuenientur.

PRAXIS.

Exponatur prismatis basis BCDE, tangatque primùm punctum B subiectum planum. Ducaturque BX, quæ sit communis sectio huius basis, & subiecti plani. horumque planorum inclinationis datus angulus sit A. Itaque inueniantur in subiecto plano puncta LMN, vbi nempè à punctis CDE in subiectum planum perpendiculares cadunt; quorum quidem altitudines sint LT MS NY. ducanturque lineæ BL LM MN NB. Deinde ducatur BO ipsi BX perpendicularis exponaturque angulus 9. (3. huius.)

ita



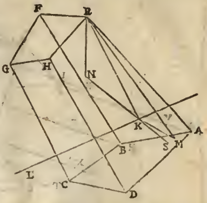
ita vt ambo anguli A 9 simul sumpti sint vni recto equales. Deinceps fiat OBF angulus angulo 9 æqualis. fiatque BF æqualis lateri dati prismatis; ducaturque FO ad BO perpendicularis; postea ducatur OP æqualis, & æquidistans ipsi BL. fiatque figura OPQR ipsi BLMN æqualis, & similiter posita. deinde ducantur PV, QZ, RI, quæ fiant ipsi OF æquales; ipsique PV adijciatur VG æqualis LT, ZH æqualis MS, & IK æqualis NY. erunt vtique puncta OPQR, vbi ab angulis alterius basis prismatis in subiectum planum perpendiculares cadunt. lineæque OF PG QH RK eorum altitudines ostendent.

Si verò intelligatur punctum B non contingere subiectum planum, adijciatur ipsi B, & alijs altitudinibus altitudinem ipsius B altitudini æqualem; cæteris eodem modo factis, eruntque omnia, quæ proposita sunt, inuenta. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. X.

Dato solido, cuius basis sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit data, dataque sit communis sectio basis, ac subiecti plani, plana verò solidi circa basim figuras quadrilateras constituant; vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.

Sit ABCDEFGH solidum, cuius basis AC sit subiecto plano inclinata, cuius inclinatio sit data, lineaque KL sit basis, ac subiecti plani communis sectio. plana verò BE BG CH AH sint quadrilatera. oportet, vbi ab angulis solidi AG in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Ducatur à puncto E ad basim AG perpendicularis EM; deinde ab M ad KL perpendicularis ducatur MK, quæ quidem erit in plano basis. deinde in subiecto plano itidem ipsi KL perpendicularis ducatur KN, cui à puncto E perpendicularis ducatur EN, & connectatur EK. Quoniam enim MK KN sunt ipsi KL perpendiculares, & est KM in plano basis, & KN in subiecto plano, erit MKN datus angulus inclinationis basis, ac subiecti plani; si tamen MKN est angulus rectus, vel acutus. quòd si est obtusus, producatur NK in S; tunc enim MKS erit angulus inclinationis. & quoniam EM est erecta plano AC, erit EMK angulus rectus, sed MK perpendicularis est ipsi KL, quæ quidem KL est in plano AC, ergo erit EK



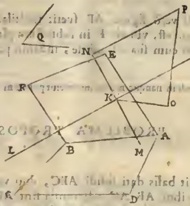
43. sexti Pappi. ipsi KL perpendicularis. at verò quoniam KL est tribus lineis KM KE KN perpendicularis, erunt lineæ KM KE KN in vno, & eodem plano.
5. vndecimi. Vnde lineæ EM MK KN NE in vno quoque sunt plano. sed quoniam EK est ipsi KL perpendicularis, veluti quoque est KN, quæ quidem
Ex 2. vndecimi. est in subiecto plano, & est EN ipsi KN perpendicularis, erit igitur EN subiecto plano perpendicularis, quæ quidem est altitudo ipsius puncti E;
11. vndecimi. eritque punctum N, vbi ab angulo E in subiectum planum cadit perpendicularis. quod idem fiet alijs punctis FGH. Vbi verò ab angulis ABCD in subiectum planum cadunt perpendiculares, ex tertia huius inuenientur.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet si datum solidum fuerit pyramis, eodem modo, vbi à vertice in subiectum planum perpendicularis cadit, eiusque altitudinem inueniri posse.

Vt si basis fuerit ABCD, vertex verò E

P R A X I S.



Exponatur basis ABCD, quæ intelligatur inclinata subiecto plano in angulo Q. sitque KL subiecti plani, ac basis sectio communis; vbi verò à punctis ABCD in subiectum planum perpendiculares cadunt, ex tertia huius propositione inuenietur. deinde describatur solidi quadrilaterum ABFE, & vbi à puncto E in basim AC perpendicularis cadit, punctum inueniatur M. quod fiet ex sexta huius, si in latere AD alterum solidi quadrilaterum describatur. deinde ex eadem inueniatur altitudo puncti E supra eandem basim, quæ sit OP. Ducatur deinde MK ad KL perpendicularis. similiterque ducatur KN eidem KL perpendicularis, erit vtique MKN recta linea. & ad quam partem est inclinatio basis AC, ad eandem fiat angulus MKO æqualis Q. fiatque KO æqualis KM, exponaturque OP, quæ cum OK rectum angulum constituat; denique à puncto P ad KN perpendicularis ducatur PN, erit vtique punctum N, vbi cadit à puncto E in subiectū planum perpendicularis; eiusque altitudo erit NP. vt perspicuum est, si intelligatur, manente KN, figura NPOK eleuata, ita vt PN sit subiecto plano erecta: intelligaturque ABCD eleuata in angulo Q. eritque tunc KM cum KO linea vna. denique intelligatur AEFB suo loco eleuata; eritque tunc punctum E in P. quod idem fiet alijs punctis dati solidi. quod facere oportebat.

C O R O L L A R I V M I.

Vnde si datum solidum fuerit pyramis, cuius basis sit ABCD, ductaque esset linea BE, quæ vnà cum BA AE triangulum constitueret, similiter manifestum est inueniri posse punctum N, vbi scilicet à vertice E in subiectum planum perpendicularis cadit cum sua altitudine.

COROLLARIVM II.

Si verò figura AF fuerit multilatera, similiter perspicuum est, vbi ab E in subiectum planum perpendicularis cadit cum sua altitudine, inueniri posse.

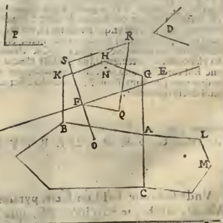
Eodem nanque modo inuenietur punctum N, eiusque altitudo NP.

PROBLEMA PROPOSITIO. XI.

Sit basis dati solidi ABC, duo verò plana multilatera lateribus AB AC adiacentia sint AGHKB, & ALMC, vbi ab angulis figuræ AGHKB in subiectum planum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus inuenire.

Cor. primum 6. huius.

Sit primùm basis ABC subiecto plano inclinata in angulo D, quorum quidem planorum sit cõmunis sectio EF. Cùm enim sint AG AL æquales, quæ quidem pro latere solidi deseruiunt, ex proximo corollario inueniatur punctum N, vbi ab angulo G cadit in subiectum planum perpendicularis. Deinde inueniatur angulus P, angulus scilicet inclinationis plani AK cum basi ABC. Cùm itaque inuen-



tus sit

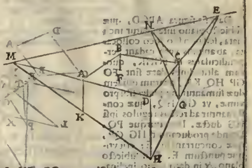
tus sit angulus P, inueniatur punctum O, vbi ab angulo H cadit perpendicularis in basim ABC, eiusque altitudo sit similiter inuenta QR. His ita constitutis ducatur OFS ad EF perpendicularis; fiatque angulus OFQ æqualis angulo D; fiatque FQ æqualis FO; constituaturq; QR ad angulos rectos cum FQ; ducaturq; RS ad OS perpendicularis; erit vtique punctum S, vbi cadit ab angulo H in subiectum planum perpendicularis, cuius altitudo est SR. huius quidem ratio eadem est, quæ est puncti G, vt ex præcedenti perspicuum esse potest. Idem quoque fiet puncto K. & ita in alijs. *Ex 6. huius.*

Si verò basis ABC est in subiecto plano, ex sexta huius propositione inueniatur angulus P inclinationis nempè planorum AK, & ABC, qui quidem angulus P in hoc casu erit inclinationis angulus plani AK, & subiecti plani, & AB horum planorum est sectio communis. vnde ex tertia huius propositione vbi cadunt perpendiculares ab angulis figuræ AK in subiectum planum, facile est inuenire cum suis altitudinibus.

Quòd si ABC fuerit subiecto plano æquidistans, inueniantur similiter vbi cadunt perpendiculares ab angulis figuræ AK in basim ABC, vnicuique altitudini addatur altitudo basis à subiecto plano, & factum erit, quod propositum fuerat.

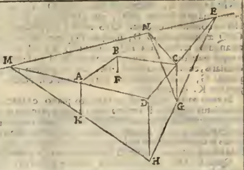
PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

Data figura rectilinea subiecto plano inclinata, datisq; punctis in subiecto plano, vbi ab angulis in ipsum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus; communem sectionem subiecti plani, ac plani inclinati, horumq; planorum inclinationis angulum inuenire.



Data sit figura ABCD subiecto plano inclinata. ab angulisque in subiectum planum perpendiculares cadant in FGHK; quorum altitudines datæ sint BF CG DH AK. oportet communem sectionem subiecti plani, ac plani BD, angulumque inclinationis horum planorum inuenire. Iungatur HG, quæ ipsis HD GC perpendicularis existet, & quoniam lineæ HG DC coniungunt lineas DH CG parallelas; erunt quatuor li- *Ex 7. vndecimi.*

neæ DC CG GH HD in vno, & eodem plano. si igitur DC non est æquidistās ipsi HG (quod erit, si HD GC non fuerint æquales) si producantur DC HG, simul vtique conuenient. producātur itaque concurrantq; in E. Quoniam igitur punctū E est in linea HG; erit E in subiecto plano. quia verò

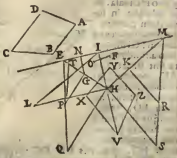


idem punctum E est in linea DC, erit punctum E in plano quoque BD. Parique ratione iungatur HK. quòd si HD KA non fuerint æquales, producantur HK DA, atque concurrant in M. similiter ostendetur, punctum M esse in subiecto plano, & in plano BD. Quare ducta EM, erit EM & in subiecto plano, & in plano BD; ac propterea est EM horum planorum sectio communis. Deinde ducatur GN ad EM perpendicularis; iungaturque CN. Quoniam igitur CG est subiecto plano perpendicularis, erit CGN angulus rectus; & est GN ipsi EM perpendicularis, erit igitur CN ipsi quoque EM perpendicularis. quare CNG inclinationis est angulus subiecti plani, ac plani BD. est enim CN in plano BD, siquidem punctum C, lineaque EM sunt in plano BD, lineaque GN est in subiecto plano.

43. sexti libri Pappi.
6. Def. vndecimi.

PRAXIS.

Data sit figura ABCD, quæ subiecto plano intelligatur inclinata, sed non suo loco collocata. ab angulis verò cadant perpendiculares in FGHK, quorum altitudines datæ sint FO GP HQ KR, quarum quidem duæ sumantur inæquales sibi proximæ, vt GP HQ, quæ constituantur ad rectos angulos ipsi HG ductæ. Iungaturque PQ. Deinde producantur HG QP, quæ concurrant in E; erit vtique punctum E, & in subiecto plano, & in dato plano inclinato. Deinceps aliæ similiter duæ altitudines sumantur, vt HQ KR, quæ ductæ KH constituantur ad angulos



gulos rectos. quod fiet, si fiat HS æqualis ipsi HQ. & ipsi HK perpendicularis. Deseruiet enim HS pro HQ. iungaturque SR; producanturque HK SR, quæ conueniant in M; ductaq; EM; erit EM communis sectio subiecti plani, ac plani inclinati. Itaque à puncto G ducatur GN perpendicularis ipsi EM. deinde ipsi GP ad rectos angulos ducatur GT, quæ cum HE coincidet; fiatque GT æqualis ipsi GN; iungaturque TP, erit sanè GTP inclinationis angulus subiecti plani, ac dati plani inclinati. quod facere oportebat.

Hic aduertendum est, quòd si ducta linea EM transiret per punctum F, tunc figura inclinata subiectum planum contingeret; essetque hoc punctũ absque altitudine FO.

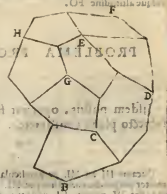
PROBLEMA PROPOSITIO. XIII.

Iisdem positis, oporteat figuram ABCD suo loco in subiecto plano constituere.

Ducatur HI ad ME perpendicularis; deinde ducatur HL ad HI. similiter perpendicularis, fiatque HL æqualis HQ; iungaturque IL; deinde fiat IV æqualis LI. eodemque prorsus modo fiat punctis GFK; ex quibus oriantur puncta XYZ. lineæque ducantur VX XY YZ ZV. Quoniam igitur ME est communis sectio subiecti plani, ac plani inclinati; ex tertia huius propositione punctum figuræ erit in linea IH. quia verò à puncto figuræ in subiectum planum perpendicularis cadit in H; erit altitudo præfati puncti in linea HL ipsi IH perpendicularis; quæ quidem HL sit æqualis HQ, vt supponitur. & quoniam IV est æqualis IL, erit V figuræ punctum, quod perpendiculariter in subiectum planum cadit in H, cuius altitudo est HL, & ita in alijs. Collocata est igitur figura VXYZ suo loco in subiecto plano; quæ quidem intelligi potest subiecto plano inclinata in angulo GTP, cuius, & subiecti plani sit communis sectio EM, ab angulisque figuræ in subiectum planum perpendiculares cadunt in punctis HGFK. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIIII.

Dato solido ex pluribus datis quotcunque, & quomodocunque planis rectilineis constante, cuius quidem vnum sit, vel in subiecto plano, vel ipsi parallelo, vel inclinato, cuius inclinatio sit data. dataque sit huius plani, ac subiecti plani ſectio communis, vbi ab angulis dati ſolidi in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.



Datum ſit ſolidum quomodocunque, cuius vnum planum ſit BC; ipſiq́; BC adiaceat planum CD, hoc autem ſequatur planũ DE, quod quidem contingat planum EF, &c. Rurſus planum CG ſit iuxta BC, deinde ſit GE, poſtea EH, & HG (nunc autem ſufficiat dati ſolidi partem oſtẽdere) ſit verò BC, vel in ſubiecto plano, vel ipſi ęquidiſtans, vel ipſi inclinatum, cuius quidem inclinatio ſit data, nec non ipſius BC, ac ſubiecti plani data ſit cõmunis ſectio. oportet vbi ab angulis dati ſolidi in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, inuenire; ſimulque horum altitudines notas reddere. Primùm quidem inueniatur ex prima huius, ſi planum BC eſt ſubiecto plano æquidiſtans, vel ex tertia, ſi eſt inclinatum, vbi cadunt perpendiculares ab angulis ipſius BC cum ſuis altitudinibus in ſubiectum planum. Deinde, cùm ſint data plana BC CD CG, inueniatur inclinationis angulus planorum CD CB; & ex vndecima huius propoſi-

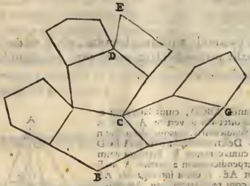
Ex 6. huius. tione vbi cadunt perpendiculares ab angulis plani CD in ſubiectum planum cum ſuis altitudinibus inueniatur. quod idem fiat plano CG; hoc eſt inuento inclinationis angulo planorum CG CB, vbi cadunt perpendiculares ab angulis plani CG in ſubiectum planum vnà cum ſuis altitudinibus inueniatur. Deinde quoniam data ſunt plana GE GH, inueniatur

Ex 6. huius. inclinationis angulus planorum GE GC; & quoniam ſunt inuenta; & propterea nota ſunt puncta, vbi ab angulis figuræ CG in ſubiectum pla-

12. huius. num perpendiculares cadunt cum ſuis altitudinibus, inueniatur communis ſectio plani CG, ac ſubiecti plani, horumq́ue planorum inclinationis quoque angulus inueniatur. deinde ex vndecima huius inueniatur, vbi cadunt ab angulis figuræ GE in ſubiectum planum perpendiculares cum ſuis altitudinibus. quod idem quoque fiat plano GH. Poſtea eodem prorſus modo inuenta inclinatione plani GE ad ſubiectum planum, ſimulq́; horum ſectione communi inuenta, planorumq́ue EH EG inclinationis angulo inuento, ſimiliter, vbi ab angulis figuræ EH in ſubiectum planum perpendiculares cadunt cum ſuis altitudinibus, inueniri poterunt. & ita in alijs, donec ex omnibus planis cognitis dati ſolidi, vbi ab omnibus angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt cum ſuis altitudinibus erunt inuentæ.

Quòd si contingeret, omnes alicuius plani (vt EH) perpendiculares in subiectum planum ductas, esse interse æquales, signum esset, planum EH esse subiecto plano æquidistans.

P R A X I S.



Exponatur primùm basis BC, quæ intelligatur, vel in subiecto plano existere, vel esse subiecto plano æquidistans, vel ipsi inclinata, cuius quidem inclinatio sit data. dataque sit horum planorum sectio communis, deinde datæ sint iuxta BC aliæ figuræ CD CG, postea inueniantur puncta, vbi ab angulis figurarum BC CD in subiectum planum perpendiculares cadunt. simulque eorum altitudines notæ reddantur, quod idem fiat cum alijs figuris, quæ sunt vndique circa basim BC. Deinde cùm sint nota puncta, vbi ab angulis figuræ CD in subiectum planum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus, inueniatur angulus inclinationis figuræ CD cum subiecto plano, horumque planorum inueniatur communis sectio. Deinde collocetur figura CD suo loco vt in præcedenti dictum est, quæ intelligatur, tanquam basis. & quoniam cognitæ sunt aliæ figuræ dati solidi, quæ sunt iuxta CD, oportet eas describere iuxta CD suo loco collocata. atque his ita constitutis, inueniantur similiter, vbi ab harum figurarum angulis perpendiculares cadunt in subiectum planum, eorumque altitudines notæ fiant. Deinde accipiatur altera figura pro basi, quæ suo loco collocetur, & ita deinceps, donec inueniatur, vbi ab omnibus angulis dati solidi in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines notæ reddantur. quod facere oportebat.

1. 3. 11. huius.

12. huius.

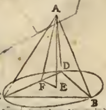
Ex iis, quæ dicta sunt, perspicuum est, vbi cadant perpendiculares ab angulis quoque corporum regularium in subiectum planum

inuenire,

inuenire, eorumque altitudines notas reddere posse, vnde in sectione apparentes figuras describere non erit ignotum. Verùm quoniam faciliùs in aliquibus casibus describi possunt, idcirco hæc quoque prætermittenda non duximus.

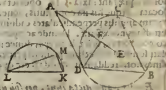
PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Data pyramide æqualium laterum, vbi à vertice in planum basis perpendicularis cadit cum sua altitudine inuenire.



Sit pyramis ABCD, cuius latera sint æqualia. oportet vbi à vertice A cadit in BCD perpendicularis, eiusque altitudinem inuenire. Describatur circa triangulũ BCD circulus, cuius centrum E. Primùm enim liquet, perpendicularem à vertice A in E cadere, vt AE. si enim intelligantur AB AD AC coni recti latera, erit AE axis. Deinde à puncto E ipsi CD perpendicularis ducatur EF. nimirum punctum F bifariam diuidet lineam CD: 3. tertij. similiter à puncto A ad CD perpendicularis ducatur, quæ quidem in F cadet, siquidem latera AC AD sunt æqualia: ducta igitur AF, erit ipsi CD perpendicularis. Itaque quoniam AE est plano BCD erecta, erit angulus AEF rectus, quod cùm sint EF EA longitudine inuentæ, erit AE nota.

P R A X I S.



Exponatur pyramis latus BC, fiatq; triangulum æquilaterũ BCD, circa quod describatur circulus, cuius centrum E, alterum deinde triangulum æquilaterum constituatur DCA, ducaturq; AF ad CD perpendicularis; iungaturque EF, quæ similiter ipsi DC perpendicularis existet. Inuentisque lineis EF FA exponatur linea KL æqualis FA semicirculusque describatur KML, in quo applicetur linea KM æqualis

EF,

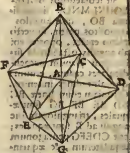
EF; iungaturque ML. quoniam enim angulus BME est rectus, ex demonstratis patet perpendicularem à vertice pyramidis in planum BCD in E cadere, eiusque altitudinem ipsi MB æqualem existere; quod facere oportebat. 3. tertij.

De pyramide inclinata in decima huius propositione dictum fuit.

De Cubo similiter ex ijs, quæ in præcedenti libro, præcipuè in decimaquinta, & decimaseptima propositione dicta sunt, figuram apparentem inueniemus. Quòd si cubus fuerit inclinatus, ex decima huius propositione vbi cadunt perpendiculares in subiectum planum cum suis altitudinibus inueniri poterunt; ex quibus apparentis in sectione figuræ facilis est descriptio.

PROBLEMA. PROPOSITIO XVI.

Octaëdro dato, cuius linea oppositos angulos connectens sit subiecto plano erecta, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt; eorumque altitudines inuenire.

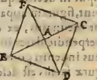


Datum sit octaëdrum BCDEFG. linea verò ducta BG sit subiecto plano erecta; sitque punctum G in subiecto plano. oportet, vbi ab angulis in subiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Quoniam igitur octaëdri latera BC BD BE BF sunt æqualia, angulique ad B sunt æquales; erit CDEF quadratum. ductis igitur diametris DF CE, linea BG per punctum A, vbi diametri se inuicem secant, transibit; quæ quidem erit plano CDEF erecta. sed BG supponitur esse subiecto plano erecta, ergo quadratum CDEF est subiecto plano æquidistans. ex quibus sequitur punctum A in subiectum planum perpendiculariter cadere in G, cuius altitudo est GA. similiter punctum B cadere in G, cuius altitudo est GB. puncta verò CDEF in subiecto plano cadere in alterum quadratum æquale, similiterque positum, cuius omnes altitudines sunt æquales ipsi GA. Quocirca quoniam propter octaëdrum

12. vndecimi.
1. huius.

eſt æqualis AD ipſi AC, erit altitudo ipſius A, & per conſequens punctorum CDEF à ſubiecto plano æqualis AD; puncti verò B altitudo erit æqualis duplæ AD, vt demonſtrauit Euclides in decimaquarta propoſitione decimitertii libri elementorum.

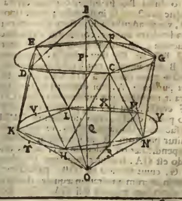
PRAXIS.



Exponatur octaëdri latus CD, deſcribaturque quadratum CDEF; ſitque punctum A, vbi diametri CE DF ſe inuicem ſecant. Itaque intelligatur A eſſe in ſubiecto plano; porrò altitudo punctorum CDEF erit æqualis AD. reliqui verò puncti ſupra A altitudo erit dupla ipſius AD. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVII.

Icoſaëdro dato, cuius linea oppoſitos angulos nectens ſit ſubiecto plano erecta, vbi ab angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.

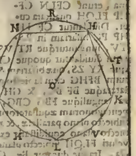


Sit icoſaëdrum BCDEFGHKLMNO. ſitque linea BO, quæ angulos oppoſitos nectit, ſubiecto plano erecta. oportet vbi ab angulis octaëdri in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire. Quoniam enim lineæ BC BD BE BF BG ſunt æquales, triangulorumque anguli ad B ſunt æquales; erit CDEFG pentagonum æquilaterum, & æquiangulum; circa quod circulus deſcribatur, cuius centrum P. ex ijs autem, quę Euclides in decimotertio libro propoſitione decima

ſexta

sexta demonstrauit, patet BO transire per centrum P, ac per centrum Q circuli circa HKLMN descripti, esseque BO planis CDEFG HKLMN erectam. quod cum sit BO subiecto plano erecta, erunt plana CDEFG HKLMN subiecto plano parallela. quamobrem si intelligatur punctum O esse in subiecto plano; punctum B in subiectum planum perpendiculariter cadet in O. at verò quoniam ostendit Euclides in eodem loco, lineam OQ esse æqualem lateri decagoni in circulo HKN descripti; QP verò æqualem lateri hexagoni in eodem circulo descripti, & PB rursus æqualem lateri decagoni, hoc est ipsi OQ æqualem. erit altitudo puncti B supra O æqualis duobus lateribus decagoni vnà cum latere hexagoni in circulo HKM descripti. Et quoniam planum HM est subiecto plano æquidistans, cadet pentagonum HKLMN in subiectum planum in alterum pentagonum æquale, & similiter positum. altitudinesq; punctorum HKLMN erunt æquales OQ, hoc est lateri decagoni in circulo HLN descripti. Postea diuidantur circunferentiæ NH HK KL LM MN bifariam in punctis RTVXY. ducta CR erit (ex eadem Euclidis propositione) plano circuli HLN erecta. quare punctum C in planum circuli HLN perpendiculariter cadit in R. Pariqúe ratione ostendetur D in T, E in V, F in X, & G in Y cadere. Quare, cùm sit circulus HLM subiecto plano æquidistans, puncta CDEFG in subiectum planum cadent, tanquam in punctis RTVXY. quorum altitudines sunt æquales OP, hoc est lateribus decagoni, & hexagoni simul sumptis æquales. 12. vndecimi. Ex 1. huius.

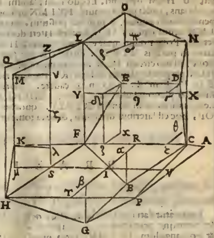
PRAXIS.



Exponatur dati icosaedri latus HK. describaturque pentagonum æquilaterum, & æquiangulum HKLMN. circa quod describatur circulus, cuius centrum O. circunferentiæq; NH HK KL LM MN bifariam diuidantur in RTVXY; iunganturque OH HT. constat, cùm sit OH latus hexagoni, & HT latus decagoni, puncta icosaedri in subiectum planum cadere in punctis HTKVLXMYNRO; primùmque punctum O in subiecto plano absque altitudine existere; punctorum verò supra HKLMN existentium altitudines esse æquales ipsi HT; punctorum autem supra RTVXY altitudines esse æquales ipsis OH HT simul sumptis; reliqui verò puncti supra O altitudinem esse æqualem lineæ, quæ sit æqualis duplæ HT & ipsi HO. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XVIII.

Dodecaedro dato, cuius latus sit in subiecto plano, pentagonaque ex vtraque huius lateris parte exiſtentia, æqualem cum ſubiecto plano inclinationem habeant; vbi ab angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, eorumque altitudines inuenire.



Dodecaedri pentagona ſint BCDEF BCAPG, BGHKF ELMKF & DNOLE. ſitque latus BG in ſubiecto plano, planaque BFKHG BCAPG cum ſubiecto plano æqualem habeant inclinationem. oportet vbi ab angulis in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, earumque altitudines inuenire. Iungantur CF CN NL LF FH HP, & CP. Deinde ducatur HQ ipſi FL equidiſtans, & LQ ipſi FH. His ita conſtitutis ex ijs, quæ in decimotertio libro demonſtrauit Euclides in propoſitione decimaſeptima, erunt CFLN CFHP FLQH quadrata cubi. Diuidantur CF FH HP PC bifariam in RSTV; iunganturque RT VS, quæ ſe inuicem ſecent in I. deinde bifariam diuidantur quoque CN FL LQ in XYZ punctis; connectanturque XY ZS, quæ bifariam & ipſæ diuidantur in 9κ. Quoniam igitur planum BFHG cum ſubiecto plano æqualiter inclinat, vt planum BCPG, lateraque BF BC, & GH GP ſunt æqualia, cùm ſint dodecaedri latera, angulique FBG CBG, & HGB PGB ſunt æquales, ſiquidem ſunt pentagonorum æquilaterorum anguli; erunt lineæ FH GP ipſi BG, ac ſubiecto plano parallelæ, & æqualiter diſtantes. vnde quadratum CFHP ſubiecto plano equidiſtans exiſtit. ex quo ſequitur, quadratum CFLN, veluti FLQH ſubiecto plano erecta eſſe; ſiquidem ſunt quadrato CH erecta. Itaque ducatur Bα, Gβ quadrato CFHP perpendiculares; ex eadem Euclidis propoſitione Bα in IR, & Gβ in IT cadet; ita vt IR IT extrema, ac media ratione in αβ diuiſæ proueniant, ſintque maiores portiones Iα Iβ. quòd cùm ſint IR IT equales, erunt & Iα Iβ æquales. deinde ex eadem propoſitione conſtat lineam Bα ipſi Iα equalem eſſe, ſimiliterque Gβ ipſi Iβ equalem; & propterea Bα Gβ interſe ſunt æquales. ſimiliter ducantur à punctis DE pentagoni BCDEF in planum quadrati CNLF perpendiculares Dγ Eδ, quæ (ex eadem) in XY cadent; eruntque 9X 9Y extrema, & media ratione diuiſæ in γδ, eruntque 9γ 9δ portiones maiores, quibus equales ſunt γD δE; & ob id γD δE interse sunt ęquales. Quare diuidantur RC RF extrema, ac media ratione in ιζ, sintque Rι Rζ maiores portiones, eruntque Rι ϑr, Rζ ϑδ æquales. in plano igitur quadrati CFHP, sed extra, ducantur ικ ζκ ipsi CF perpendiculares, quæ fiant æquales Rι Rζ. Dico punctum E in plano quadrati CH perpendiculariter cadere in κ. iungantur δζ Eκ. quoniam igitur δY ζE sunt ęquales, & parallelæ, cùm sint minores portiones æqualium linearum ϑY RF, quæ sunt extrema, mediaque ratione diuisæ in δζ: erit δζ parallela YF. sed YF latus cubi est plano CFHP erecta: ergo & δζ est plano CH erecta. quoniam autem κζ est in plano CH, & est perpendicularis lineę CF, erit κζ plano CNLF erecta, cui etiam est erecta Eδ. vnde Eδ κζ sunt interse parallelæ. sed sunt etiam æquales, ergo Eκ ipsi δζ est æqualis, & æquidistans. ostensum autem est δζ esse plano CH erectam: erit igitur Eκ plano CH erecta. quare punctum E perpendiculariter cadit in κ. Parique ratione ostendetur punctum D cadere in ι, altitudinemque punctorum DE supra ικ esse lineam æqualem FY dimidio lateri cubi, siquidem sunt FY ζδ κE interse æquales. ex quibus sequitur puncta pentagoni BCDEF in planum CFHP cadere in ιCικF. puncta enim CF in ipsomet sunt plano CFHP. Nunc autem, vbi cadunt in idem planum CH perpendiculares pentagoni BFKHG considerare possumus. ac primùm constat puncta BG in αβ cadere, & FH in ipso plano existere: à puncto autem K ducatur Kλ ad planum LMHF perpendicularis, ex Euclide in eodem loco elicitur punctum λ esse in linea ℞S, quæ in λ extrema, ac media ratione diuisa prouenit, maioremque portionem esse ℞λ, esseque λK ℞λ æquales. si igitur à puncto S in plano CH, sed extra, ducatur Sμ perpendicularis FH, quæ fiat æqualis ℞λ; erit Sμ plano LH erecta, & proptérea ipsi λK æqualis, & ęquidistans: quare ducta Kμ erit ipsi λS æqualis, & ęquidistans. est verò λS plano CH erecta, cùm sint ZS LF parallelæ; ergo punctum K in planum CH cadit in μ; cuius altitudo est ęqualis λS, hoc est minori portioni lineæ ℞S extrema, mediaque ratione diuisæ. Itaque habemus puncta αFμHβ, vbi cadunt puncta pentagoni BFKHG in planum CH. Nunc igitur transeamus ad pentagonum ELMKF. primùmque patet punctum E in planum CH cadere in κ, cuius altitudo est FY, hoc est FR, siue IR, punctum F esse in ipso plano, & punctum K in μ cadere, cuius altitudo est λS, hoc est αR. sunt quippe ℞S IR æquales, & æqualiter diuisæ in λα. deinde perspicuum est punctum L in F cadere, cuius altitudo est FL, vel CF; est enim FL latus cubi, reliquum igitur est inuenire, vbi cadit punctum M, quare ab ipso M ad planum LH perpendicularis ducatur Mν, quæ ex eadem Euclidis propositione in ℞Z cadet, eritque ℞Z in ν extrema, & media ratione diuisa, & maior portio erit ℞ν; cui quidem est æqualis νM. vnde cùm sint ℞Z ℞S æquales, & ob id ℞ν ℞λ æquales, linea νM erit æqualis, & æquidistans ipsis λK Sμ. quare punctum M in planum CH cadet in idem punctum μ, vbi nempe cadit punctum K. altitudo autem puncti M, cùm sit μM, erit æqualis Sν, quæ est æqualis Tα. siquidem sunt SZ TR æquales, & æqualiter diuisæ in punctis λ℞ν, & βIα. Denique ad pentagonum DELON sermonem conuertamus. Iamque ostensum est puncta DE in planum CH cadere in ικ; NL verò cadunt in CF: quorum altitudines sunt CN FL, hoc est cubi latus CF; vt autem inueniatur, vbi cadit punctum O, diuidatur NL bifariam in ϖ, & in plano per NL LQ transeunte, quod est cubi planum ipsi CH paral'elum, ducatur ϖρ ipsi NL perpendicularis; quæ quidem ϖρ sit æqualis RI dimidio cubi lateri; patet vtique puncta ϖρ in planum CH cadere in RI. Deinde ab O ad planum per NL LQ ductum per-

30. sexti

33. primi.

8. vndecimi.

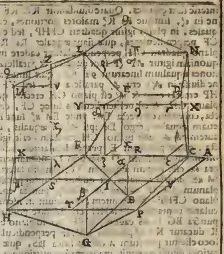
Ex 38. vndecimi.

6. vndecimi.

33. primi.

8. vndecimi.

Ex 38. vndecimi.



pendicularis ducatur Oσ, ex eadem propositione Elementorum, constat punctum σ esse in linea $\pi\rho$ extrema, ac media ratione diuisa in σ, cuius maior portio est $\rho\sigma$, quippe quae $\rho\sigma$ ipsi σO aequalis existit. Cum itaque puncta $\pi\rho$ in planum CH cadant in RI; nimirum punctum σ cadet in α, quandoquidem $\rho\pi$ IR sunt aequales, & ad eandem partem aequaliter diuisae in $\sigma\alpha$. Quoniam igitur planum per NL LQ est plano CH aequidistans, lineaq; Oσ est plano per NL LQ erecta, producta Oσ erit

Ex 14. vndecimi. & ipsi CH erecta, quare manifestum est punctum O in planum CH cadere in α, cuius altitudo est aequalis lineis simul sumptis CN σO. nam si ducta esset $\sigma\alpha$, esset ipsi CN aequalis. vnde sequitur puncti O altitudinem supra punctum α esse aequalem lineis simul sumptis CF Iα, Eademque prorsus ratione ad alteras partes, vbi reliqua dodecaedri puncta cadunt, inueniri poterunt. Caeterum hucusque puncta inuenta sunt in plano CH, altitudinesque supra hoc planum repertae sunt, quoniam autem planum CH est subiecto plano aequidistans, omnia in subiecto plano perpendiculariter ca-

Ex 1. huius. dent in figuram aequalem, & similiter positam: at vnicuique altitudini inuentae necesse est addere quantitatem Bα, hoc est Iα, quandoquidem planum CH à subiecto plano distat quantitate Bα; si igitur intelligamus planum CH vna cum $\epsilon\kappa\mu$ esse in subiecto plano, primum quidem loco ipsorum BG puncta $\alpha\beta$ deseruiunt, punctaque $\alpha\beta$ erunt in subiecto plano absque vlla altitudine; puncta verò supra CFHP habebunt altitudinem supra subiectum planum aequalem Iα; alia vero puncta supra CFHP habebunt altitudinem aequalem lineis CF, & Iα simul sumptis; puncta verò supra $\epsilon\kappa$ altitudinem habebunt CR Iα, hoc est RI Iα simul sumptis aequalem; puncti autem supra μ erit altitudo aequalis ipsis Iα $\alpha\beta$, hoc est ipsi IR aequalis, alterius verò puncti supra μ altitudo erit aequalis ipsis Tα αI simul sumptis; denique punctum supra κ altitudinem habebit lineis CF $\alpha\beta$ simul sumptis aequalem. Quòd si ad alteras partes eadem construantur, cùm sint (vt supponitur) dodecaedri anguli hinc inde aequaliter constituti, vbi cadunt omnes dodecaedri anguli perpendiculariter in subiectum planum cum suis altitudinibus, erunt inuenti.

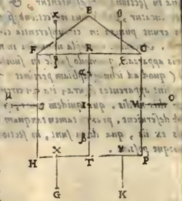
Hinc, & ex eodem Euclidis loco colligitur latus CF, quod est sanè latus cubi, & quadrati CFHP, angulum CBF pentagoni BCDEF subtendere.

Ex quibus omnibus facilis, breuisque consurgit praxis hoc modo.

PRA-

PRAXIS.

Exponatur dati dodecaedri latus BC, fiatque pentagoni angulus CBF; ponaturque BF æqualis BC; iungaturque CF. Deinde quadratum describatur CFHP cuius latera bifariam diuidantur in RSTV; iungaturque RT, quæ bifariam diuidatur in I. deinde diuidatur IR extrema, ac media ratione in α; sitque Iα maior portio; fiantq; Iβ Rθ Rζ TX, TY æquales Iα. à punctis autem θζSXYV quadrati lateribus (extra tamen) perpendiculares ducantur θκ ζκ Sμ XG YK VO, quæ quidem omnes fiant æquales ipsi Iα. ex demonstratis constat dodecaedri angulos, in subiecto plano cadere in punctis αβ CFHP θκμG KO; primaque puncta αβ esse in subiecto plano absque altitudine; puncta verò supra CFHP altitudinem habere Iα; deinde puncta supra μO altitudinem habere IR; postea punctorum supra θκGK altitudinem esse lineis RI Iα simul sumptis æqualem; rursus alia duo puncta supra μO ipsis Tα αI simul sumptis æqualem habere altitudinem; aliorum verò punctorum supra CFHP altitudinem esse lineis CF Iα simul sumptis æqualem; denique altitudinem duorum punctorum supra αβ lineis CF αβ simul sumptis æqualem existere. Inuentum est igitur, vbi ab angulis dati dodecaedri in subiectum planum perpendiculares cadunt cũ suis altitudinibus. quod facere oportebat.



Alia quoque tum ex Euclide, tum ex Pappo de corporibus regularibus in medium afferre possemus. sed ne circa eadem, quàm par sit, nimis immoremur, ea omittere duximus. nobis enim sufficere visum est, ea, quæ faciliora visa sunt, selegisse; vt eorum sequendo ordinem, quæ dicta sunt, vbi cadunt perpendiculares in subiectum planum ab angulis cuiuslibet corporis regularis, cuius latus sit datum, cum suis altitudinibus inueniri possit. ex quibus figura in sectione apparentes describi facilè poterunt.

Quamuis autem in iis omnibus, quæ dicta sunt, de rectilineis tan-

cùm verba facta sint, omnia tamen circulis, ellipsibus, aliisque figuris curuilineis, ac etiam mixtis deseruire quoque possunt; etenim figuræ curuilineæ ad rectilineas reducuntur. propterea possumus quemlibet circulum, vel quamlibet figuram curuilineam omnibus modis antea secundo libro expositis in sectione repræsentare, vt cæteras figuras rectilineas. sumptis enim in circunferentia quotlibet punctis, quæ in sectione repræsententur, & per puncta linea curua diligenter ducatur, habebimus in sectione figuram apparentem. & quò plura erunt puncta in circunferentia circuli assumpta, eò opportunius erit. Attamen exempla nonnulla in medium afferemus, vt euidentiùs appareat, quomodo facilè in subiecto plano disponendi sint circuli (quod ad ichnographiam pertinet) vt ex ipsis in sectione inueniri possint apparentes figuræ; ita vt circuli appareant erecti, inclinati, & aliis modis. quæ quidem conis, cylindris, aliisque figuris maximè deseruient. praxes tamen tanquam in erecta sectione fient, quamuis ex iis, quæ dicta sunt, in sectione inclinata, & in aliis fieri quoque possint.

PROBLEMA PROPOSITIO XIX.

Oculo dato, datisque duobus circulis cum diametris sese tangentibus, sibique inuicem inclinatis, quorum inclinatio sit data; sitque alter circulus in subiecto plano, in proposita sectione figuram apparentem describere.

Sit circulus BCDE in subiecto plano, FG sectionis linea, S punctum distantiæ, SA oculi altitudo, & ex antedictis in secundo libro inueniatur figura LMI, quæ circulum BCDE repræsentet; pluribus nempe sumptis punctis in BCDE, vt diximus, deinde intelligatur circulus BCDE esse duo circuli; quorum vnus sit in subiecto plano, alter verò sit huic inclinatus in angulo K, tangantque sese hi circuli in puncto B; ducaturque diameter BD, cui à puncto B perpendicularis ducatur BH; quæ erit in vtroque plano horum circulorum, quoniam BH vtrosque circulos continget; vnde ipsorum erit communis sectio. Cùm itaque intelligamus cir-

Ex 16. tertii.

culum

culum BCDE inclinatum in angulo K, erit BH subiecti plani, in quo intelligitur esse alius circulus, ac circuli inclinati communis sectio. quare inueniatur figura LNR, quæ circulum BCDE inclinatum repræsentet; vt exempli gratia, à puncto E circuli ducatur EO ad BH perpendicularis, fiatque EOP angulus æqualis K, fiatq; OP æqualis OE, ducaturque PQ ad OE perpendicularis. Deinde in sectione inueniatur punctum R, quod ostendat punctum supra Q altitudine QP; punctum quidem R ostendet punctum E circuli inclinati, & ita fiet in alijs; veluti punctum N ostẽdat punctum D circuli inclinati, & punctum L ostendat punctum B in subiecto plano existens. veluti punctum M ostendat punctum D circuli in subiecto similiter plano existentis. junganturque LM LN. ex quibus sequitur lineam LM diametrum BD in subiecto plano existentem ostendere, LN verò diametrum BD inclinatum. vnde angulum NLM inclinationis angulum ostendere perspicuum est. figura igitur ex LMI LNR composita erit in sectione apparens figura; quod facere oportebat. 3. & 4. huius.

PROBLEMA PROPOSITIO. XX.

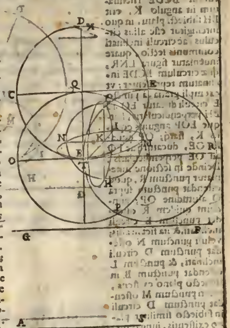
Oculo dato, datisque tribus circulis æqualibus sese ad angulos rectos secantibus, quorum duo subiectum planum contingant, alter verò sit subiecto plano æquidistans in proposita sectione figuram apparentem describere.

Exponatur circulus BCDE, cuius centrum Q, qui subiecto plano intelligatur erectus, contingatque subiectum planum in B. si igitur in plano circuli ducatur BO circulum contingens, erit hæc circuli, ac subiecti plani communis sectio, quæ si erit æquidistans sectionis lineæ FG, erit planum BCDE tanquam sectioni æquidistans. vnde figura in sectione hunc circulum repræsentans erit similis ipsi BCDE; quare circulus erit. Itaque inueniatur punctum H ipsum B repræsentans. deinde inueniatur punctum K, quod ostendat punctum supra B altitudine BQ; centro igitur K, interuallo autem KH, circulus describatur HMLN. producaturq; HK in L; punctum quidem L punctum supra B altitudine BD ostendet. ductaque MKN ipsi HL perpendiculari, linea MN ipsam EC repræsentabit. At verò quoniam intelligimus tres circulos esse ad angulos rectos, circulumque BCDE esse subiecto plano erectum; circulus igitur ipsi BCDE æqualis, & erectus, subiectoque plano æquidistans, transibit per EC. perpendiculares igitur ab hoc circulo in subiectum planum cadent in circulum æqualem; sed quoniam punctum Q cadit in B, cùm intelligatur BQ subiecto plano erecta; centro igitur B, circulus describatur OPQ æqualis ipsi BCDE. in sectione autem figura inueniatur MNT, quæ circulum repræsentet, qui supra circulum QPO, ipsique æquidistans existat altitudine BQ. deinde ipsi BQ perpendicularis ducatur BR, quæ fiat æqualis ipsi BD. diametroque BR, describatur circulus BPRE, qui intelligatur erectus supra subiectum planum; quod quidem planum in puncto B contingat. intelligaturque linea BQ huius circuli, & subiecti plani communis sectio. Itaque in sectione figura describatur LHT, quæ circulum BPRE, tanquam subiecto plano erectum repræsentet; nimirum figura ex MNT HMLN LHT constans tres circulos sibi inuicem ad rectos angulos existentes repræsentabit, punctumque B subiectum planum contingere ostendet. Inuenta est igitur figura in sectione apparens; quod facere oportuit.

Ex 16. tertii huius.

Ex 1. huius.

Ex 2. huius.



Quod si linea OBR non fuerit ipsi FG æquidistans, tunc LMHN non erit circulus, qui quidem in sectione repræsentabitur, vt factum est circulo BPRE, quem in sectione ostendit LHT.

COROLLARIVM I.

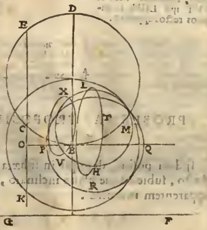
Patet ex hoc datos circulos esse in sphæra maximos.

COROLLARIVM II.

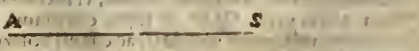
Ex hoc manifestum est etiam, si connectantur communia puncta MN TI LH, lineas LH MN TI circulorum diametros sibi inuicem ad rectos angulos in sectione ostendere.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXI.

Iisdem positis, datoque in sphæra circulo subiecto plano erecto non per centrum ducto, ipsique BDE erecto, in sectione apparentem figuram describere.



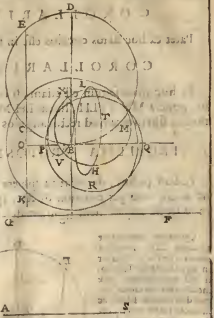
Quoniam intelligitur circulus BDE subiecto plano erectus, ducatur in circulo linea CE ipsi BD æquidistans, quæ intelligatur diameter circuli dati circulo BDE, ac subiecto plano erecti. cadent vtique à punctis EC in subiectum planum perpendiculares in O. quoniam BO intelligitur circuli BDE, ac subiecti plani communis sectio. & quoniam communis sectio circuli dati circulo BDE, ac subiecto plano erecti, ipsiusque subiecti plani est linea ipsi BO perpendicularis; est autē COK ipsi BO perpendicularis, ergo COK est communis sectio dati circuli per CE transeuntis, ac subiecti plani, Itaque in linea OB fiat OP æqualis OC; & PQ æqualis CE; deinde diametro PQ circulus describatur PQR. quòd si manente CK, intelligantur BDE & OQ subie-



cto plano erectæ, diameter PQ erit in CE; eritque circulus PQR circulo BDE, ac subiecto plano erectus; cuius, ac subiecti plani communis sectio est CK; quare in sectione inueniatur figura VX, quæ ostendat circulum PQR, tanquam subiecto plano erectum; cuius, ac subiecti plani communis sectio sit CK; que quidem VX ipsi LHM apparebit erecta. Inuenta est igitur VX apparens figura. quod facere oportebat.

Ex 2. huius.

Quoniam autem diameter EC ipsi DB parallela existit, VX ipsi LHT æquidistans apparebit; siquidem VX, & LHT ipsi LHM ad angulos rectos apparent.

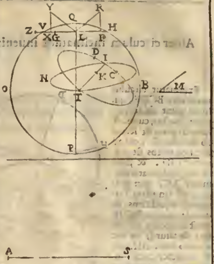


PROBLEMA PROPOSITIO. XXII.

Iisdem positis, datoque in sphæra circulo per centrum ducto, subiectoque plano inclinato, in sectione figuram apparentem inuenire.

In 20. huius.

Ostendat, vt antea, TIN in sectione circulum PQO horizonti equidistantem, ducaturque diameter PQ secundùm situm, quem intelligimus habere circulum inclinatum, cuius inclinatio sit angulus M. & quoniam circulus PQO intelligitur horizonti æquidistans; eandem habebit inclinationem circulus inclinatus ad circulum PQO, veluti habet ad subiectum planum; hoc tamen modo, vt medietas, putà QBP sit infra circulum, altera verò QOP sit supra circulum. eritque propterea PQ sectio communis circuli inclinati, ac circuli horizonti equidistantis. Itaque sumpto pucto H in circunferetia, ducatur HL ad PQ perpendicularis, fiatque



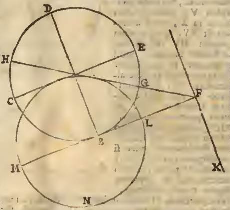
HLR angulus angulo M æqualis, & LR ipsi LH æqualis. ducaturq́; RF ad LH perpendicularis. punctum quidem H circuli inclinati in plano circuli cadit in F, cuius altitudo est RF. pariq́ue ratione inueniatur, vbi cadit punctum V; quod quidem cadat in X, cuius altitudo sit XY. quæ quidem puncta HV inter se hac differunt ratione, quòd punctum H intelligitur infra circulum existere altitudine FR, punctum verò V esse supra circulum altitudine XY. At verò quoniam circulus OPQ intelligitur subiecto plano æquidistans quantitate semidiametri, ideo si intelligatur circulus OPQ in subiecto plano, ex quo describenda sit apparens figura circuli inclinati, tunc punctum H habebit supra subiectum planum altitudinem, quæ sit minor semidiametro quantitate FR; hoc est, fiat FZ æqualis semidiametro circuli OPQ; fiatq́ue ZG æqualis FR, reliqua quidem FG erit altitudo quæsita. quare in sectione inueniatur punctum C, quod ostendat punctum supra F altitudine FG; tunc punctum C ostendet punctum H circuli inclinati. Sed quoniam punctum V intelligitur supra circulum, si in sectione inueniatur punctum D, quod ostendat punctum supra X, cuius altitudo sit semidiametro circuli OPQ, & ipsi XY simul sumptis æqualis, perspicuum est, punctum D ostendere punctum V circuli inclinati. Omnia igitur puncta semicirculi QBP in sectione inueniantur, vt dictum est de puncto H; quæ verò in semicirculo QOP existunt, reperiantur, vt factum est de puncto V; habebimusq́ue in sectione figuram TCD, quę datum circulum inclinatum ostendet. quod facere oportebat. Ex 3. huius.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet, si iungantur communia puncta IT, lineam IT vtrorumq́ue circulorum diametrum repræsentare.

Aliter circulum inclinatum inuenire.

Exponatur circulus maximus BCDE, qui intelligatur subiecto plano erectus; cuius, & subiecti plani sit sectio communis BF: cui ad angulos rectos sit diameter BD. & huic sit perpendicularis diameter EC, quæ quidem est tanquam horizonti æquidistans. sit deinde circulus BCDE erectus circulo inclinato: ducaturq; in hoc circulo linea GH, quę sit diameter circuli inclinati, quæ nimirum non erit horizonti æquidistans. quare producatur, occurratque ipsi BF in F. Deinde à puncto F ducatur linea FK ad BF perpendicularis. si igitur manentibus FB FK in subiecto plano intelligatur circulus BCDE subiecto plano erectus, erunt HF BF ipsi FK perpendiculares; quare KF erit plano BCDE erecta. & quoniam inclinatus circulus est plano BCDE erectus, & est HF in circulo inclinato; ergo erit FK in plano circuli inclinati. sed est quoque in subiecto plano; erit igitur FK circuli inclinati, & subiecti plani communis sectio: eritque BFG angulus inclinationis; cùm sint lineæ HF BF ipsi FK perpendiculares. Quare in linea FB fiat FL æqualis FG, & FM æqualis FH, diametroque LM, describatur circulus LMN. Itaque intelligatur circulus LMN inclinatus in angulo LFG: circulique LMN, & subiecti plani communis sectio FK, ex ijs, quæ dicta sunt, dato oculo figuram apparentem in data sectione inuenire non erit difficile. quod facere oportebat.



Ex 4. huius.

COROLLARIUM.

Ex hoc perspicuum est, quemlibet circulum in sphæra subiecto plano inclinatum inueniri posse.

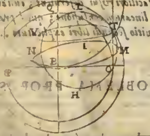
Hoc est siue sit GH per centrum, siue minùs, eodem prorsus modo fiet.

PROBLE-

PROBLEMA PROPOSITIO. XXIII.

Iisdem adhuc positis, datoque in sphæra circulo subiecto plano æquidistante per centrum non transeunte, in sectione figuram apparentem inuenire.

Iisdem enim positis, intelligatur similiter circulus BCDE subiecto plano erectus, qui subiectum planum contingat in B. Ducatur quoque diameter BD subiecto plano perpendicularis, cui ad rectos angulos sit linea EG, quæ intelligatur dati circuli diameter; cuius planum sit plano BCDE erectum; quod quidem subiecto plano erit parallelum. porrò huius circuli centrum erit R. Deinde quoniam in subiecto plano perpendiculares à circulo, cuius diameter est EC, cadunt in circunferentia circuli ipsi æqualis, propterea centrum R cadet in B, cùm intelligatur BD subiecto plano erecta. centro igitur B, circulus describatur OPQ cuius diameter OP sit ipsi EC æqualis, & æquidistans. His quæ ita constitutis describatur in sectione figura TV, quæ circulum ostendat, qui supra circulum OPQ, ipsique æquidistans existat altitudine BR, figura itaque TV subiecto plano parallelum circulum ostendet. Inuenta est igitur figura in sectione apparens. quod fieri oportebat.



Ex 1. huius.

Ex 1. huius.

Ex constructione figura TV apparet circulus ipsi quoque MNI æquidistans.

COROLLARIVM.

Ex his manifestum est, quomodo sphæra repræsentari possit.

Quicunque enim dati sphæræ circuli ex dictis repræsentari possunt.

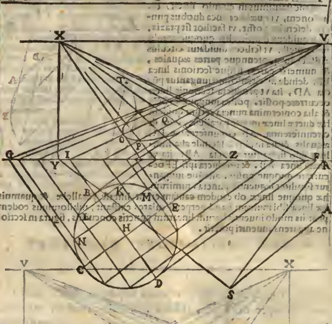
Hæc, quæ dicta sunt, non solùm ellipsibus, verùm etiam omnibus curuilineis figuris quomodocunque descriptis deseruire possunt, siquidem per puncta inueniri similiter omnia debent.

Hæc de circulis dicta sufficere poterunt, aliquot tamen adhuc praxes per puncta concursus subiicere visum est, quæ quorundam etiam aliorum faciliori vsui deseruient; euitata præsertim in exemplis afferendis linearum confusione; quod præstari poterit iuxta secundum modum initio secundi libri explicatum.

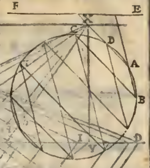
PROBLEMA PROPOSITIO. XXIIII.

Oculo dato, datoque circulo in subiecto plano, in proposita sectione figuram apparentem describere.

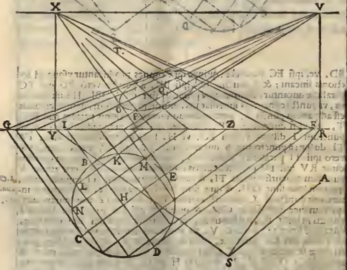
Sit punctum S punctum distantiæ in subiecto plano; oculi verò altitudo intelligatur AS; sit sectionis linea FG; circulus verò in subiecto plano sit BCDE, cujus centrum H. oportet in sectione figuram apparentem describere. Ducantur ad rectos angulos diametri BD EC, ita tamen, vt ex punctis BE productæ sectionis lineæ FG occurrere possint. Deinde circunferentiæ sumantur ex vtraque parte BK BL æquales, itidemque BM BN æquales, & aliæ, si libuerit. Junganturque KL MN, quæ inter se, & ipsi EC parallelæ erunt, à punctisque MKLN ipsi BD parallelæ ducantur, quæ circunferentias assument ex vtraque parte ipsius D æquales; quæ deinde iungantur; erunt vtique omnes lineæ, vel ipsi



BD, vel ipsi EC parallelæ; quippe quæ omnes producantur vsque ad sectionis lineam; & à punctis EC ipsi BD, à punctis verò BD ipsi EC parallelæ ducantur; diametrique producti sint CEZ DBI. His ita inuentis, vt puncta concursus inueniamus, quoniam obiectum, nempè circulus est ad partem puncti S, intelligatur ad alteram sectionis partem punctum T, ita vt si duceretur HT, esset hæc ipsi FG perpendicularis; sitque punctum T distans à linea FG, vt H. Deinde intelligantur lineæ TZ TI ductæ; à punctoque S ducatur linea SY ipsi TZ æquidistans, SR verò ipsi TI parallela. Nunc verò planum intelligatur sectio, in quo ducatur RV ipsi FG perpendicularis, quæ fiat æqualis SA; erit vtique V punctum concursus ipsius TI, & earum, quæ sunt ipsi TI æquidistantes; *1. & 2. secundi huius.* quarum loco sunt DBI, & quæ sunt ipsi BD parallelæ. similiterque inueniatur punctum X concursus ipsius TZ, & ipsi TZ æquidistantium; quarum vice deseruiunt CEZ, & quæ sunt ipsi CE parallelæ. Itaque à punctis in linea FG existentibus, vbi occurrunt lineæ ipsi BD parallelę, ducantur lineæ ad punctum V; ab alijs verò punctis, vbi scilicet occurrunt lineæ ipsi CE parallelæ, lineæ ducantur ad X; & vbi eiusdem puncti lineæ se inuicem secant, erunt puncta in sectione apparentia; veluti B apparebit in O, K in P, centrum H in Q. & ita in alijs. & per hęc inuenta puncta linea ducatur curua. habebimusque in sectione figuram apparentem circulum repræsentantem. vt perspicuum est, si intelligatur AS, & sectio subiecto plano erectæ, fueritque oculus in A. intelligaturque circulus ad alteram sectionis partem, vt initio secundi libri dictum fuit. quod facere oportebat.



Hanc ſtatuimus in circulo EBCD diuiſionem, vt quælibet linea duobus punctis deſeruire poſſit; vt facilior ſit praxis, quæ quidem diuiſio alijs quoque modis fieri poteſt. vt ſcilicet diuidatur circulus ABCD in quotcunque partes æquales, & numero pares, ſitque ſectionis linea EF; deinde in circulo duo iungantur puncta AD, ita vt producta ſectionis lineæ occurrere poſſit. poſtea iungantur BC, & alia contermina puncta, erunt quidem hæ ductæ lineæ interſe parallelæ, cùm ſit circunferentia AB circunferentiæ DC æqualis. & ita in alijs. Deinde alia ſimiliter duo ſumantur puncta AB; ita vt ducta linea AB, & producta ipſi EF occurrere quoque poſſit. aliaque iungantur ſimiliter ſequentia puncta, nimirum hæ quoque lineæ ob eandem cauſam erunt interſe parallelæ. & quamuis hæ lineæ ſibi inuicem haud perpendiculares exiſtant, nihilominus eodem prorſus modo inuentis harum linearum punctis concurſus, figura in ſectione apparens inueniri poterit.



Poſſumus quoque, quamuis S diſtantiæ punctum datum non fuerit, ducere lineam VX ipſi FG parallelam, quæ quidem ab FG ita diſtet, quantum intelligimus esse altitudinem oculi supra subiectum planum; & in linea VX sumere vbicunque duo puncta V X; similiterque ad V lineas ducere ab IG, & ab alijs punctis in FG existentibus; quæ à lineis BD, ipsisque parallelis inueniuntur, vt priùs factum est. similiterque ad X lineas ducere à punctis F Z, & ab alijs punctis in FG existentibus, quæ à linea CE, ipsisque parallelis efficiuntur. eritque itidem inuenta figura in sectione. vt dictum est.

Assumpta verò sunt puncta VX, vt sint puncta concursus, quod quidem assumi posse hoc modo demonstrabitur; inueniendo nempè situm puncti distantiæ, atque oculi, ita vt oculo puncta VX puncta concursus appareant.

Sit enim punctum T, vt priùs collocatum. ducanturque à punctis V X ad FG perpendiculares VR XY. deinde ducatur linea YS lineæ TZ ductæ parallela; linea verò ducatur RS lineæ TI ductæ æquidistans. lineæque YS RS sibi ipsis occurrant in S. Fiatque linea SA æqualis RV. Nunc igitur intelligatur S punctum distantiæ, & SA oculi altitudo. & ne paulo ante dicta repetamus, ex constructione patet puncta VX esse puncta concursus, linearum scilicet BD CE, ipsisq; æquidistantium. quod quidem ostendere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXV.

Oculo dato, datoque circulo in subiecto plano, cuius centrum in sectionis linea existat, figuram apparentem describere.

Sit circulus BCDE, cuius diametri interse perpendiculares sint BD EC; sitque centrum F; sectionis verò linea BFD. Diuidatur quælibet quarta in partes æquales; vt quarta BE diuidatur punctis GHK, & ita aliæ quartæ. Ducanturque lineæ GL KM, &c. quæ ipsi BD æquidistantes erunt. Iunganturque KN GI, &c. quæ ipsi CE parallelæ erunt. omnesque sibi inuicem ad rectos angulos existent. Deinde iungantur puncta, quæ in BD CE reperiuntur, ducantur scilicet EB OP DC, &c. quæ omnes erunt interse parallelæ. Nam cùm sint circunferentiæ BK DM ipsis EG CI æquales; erit KM æqualiter à centro distans, vt GI. vnde FO est ipsi FP æqualis. & quoniam FE est FB æqualis, erit EF ad FO, vt BF ad FP. diuidendoq; EO ad OF, sic BP ad PF. Quare OP est ipsi EB æquidistans. Hacque ratione omnes ostendetur ipsis EB DC parallelas esse. vnde sequitur, etiam interse esse parallelas esse. His cognitis, vt figuram in sectione apparentem describamus, primùm constat, puncta, quæ sunt in diametro BD in ijsdemmet punctis apparere, cùm sint in sectione. deinde inueniendum est punctum concursus, ipsarum scilicet KN EC, & aliarum ipsis æquidistantium. similiter reperiendum est punctum concursus EB OP DC, & aliarum ipsis æquidistantium. & à punctis, vbi hæ secant lineam, quæ repræsentet EC, ipsi

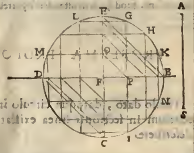
Ex 14. tertii.
17. quinti.
2. sexti.

sectionis lineæ parallelæ ducantur, quæ quidem lineæ in sectione repræsentabunt lineas GL, KM BD, &c. & vbi ea, quæ repræsentat KM, secuerit eam, quæ repræsentat KN, in eo puncto apparebit punctum K. & ita in aliis. At verò si hoc modo apparentem figuram describere voluerimus, cùm sit BD sectionis linea, in eodem fermè loco; & obiectum BCDE, & apparens figura existet. Quocirca, ne oriatur linearum confusio, seorsum exponatur sectionis linea QR; sitque S punctum distantiæ; oculi verò altitudo intelligatur AS; fiatque QR equalis BD; & vt diuisa est BD, ita diuidatur QR. Deinde fiat angulus RQT æqualis angulo DBE. Inueniaturque punctum V, quod sit punctum concursus ipsius QT; est enim QT loco BE, siquidem BD in QR existere mente concipere oportet. Vnde V erit punctum concursus ipsius BE, & omnium ipsi BE equidistantium. & quoniam EC KN GL &c. sunt ipsi BD perpendiculares; inueniatur punctum X, quod sit punctum concursus; linearum scilicet, quę sint ipsi QR perpendiculares; deinde à punctis in QR existentibus ducantur lineæ ad punctum X, & ad punctum V; & vbi lineæ ad punctum V tendentes secant lineam YZ, quæ repræsentet circuli diametrū EC; ab his punctis in YZ existentibus (vt à puncto 9) ipsi QR parallelæ ducantur, quę lineas GL KM &c. ostendent. tandem hoc pacto inueniemus puncta quęsita; vt punctum R repręsentabit punctum, quod ipsi K respondet. quòd si intelligatur sectio subiecto plano erecta, pars QYR supra subiectum planum semicirculum BED repræsentabit, pars verò QZR semicirculum BCD ostendet, dummodò nempe intelligatur B in Q, lineaque BD in QR existere, circulusque BCDE in subiecto plano esse. quod facere oportebat.

1. & 2. secundi huius.

1. & 21 secundi huius.

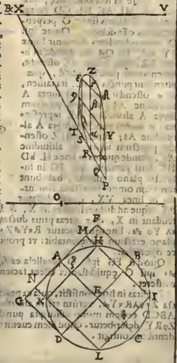
25. primi huius.



Simili quoque modo, vt in præcedenti diximus, lineam possemus ducere XV ipsi QR parallelam secundùm altitudinem oculi, omisso nunc puncto S. deinde in ipsa XV vbicunque sumere puncta XV, quæ intelligantur puncta concursus; ad ipsaque puncta ducere lineas, vt dictum est, critque similiter apparens inuenta figura. quod quidem eodem modo demonstrabitur.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVI.

Dato circulo ſubiecto plano erecto, ipſumque contingente, figuram in propoſita ſectione apparentem repræſentare.



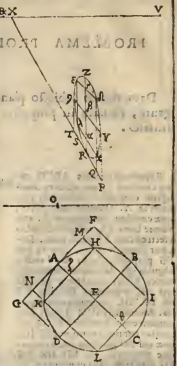
Exponatur circulus ABCD, cuius centrum E; qui quidem intelligatur contingere ſubiectum planum in A. Ducatur linea FAG, quæ circulum contingat in A. erit vtique linea FA communis ſectio erecti circuli, & ſubiecti plani. Ducatur deinceps AEC, quæ ſit ipſi FG perpendicularis; & ad rectos angulos ipſi AC ducatur altera diameter BED; ducanturq́; BF DG ipſi AC parallelæ; fiantque BH BI DK DL circunferentiæ æquales; ducanturq́; IHM LKN, quę quidem erunt ſimiliter ipſi CA parallelæ; connectanturque HK IL, quæ ipſi BD parallelæ erunt; eruntque propterea IL BD HK ipſi FG parallelæ. His conſtructis. ſit ſectionis linea O, cui æquidiſtans ducatur linea VX, ita diſtans à linea O, quanta eſt oculi altitudo ſupra ſubiectum planum; quam quidem altitudinem datam intelligimus. Deinde ex ijs, quæ diximus in vigeſima ſecundi huius propoſitione, conſtituantur puncta VR in linea VX, ita vt V è regione oculi exiſtat; hoc eſt ſit V, vbi ab oculo in ſectionem perpendicularis cadit; ſitque VR æqualis lineæ à puncto diſtantiæ ad ſectionis lineã O ductę. Hisque ita conſtitutis, in ſectione inueniatur linea PT, quę ipſam FG in ſubiecto plano exiſtentem repræſentet; & in PT 20. *ſecundi huius.* inueniantur puncta QRS, quæ MAN oſtendant; quod quidem breuiter hoc modo fiet, ducendo nempe ab A lineæ O perpendicularis, quæ qadat (exempli gratia) in O; & ab hoc inuento puncto O ducatur linea ad V, quæ secet PT in R. porrò punctum R ipsum A ostendet. quia cùm sit V punctum concursus, linearum scilicet, quæ sunt sectionis lineę O perpendiculares, apparebit punctum A in linea (si duceretur) OV; sed apparet quoque in PT, siquidem PT ostendit FG. ergo punctum A in R apparebit. quod idem fiet in alijs. At verò quoniam intelligimus circulum subiecto plano erectum, lineæ FB MI AC NL GD tanquam subiecto plano erectæ intelligendæ sunt. quare in sectione lineę, quæ has FB MI AC NL GD repręsentant, sectionis lineę O perpendiculares esse debent. Quare ipsi O perpendiculares ducantur lineæ PY RZ T9 Qδ Sε. deinde in linea RZ, quę ipsam AC ostendit, inueniantur puncta αβγZ, quæ ostendant puncta ζEεC. ita tamen, vt α ostendat punctum supra A altitudine Aζ, β verò punctum supra A altitudine AE repręsentet; γ autem punctum supra A altitudine Aε; punctumq; Z ostendat punctum supra A altitudine AC. deinde quoniam lineæ IL BD HK sunt parallelę ipsi FG in subiecto plano existenti, habebunt nimirum omnes punctum concursus in linea VX. quare ducatur PT vsque ad dictam lineam in X, & à punctis αβγ lineę ducantur, quæ tendant in X, quæ lineas priùs ductas ipsi O perpendiculares secent in κλ Y9 δε: lineaque ducatur RκYδZε9λ; hæc vtique circulum subiecto plano erectum repręsentabit: vt propositum fuerat, quod quidem facere oportebat.

Ex 20. secundi huius.

26. primi huius.

3. tertii huius.

2. Cor. 33. primi huius.



Quòd si FG ipsi O parallela existeret, tunc PT, & omnes κλ Y9 δε ipsi O ęquidistantes essent faciendę; figuraque in sectione circulus existeret.

25. primi huius.

Facilitas in hoc consistit, quia expeditè inueniri possunt, non solùm puncta Zε9λRκYδ, verùm etiam alia multa. nam quò plura erunt in circulo ABCD eodem modo assumpta puncta, eò meliùs, faciliùsque figura Z9RY describetur. quod idem euenit in sequenti. veluti quoque in pręcedentibus contigit.

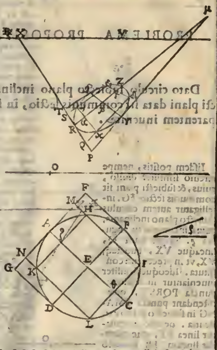
PROBLEMA PROPOSITIO. XXVII.

Dato circulo ſubiecto plano inclinato, cuius & ſubiecti plani data ſit communis ſectio, in ſectione figuram apparentem inuenire.

Ijſdem poſitis, nempe circulo ſimiliter diuiſo, cuius, & ſubiecti plani ſit communis ſectio FG. intelligatur autem circulus ſubiecto plano inclinatus, cuius inclinatio ſit angulus ϱ. Sitque linea O, lineaque VX, punctaq; VX, vt in præcedenti conſtituta. Ideoque ſimiliter inueniantur in ſectione puncta PQRST, quæ oſtendant puncta FMANG in ſubiecto plano exiſtentia. deinde inueniatur linea PY, quę oſtendat lineam FB ſubiecto plano inclinatam in angulo ϱ. ſimiliterque inueniatur RZ, quę oſtendat lineam AC eadem anguli ϱ inclinatione inclinatam; & in RZ puncta inueniantur $\alpha\beta\gamma$, quę oſtendant puncta $\zeta E\iota$, hoc eſt Rα oſtendat Aζ inclinatam in angulo ϱ, lineę verò Rβ Rγ oſtendant lineas AE Aι eadem inclinatione inclinatas. His inuentis, quoniam lineæ FB MI AG NL GD ſunt parallelę, in ſectione in vnum, & idem punctum concurrere apparebunt. quare productæ PY RZ conueniant in μ. deinde à punctis QST lineæ ducantur Qλ Sε Tϑ quę in μ tendant. Cùm enim omnes in idem punctum concurrere debeant, ergo vbi duæ PY RZ interſe conueniunt, omnes quo-

Ex 4. huius.

2. Cor. 32. primi huius.



que in idem punctum concurrent. At verò quoniam FG HK BD IL sunt equidistantes, hæ quoque in sectione in punctum concursus tendere apparebunt. quoniam autem HK BD IL sunt ipsi FG parallelæ, quæ quidem FG in subiecto plano existit, erit vtique harum linearum punctū concursus in linea VX. quare producatur PT, donec ipsi VX occurrat in X. per punctaq; αβγ lineæ ducantur κλ Yϑ δι, quæ tendant in X. Quoniam igitur lineę PT κλ Yϑ δι in sectione ostendunt lineas FG HK BD IL, lineę verò PY Qδ RZ Sι Yϑ lineas repræsentant FB MI AC NL GD; vbi nimirum se inuicem secant, nempe puncta RκYδZιϑλ representabunt puncta AH BICLDK. per puncta igitur ducta linea RYZϑ in sectione circulum subiecto plano inclinatum in angulo ρ repræsentabit. quod facere oportebat.

2. Cor. 33. primi huius.

Obseruandum autem est, si FG sectionis lineæ O parallela fuerit, tunc PT, aliæque κλ Yϑ δι ipsi O parallelę quoque essent faciendæ.

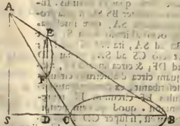
25. primi huius.

Quamuis autem figura in sectione circulum repræsentans, vt plurimùm sit ellipsis; tamen aliquando circulus quoque existere potest, vt dictum est in vigesima huius propositione. At verò quia quando in cono sectio vtrunque latus trianguli per axem secat, triangulumque ad verticem triangulo per axem simile, subcontrariè verò positum, efficere potest, in qua tunc sectione circulus apparet, & existit; vocaturque sectio subcontraria; quomodo hoc quoque perspectiuæ deseruiat, explicare libuit.

Ex 5. primi Apollonii.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXVIII.

Dato circulo in subiecto plano, datoq; puncto distantiæ, dataque sectione non solùm subiecto plano, verùm etiam lineæ à puncto distantiæ per centrum circuli ductæ erecta; oculi altitudinem inuenire, ita vt figura in sectione circulum datum repræsentans sit circulus.



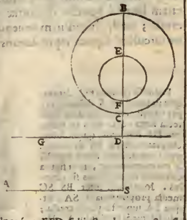
Datus sit circulus BC, datumque sit punctum S distantiæ; ac per circuli cētrum ducatur BCS recta linea. data verò sit sectio per DE transiens, quę & subiecto plano, & ipsi BS sit erecta. oculi altitudinem supra punctũ S inuenire oportet, ita vt figura circulum repręsentans sit circulus. Inueniatur inter BS SC media proportionalis SA; sitque SA subiecto plano erecta; intelligaturq; oculus in A. Dico punctum A esse altitudinem oculi quęsitam. Intelligatur conus ABC, cuius triangulum per axem sit ABC; erit vtique planum trianguli ABC subiecto plano, ac per consequens basi, circulo scilicet BC erectum, cùm sit planum ABC in plano ABS; quod est subiecto plano erectum propter lineam AS. Quoniam autem sectio per DE transiens est, & subiecto plano, & lineæ BS erecta; erit sectio plano ABS, hoc est plano trianguli per axem ABC erecta. eritque linea DE ipsius sectionis, & plani ABS communis sectio subiecto plano erecta, & ob id ipsi AS æquidistans. Quoniam autem angulus ASB vtrique triangulo ABS ACS communis existit, & circa hunc angulum latera sunt proportionalia, cùm sit BS ad SA vnius, vt AS ad SC alterius; erit triangulum ABS triangulo ACS simile. quare angulus ABS angulo CAS est æqualis; angulus verò CAS est æqualis AFE angulo; ergo angulus ABC angulo AFE est æqualis. sed angulus BAC est vtrique triangulo ABC AFE æqualis, reliquus igitur angulus AEF angulo ACB est æqualis. quare triangulum AFE simile est triangulo ABC; est autem subcontrariè positum, ergo EF figura in sectione circulus erit. quod facere oportebat.

13. sexti.
Ex 18. vndecimi.
Ex eadem.
19. vndecimi.
6. sexti;
29. primi.

Propter praxim etiam sciendum est, lineam FE diametrum esse circuli EF, & ita esse BD ad DE, vt BS ad SA; & vt CD ad DF, ita CS ad SA. est enim DE ipsi SA æquidistans:

5. primi conicorũ Apollonii.
Ex 4. sexti.

PRAXIS.



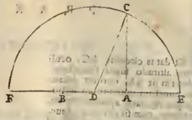
Datus sit in subiecto plano circulus BC; datumque sit punctū S distantiæ, Ducatur per centrum circuli linea BCS. sitque sectionis linea GD ipsi BS perpendicularis, sectioque intelligatur subiecto plano erecta. oportet oculi altitudinem inuenire, in sectioneque apparentem figuram describere, quæ sit circulus. In-
13. sexti. ueniatur inter BS SC media proportionalis SA, quæ intelligatur oculi altitudo supra S; & vt
12. sexti. BS ad SA, ita fiat BD ad DE; vt verò CS ad SA, ita fiat CD ad DF; & circa lineam EF, tanquam circa diametrum circulus describatur; ex demonstratis circulus EF circulum BC repręsentabit. quod quidem perspicuum est, si super GD intelligatur sectio vnà cum circulo EF, lineaque EFD subiecto plano erecta; similiterque AS supra punctum S subiecto quoque plano erecta; oculusq; in A extiterit. quod fieri oportebat.

LEMMA.

Duabus datis rectis lineis, lineam inuenire, quæ vnà cum altera data ad reliquam eandem habeat proportionem, quam hæc ad inuentam.

Sint datæ rectæ lineæ AB AC. oporteat lineam inuenire, quæ vnà cum AB ad AC eandem habeat proportionem, quam AC ad inuentam.

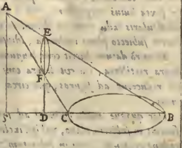
exponantur AB AC ad rectos sibi inuicem angulos; diuidaturq; bifariam AB in D, iungaturque DC; atque centro D, interualloque DC, circulus describatur ECF, qui lineam AB ex vtraque parte productam secet in EF. Quoniam enim DE est æqualis DF, & DA ipsi DB, erit BF ipsi AE æqualis. est autem FA ad AC, vt AC ad AE, hoc est ad BF; ergo inuenta est BF, quæ cum BA eandem habet proportionem ad AC, quam habet AC ad inuentam BF. quod facere oportebat. *Ex 13. sexti.*



PROBLEMA PROPOSITIO. XXIX.

Dato circulo in subiecto plano, dataque oculi altitudine, punctum distantiæ inuenire, ita vt apparens figura in data sectione subiecto plano, & lineæ à puncto distantiæ per centrum circuli ductæ erecta, sit circulus.

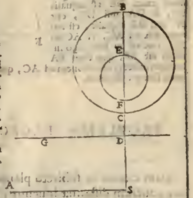
Sit datus circulus BC cuius diameter BC, dataq; sit oculi altitudo SA; data verò sit sectio per DE transiens, vt dictum est. punctum distãtiæ inuenire oportet, supra quod collocandus sit oculus, cuius altitudo sit SA; ita vt apparens figura in sectione sit circulus. Inueniatur linea CS, sitque BC vnà cum CS, hoc est BS ad SA, vt SA ad CS. erigaturque supra punctum S linea SA subiecto plano erecta; intelligaturque oculus in A; sectioque per DE transiens sit subiecto plano, & lineæ BS erecta. Quoniam igitur SA media est proportionalis inter BS SC, erit apparens figura in sectione circulus, quod facere oportebat. *Lemma.* *Ex precedenti.*



PRAXIS.

Sit datus circulus BC, oculi verò altitudo supra subiectum planum sit SA. oportet distantiæ punctum inuenire, in sectioneque figuram apparentem describere, quæ sit circulus. Inueniatur linea CS, ita vt BS ad SA sit, vt SA ad SC; intelligaturq; S punctũ distantiæ, supra quod intelligatur oculi altitudo SA. sitque sectionis linea DG, quæ sit ipsi BS perpendicularis. eodem prorsus modo vt in præcedenti circulum EF describemus, qui erit apparens figura in sectione subiecto plano erecta. quod facere oportebat.

Lemma.



De cono omnia inuenientur, vt de pyramide dictum est. describatur enim in circulo, hoc est in basi quæuis rectilinea figura, ducanturque ad verticem lineæ, erit vtique figura rectilineis figuris hoc modo contenta, pyramis. quare si basis fuerit in subiecto plano, ex sexta huius propositione, vbi à vertice in subiectum planum perpendicularis cadit cum sua altitudine inuenietur. Quòd si basis com fuerit subiecto plano inclinata, idipsum habebitur ex decima huius.

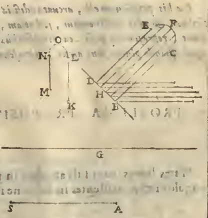
Si verò datum fuerit coni frustum, descriptis in vtroque circulo figura rectilinea, ita vt latera coni angulos coniungant, nimirum hoc reducetur ad figuras, quæ circa basim habent quadrilateras figuras.

Hoc quoque modo cylindri ad prismata reducuntur, & si bases fuerint in subiecto plano, vel ipsi inclinatæ, similiter inuenientur, vbi cadunt perpendiculares in subiectum planum cum suis altitudinibus. cylindri verò frusta reducuntur ad ea, quæ circa basim habent quadrilateras figuras, vt in decima huius dictum est.

Ex quibus quomodo in data sectione apparere possunt, ex dictis facilè inuenietur. quare in his non est immorandum.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXX.

Duabus in eodem plano datis rectis lineis, quas coniungat curua linea, quarum quidem planum sit subiecto plano erectum, cuius, & subiecti plani data sit communis sectio; in proposita sectione figuram apparentem describere.

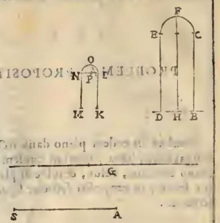


Datæ sint rectæ lineæ BC DE, quas coniungat linea curua CFE, quę sit, vel ellipsis, vel circuli circunferentia, vel alia quæpiam. sitq; BD communis sectio plani erecti BFD, ac subiecti plani. sit verò S distantiæ punctum; & SA oculi altitudo; sitque G sectionis linea. oportet figuram inuenire apparentem, quæ obiectum BCFED subiecto plano erectum ostendat. à punctis curuæ lineæ CFE ad BD plures ducantur lineæ perpendiculares, quæ quidem ex secunda huius propositione, erunt altitudines punctorum ipsius CFE supra subiectum planum. Inueniantur igitur KL MN, quæ in sectione lineas BC DE tanquam subiecto plano erectas ostendant. similiter inueniatur LON, quæ ipsam CFE repræsentet, eritque KLONM apparens figura. Ex 11. tertii huius.

Cæterum si linea BD fuerit sectionis lineæ G parallela, fueritque sectio subiecto plano erecta, quoniam planum BFD intelligitur subie-

Ex 16. tertii huius.

ſecto plano erectum, erit vtique ſectio huic plano æquidiſtans. vnde conſtat apparentem figurã KOM ſimilem ipſi BFD prouenire. hoc namq́ue modo ſecatur pyramis baſi æquidiſtans. quare ſi CFE fuerit ſemicirculus, tunc iungatur LN, quæ biſariam diuidatur in P, centroq́; P ſemicirculus deſcribatur LON. nimirum ſemicirculus LON ſemicirculum CFE in ſectione oſtendet; eritq́ue KLONM apparens figura. Quòd ſi CFE fuerit ellipſis vel alia, & LON deſcribenda ſimiliter erit ellipſis, vel alia. quod facere oportebat.



Ex his perſpicuum eſt, arcuata edificia, quæ non ſolùm in porticibus, & aliis conſtruuntur, ſed etiam, quæ inter columnas exiſtunt, repræſentari poſſe. ea verò faciliùs punctis concurſus (præcipuè quando plures ſunt arcus) repræſentari poſſunt hoc modo.

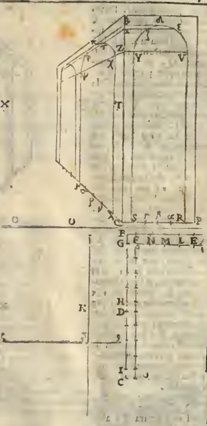
PROBLEMA PROPOSITIO. XXXI.

Plures lineas cum ſuis arcubus in planis ſibi inuicem ad angulos rectos exiſtentes in ſectione repræſentare.

Exponatur in ſubiecto plano ichnographia tantùm AB BC ad rectos angulos; ſupraq́ue ABC, hoc eſt in AE FB BG HD IC ęqualibus intelligantur æquales ſubiecto plano erectæ lineæ, quarum altitudines ſint ipſi K æquales, hoc eſt vſque ad initium arcuum. intelliganturq́ue inper EF GH DI arcus, qui ſint ſemicirculi; ſintq́ue EF GH DI ęquales.

quare

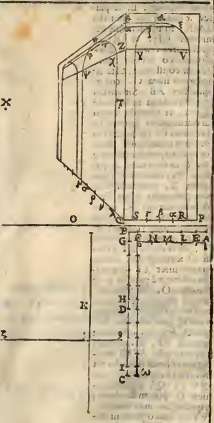
quare diuidatur EF in partes æquales in punctis LMN; in totidemque diuidatur GH, & DI; & quò plures erunt hæ diuisiones, eò meliùs erit. His ita constitutis, data sit sectionis linea O, cui æquidistet AB. Sit autem repræsentanda in sectione figura, vt secundo modo diximus initio secundi libri huius ob euitandam linearum confusionē. quare ex dato puncto distantię Rz, & ex data oculi altitudine R9, inueniatur punctum X, punctum scilicet concursus ipsius BC, & omnium ipsi BC æquidistantium; & vt decimo quinto modo vtamur, alterum inueniatur pūctum T, ita vt ducta XT sit ipsi O æquidistans, distantiaque inter XT sit ęqualis distantiæ à puncto R ad lineam O. Itaque primùm punctis TX concursus in sectione inueniatur PQ, quæ ostendat AB, 20. secundi huius. punctaque RS ostendant puncta EF. & quoniam super puncta AEFB intelliguntur lineæ subiecto plano erectæ, ducantur igitur RV SY QZ sectionis lineæ O perpendiculares; punctaque inueniantur VYZ, quæ ostendant pūcta supra EFB existentia 3. tertii huius.



altitudine K. Deinde diuidatur RS in tot partes æquales in punctis αβγ, sicuti diuisa est EF, quæ quidem puncta αβγ ostendent puncta LMN. nam quoniam AB est ipsi O parallela, erit & PQ ipsi O æquidistans; sed planum, quod intelligimus esse supra AB, est sectioni æquidistans; ergo (vt diximus) figura PZ erit similis ei, quæ est supra AB. propterea puncta αβγ repræsentabunt LMN. Deinde facto diametro VY describatur semicirculus VδY, qui repræsentabit semicirculum supra EF existentem supra altitudinem K. Ducanturque à punctis αβγ lineæ ipsi O perpendiculares, lineaque ex α pertingat in ε, ex β in δ, & ex γ in ζ. ducanturque ipsi O parallelæ lineæ δλ εκ vsque ad lineam QZ. quòd enim sit Rκ æqualis ζS; erit εζκ recta linea. etenim si ductæ essent lineæ αε γζ, essent hæ interse æquales; ostenderentque lineæ αε βδ γζ lineas subiecto plano erectas, quæ à punctis LMN vsque ad circunferen- 25. primi huius.

tiam pertingerent. Deinde quoniam punctum X est punctum concursus ipsius BC, linearũq; ipsi BC æquidistantium, ideo ducatur Qμ ad X; inueniantur que puncta λμ. quæ ostendant pũcta CH; puncta verò similiter inueniantur νρσ, quæ ostendant puncta, quæ sunt inter GH. ducantur deinde lineæ θϖ κτφ Zχψ, quæ tendant ad X; à punctis verò λνρσμ ipsi O perpendiculares ducantur, vt λχ μψ; ductæque intelligantur ντ ρϖ σφ. patet ductam lineam χτϖθτ arcum ostendere supra GH existentem, supraque altitudinem K. siquidem lineæ, quæ tendunt ad X, ostendunt lineas ipsi BC parallelas, quæ secant circunferentiam supra GH existentem, & supra altitudinem K. veluti δθ εζκ VZ ostendunt lineas, quę secant eodem modo circunferentiã supra EF existentem, & supra altitudinem K. quod quidem similiter prorsus demonstrabitur. eademq́ue ratione fiet in alijs. quod facere oportebat.

20. *secundi huius.*



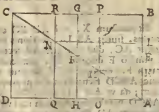
Obseruandum autẽ est, si PQ esset linea sectionis, quòd tota figura Pθ absque perspectiua describi poterit. In hoc enim casu lineæ PQ AB essent vna tantùm linea, quæ quidem sectionis linea existeret.

Quòd si aliç lineç cum suis arcubus ipsis iam descriptis respondentes secundùm latitudinem, siue crassitudinem inuenire voluerimus, ducantur ipsis AB BC parallelæ lineæ ιι αα secundùm latitudinem, quam intendimus, quæ quidem lineæ ita prorsus diuidantur, vt diuisæ sunt AB BC, deinde in sectione omnia fiant eodem prorsus modo, vt factum est lineis AB BC; erunt vtique omnia in sectione repræsentata, vt propositum est.

Hæc autem fortasse adhuc faciliùs alia quoque methodo describi poterunt. hoc tamen prius demonstrato:

PROPOSITIO. XXXII.

Sit rectangulum ABCD, diuidaturque AB secundùm datam proportionem in E; iungaturque AC; deinde ducatur EF ipsis AD BC parallela, quæ lineam AC secet in F; ac per F ducatur GFH ipsi AB æquidistans. Dico rectangulum BD secundùm datam proportionem AE EB diuisum esse linea GH.



Cùm enim sit EF ipsi BC æquidistans, erit AE ad EB, vt AF ad FC. similiterque quoniam GH ipsi CD est parallela, erit AH ad HD, vt AF ad FC. quare ita est AH ad HD, sicut AE ad EB. sed vt AH ad HD, ita est parallelogrammum AG ad HC; parallelogrammum igitur AC diuisum est linea GH secundùm datam proportionem AE EB. quod demonstrare oportebat. 2. sexti. 11. quinti. 1. sexti.

Hinc sequitur, si AE est æqualis EB, similiter AG ipsi HC æqualem esse.

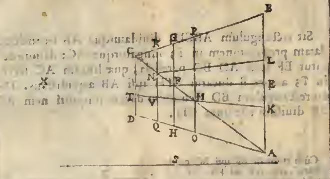
Quòd si AB diuisa fuerit in AK KL LB, ductæque fuerint KM LN ipsi AD parallelæ, & ab MN lineæ ducantur OMP QNR ipsi AB parallelæ, similiter perspicuum est, ita esse AP OR QC, sicut AK KL LB. Quòd si AB in alias quomodocunque partes fuerit diuisa, hac ratione, & lineæ AD BC, ac per consequens parallelogrammum similiter diuisum proueniet.

Præterea si AKMO fuerit quadratum, deinde ducta diametro AM, productaque, si ducantur EF FH ipsis AD AB parallelæ, erit & EH quadratum, & ita LQ, &c.

Hæc autem perspectiuæ deseruient hoc modo.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIII.

In sectione sit apparens figura ABCD, quæ ostendat rectangulum, oporteatque lineâ ipsis AB DC parallela diuidere rectangulum BD secundùm apparentiam in data proportione.



Sit punctum X, vbi AD BC conueniunt, tanquam in punctum concursus. sintq; AB DC sectionis lineæ S perpendiculares. Deinde iungatur AC; diuidaturque AB secundùm datam proportionem in E. & à puncto E ducatur EF, quæ tendat in X, quippe quæ ipsi AC occurrat in F. denique per F ducatur GFH ipsi S perpendicularis; erit vtique ABCD secundùm datam proportionem diuisum secundùm apparentiam; ita vt AG HC appareant, vt se habent AE EB. Nam quoniam ABCD parallelogrammum repræsentat, cuius apparens diameter est AC, siquidem AD BC apparent parallelæ, veluti quoque AB DC, lineaq; deinde EF ipsis BC AD apparet æquidistans, ductaque est GFH ipsi S perpendicularis, quæ ob id ipsis AB DC est, apparetque parallela; ergo ex proximè demonstratis, in eadem est proportione AE ad EB, sicut secundùm apparentiam est AH ad HD, & vt AG ad HC. quandoquidem AG HC parallelogramma apparent. quod facere oportebat.

In præcedenti.

Quòd si AB diuidatur in KL, ducanturque KM LN in X tendentes, quæ ipsi AC occurrant in MN; à punctisque MN sectionis lineç S perpendiculares ducantur PMO RNQ, perspicuum est ita apparere BP PR RC, & AO OQ QD, & AP OR QC, veluti diuisa est AB in punctis KL. quòd si AK KL LB fuerint equales, & BP PR RC, deinde AO OQ QD, ac denique AP OR QC apparebunt equales. quod idem omnibus alijs quibuscunque diuisionibus similiter contingere ostendetur.

Ex præcedenti.

Cæterùm si AO apparet equalis AK, ductaque sit OM lineæ S perpendicularis, KM verò in X tendat; perspicuum est AKMO quadratum apparere. quia lineæ AK OM equales apparent, veluti quoque AO KM; sed AO apparet equalis AK; ergo omnes quatuor lineç apparent interse equales. rectus verò angulus apparet KAO, vt supponitur; igitur AKMO quadratum apparet. Itaque iungatur AM, quæ producatur; deinde ducatur EF ad X, quæ AM secet in F; ducaturque FH similiter ipsi S perpendicularis, figura quoque AEFH quadratum apparebit, veluti quoque ALNQ, &c.

Præterea

Præterea si producatur KM, quæ lineas QR DC secet in punctis VT; similiter OMVQ, & QVTD quadrata apparebunt; supposito nempè AO ipsis OQ QD ęqualem apparere. Perspicuum est enim AK OM QV DT ęquales videri, veluti quoque KM MV VT. ex quibus constat non solùm OV QT apparere quadrata, verùm etiam quadrata AM OV QT æqualia quoque interse apparere. At verò ad particularia magis accedamus.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIIII.

Aliter ea, quæ in trigesimaprima huius proposita sunt, inuenire.

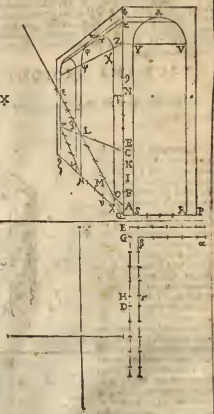
Exponatur eadem figura, hoc est descripta sit tantùm figura Pθ. inuentaque sint similiter puncta θxZ in linea Qθ. pũcta verò TX eodem fungantur officio. Vt autem inueniantur aliæ lineæ rectæ cum suis arcubus, quorum planum ad rectos angulos cum Pθ appareat. Diuidatur linea Qθ in A; sitque QA æqualis QS. deinde fiat AC æqualis ipsi SR, & CE ipsi RP. Deinceps vnum tantùm ex punctis GHD in sectione repręsententur; sitque exempli gratia in sectione inuentum punctū μ, quod quidem ipsum H repræsentet; ex antea demonstratis lineã Qμ ostendit lineam BH, quę quidem Qμ apparet æqualis QR. sed quoniam in Pθ res describuntur, vt sunt, absque perspectiua; si igitur linea Qμ æqualis apparet ipsi QR, ergo eadem Qμ ipsi quoque QC apparebit æqualis; siquidem QC est ipsi QR æqualis. Itaque ducatur primùm μτ sectionis lineæ perpendicularis; deinde ducatur linea CL, quæ tendat in X; quippe quæ lineam μτ secet in L.

manifestum est QCLμ quadratum apparere. siquidem CL Qμ apparent parallelæ, & QC μL parallelæ; ac propterea æqualis apparet QC ipsi μL; sed QC apparet etiam æqualis Qμ, tres igitur CQ Qμ μL apparent æquales, & ad angulos rectos, vt supponitur. ergo QCLμ quadratum apparet. quare linea ducatur QL. præterea supponantur puncta $\lambda\rho$ inuenta, vt in trigesimaprima huius. deinde ducatur AO ad X, quæ secet QL in O; ducaturque ab O sectionis lineæ perpẽdicularis vsque ad lineam Zψ in χ; hęc proculdubio cadet in λ; quia QAOλ quadratum apparet; lineaque Qλ ipsi QA æqualis apparet. quandoquidem Qλ ipsi quoque QS apparet æqualis, vt antea factum fuit. Cæterùm vt arcum inueniamus, diuidatur AC in quatuor partes in FIK, veluti diuisa est SR; à punctisque FIK lineæ ducantur ad X, quæ QL secent; à quibus punctis sectionis lineæ perpendiculares ductæ intelligantur; & quæ ducitur, vt ab M, lineam $\kappa\phi$ in X tendentem secet in τ, erit vtique punctum τ punctum apparens in arcu quæsitum. Idem enim est ducere lineam Mτ, vt $\nu\tau$. eadem enim est perpendicularis sectionis lineæ, si enim ductę essent lineę FM Mν, similiter ostendetur FMνQ quadratum apparere. atque hac ratione puncta inuenientur $\varpi\phi$; & huiusmodi alia; eritque inuenta figura $\lambda\varpi\mu$, quę ipsi RδS apparebit ęqualis. Vlteriùs autem progrediendo, secetur similiter linea E6 in N9; sitque EN ęqualis ipsi CA; ac per consequens ipsi SR; sitque N9 æqualis EC; diuidaturque EN in quatuor partes partibus AF FI IK KC æquales; à quibus omnibus punctis in EN existentibus lineæ ducantur ad X, quæ lineam QL productam secent; cæteraque eodem modo fiant; eruntque inuentæ aliæ lineæ cum arcu; quæ quidem apparebunt æquales ipsi $\lambda\varpi\mu$. Quòd si adhuc aliæ lineæ cum arcu

Ex præcedenti.

Ex præcedenti.

In trigesimaprima huius.



inuenire voluerimus, diuidatur eodem modo linea Nι, quæ si opus fuerit, protrahatur, cæteraque similiter prorsus fiant, omniaque, vt dictum est, apparebunt. quod facere oportebat.

Perspicuum est hinc, si VαY non esset semicirculus, neque χατ semicirculum apparere. & huiusmodi alios.

Obseruandum antem occurrit, quòd postquam innentum fuerit punctum ι, linea scilicet ducta à puncto N ad X, quæ lineam QL secet in ι, tunc absque diuisione lineæ EN, & ρι, vt describantur lineæ cum arcu, hoc quoque modo efficere poterimus. nempe à puncto ι ducatur linea ιζ sectionis lineæ perpendicularis, deinde producatur CL, quæ lineam ιζ secet in σ. primùm quidem patet μLσζ quadratum apparere æquale QCLμ. vt ex præcedenti constat. Itaque iungatur μσ, quæ ipsi QL æquidistans, & ęqualis apparet. siquidē quadrata QL μσ in ijsdem sunt lineis constituta. Vnde apparens diameter μσ ipsi Lι ęquidistans, & æqualis quoque apparebit. Quamobrem ijsdemmet lineis, quæ ducuntur à punctis AFIK ad X, secabitur μσ, ita scilicet, vt AO producta secet μσ in υ, &c. eritque υσ in quatuor partes diuisa, vt OL, & vt ρι. à quibus punctis in υσ existentibus ducantur lineæ sectionis lineæ perpendiculares, eodem prorsus modo inuenientur puncta, quibus poterunt arcus similiter describi, perpendiculares enim lineę sectionis lineę ductæ à punctis in υσ existentibus per puncta quoque in ρι inuenta transirent. siquidem ρι υσ æquales, & parallelæ, & ęqualiter diuisæ apparent.

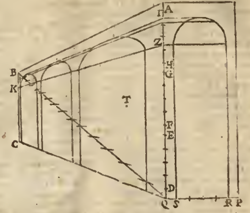
Vt verò inueniantur aliæ lineæ cum alijs arcubus secundùm latitudinem, siue crassitudinem, describantur, vt in trigesimaprima huius, lineę αβγ, quibus eadem fiet praxis eodem modo prorsus, vt mox diximus. diuidendo nempè similiter linea, quę in sectione lineam supra punctum β subiecto plano perpendicularem repręsentabit. quippe quæ simili ratione diuidenda est, vt factum est in linea Qι, lineęquę alię, vel tendent in X, vel sectionis lineę perpendiculares erunt.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXV.

Ijsdem positis, describatur scilicet PA, vt antea in trigesimaprima, & in præcedenti, determinataque sit figura QABC, quæ vel ex ichnographia, vel ad libitum quoque determinari poterit, in qua oporteat describere lineas cum duobus, vel tribus, vel quatuor, &c. arcubus, qui inter se appareant æquales.

Sint verò describendi tres arcus cum suis lineis. Diuidatur QA ita, vt QD EF GH IA sint æquales inter se; itidemq; internalla DE FG HI

sint



ſint tria, & interſe æqualia, quæ quidem ſiue ſint diuiſionibus in PQ exiſtentibus, ſiue non ſint æqualia, nihil refert. Ducaturque primùm QB. Deinde ad X tanquam ad punctum concurſus ducantur lineæ à punctis DEFGHI; & vbi hæ lineæ lineam QB diſpeſcunt, ipſi PQ lineæ ducantur perpendiculares, quæ quidem PQ linea intelligatur ſectionis; præfatę verò lineæ perpendiculares ducantur vſque ad QC, & ZK. Hæ quidem lineæ diuidunt ſpacium QABC ſecundùm apparentiam, veluti diuiſa eſt
33. huius. QA ex demonſtratis, vt patet ſi dictæ perpendiculares lineæ vſque ad AB peruenirent. Quare tria ſpacia inter has lineas perpendiculares exiſtentia, apparebunt interſe æqualia; ſiquidem æqualia ſunt interualla DE FG HI. His ita conſtitutis, vt deſcribantur arcus, diuidantur DE FG HI in quatuor partes æquales, quandoquidem in totidem diuiſum eſt interuallum RS. deinde à punctis inter DE FG HI exiſtentibus ducantur lineæ ad X; cæteraque eodem prorſus modo fiant, vt in præcedenti, arcusque ſimiliter deſcribentur; & factum erit, quod propoſitum fuerat.

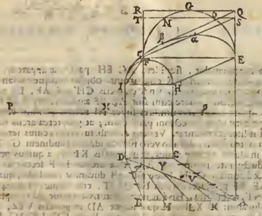
Quòd ſi plures adhuc lineas cum pluribus arcubus inuenire voluerimus, diuidatur ſimiliter QA ſecundùm plures diuiſiones, reliquaque eodem modo ſemper fiant.

Obſeruandum autem eſt arcus in QABC inuentos, quamuis interſe appareant æquales, tamen arcui in PA exiſtenti æquales, vt plurimùm minimè apparere, niſi caſu id acciderit.

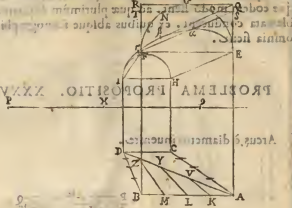
Latitudo, ſiue craſſitudo arcuum, & linearum fieri ſimiliter primùm poterit, vt antea, ex ichnographia, inuentis enim tis enim figuris, quæ iuxta PA QB apparent, tunc quemadmodum diuisa est QA, ita similiter erit diuidenda linea, quæ ostendit lineam iuxta QA existentem. cæteraque eodem modo fient. ad quæ plurimùm sequentia problemata conducent. ex quibus absque ichnographia hæc omnia fient.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVI.

Arcus è diametro inuenire.



Sit deinde AB sectionis linea, vel sectionis lineæ parallela. sit X vbi ab oculo in sectionem perpendicularis cadit; ac per X ducatur linea XP ipsi AB æquidistans; ducanturque AC BD ad X; ducaturque CD parallela ipsi AB. primùm quidem ACBD parallelogrammum ostendet, tanquam in subiecto plano. Deinde erigantur AE BF æquales, & perpendiculares ipsi AB; describaturque arcus EGF, similiterque ducantur CH DI ipsi AB, ac per consequens ipsi CD perpendiculares; ducanturque EH FI, quæ tendant in X. similiter AEHC parallelogrammum



erectum repræsentabit; siquidem AC EH parallelæ apparent; quia in idem punctum concursus X concurrunt. ob eandemque causam BFID parallelogrammum apparet. Vnde ex dictis CH ipsi AE, DI verò ipsi BF apparet æqualis. quare cùm sint AE BF æquales, erunt & DI CH æquales. quare describatur similiter super HI arcus. planum enim CHID repræsentat planum sectioni parallelum; ac propterea arcus super HI arcum similiter repræsentat. Vt verò describatur arcus, cuius termini sint EI è diametro positi; altitudo verò sit secundùm altitudinem G. Diuidatur AB in plures partes æquales, vt in punctis KLM; à quibus perpendiculares ductę intelligantur ad AB, quæ arcum EGF secent in punctis OGN; & à punctis OGN lineæ ipsi AB ducantur parallelæ, quæ secent lineas AE BF productas in punctis QRST; erit vtique (vt antea dictum est) SONT recta linea. Hisque ita constitutis iungatur AD; à punctisq; KLM ducantur ad X lineæ, quæ secent AD in punctis VYZ; proculdubio AD apparebit diuisa, vt AB. nam lineæ KV LY MZ BD parallelæ apparent; & ob id AB AD in eadem proportione diuisæ apparent. Itaque producta intelligatur AD, quæ ipsi lineæ per X ductæ occurrat in P. Deinde ducta intelligatur à puncto V perpendicularis ipsi AB, cui occurrat linea Sα ad P ducta in puncto α; linea verò à puncto Y similiter ducta occurrat lineæ Qβ in β ad P tendenti; perpendicularisque à puncto Z occurrat lineæ Sαγ in γ. lineaque ducatur Eαβγh. nimirum ostendet Eαβγ I arcum quæsitum. nam quoniam linea AD ostendit lineam in subiecto plano existentem; omnes lineæ huic lineæ æquidistantes habebunt punctum concursus in linea XP; sed AD tendit in P; ergo punctum P est punctum concursus dictarum linearum; quare AD Sαγ Qβ parallelæ apparent. Vnde punctum β æquealtum apparet, vt

In 31. huius.

2. Cor. 33. primi huius.

punctum

punctum Q, quæ est altitudo puncti G; punctaque αΓ æquealta, vt punctum S apparebunt, quæ est altitudo punctorum O N. ostendit igitur Eαβ Γ I arcum quæsitum.

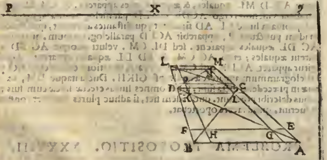
Pariq́ue ratione si connectatur BC, quæ lineam XP secet in 9, quæ quidem BC similiter diuisa proueniet à lineis KV LY MZ, vt AB. Deinde à punctis RT lineæ ducantur ad 9, quæ secent similiter lineas ductas à punctis in linea BC existentibus, ipsiq́ue AB perpendiculares; eodem prorsus modo alter inuenietur arcus, cius termini erunt FH, altitudoque itidem G.

Quomodo autem inueniantur arcus super EH FI, ex trigesimaprima huius perspicuum est. lineæ enim, quæ in punctum concursus tendunt, omnes in X concurrere debent. siquidem ipsis AC BD parallelæ apparere debent. quæ quidem AC BD in quatuor similiter partes diuisæ apparebunt, ducendo lineas per puncta VYZ ipsi AB parallelas. cætera verò eodem prorsus modo, vt in trigesimaprima huius fiant; quæ quidem omnia perspicua sunt.

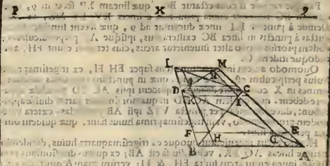
Hi verò arcus inuenientur quoque ex trigesimaquarta huius, diuidendo nempe lineas AQ BR, veluti diuisa est AB; ex quibus diuisionibus non solùm inuenientur arcus supra EH, & FI; verùm etiam & multi alij ipsis in directum.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVII.

Vt verò præfati omnes arcus, & insuper alij; secundùm latitudinem, siue crassitudinem absque ichnographia describantur, hoc modo fieri poterit.



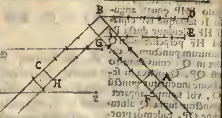
Sit vt in præcedenti linea 9XP, quæ intelligitur esse secundùm altitu-



dinem oculi, quæ quidem ſectionis lineæ eſt parallela; deſcribaturque ſimiliter figura ACDB parallelogrammum repræſentans, cuius lineæ AB CD ſint ſectionis lineæ parallelæ. apparentes verò diametri AD BC tendant in puncta P9; ducaturque linea EF ipſi AB æquidiſtans ad libitum, ſecundùm nempe apparentiam latitudinis, ſiue craſſitudinis arcuum, quam apparere volumus; ſecetque EF lineam AD in G, & BC in H; à punctiſque GH ducantur ad X lineæ GI HK. ſecet verò HK lineam AD in K, linea verò GI ſecet BC in I. Deinde ducatur KI, quæ apparebit, eritque parallela ipſi AB, lineæque vſque ad ACDB pertingant. Poſtea producantur lineæ AC GI HK BD, quæ quidem omnes tendunt in X. deinde ducatur CL, quæ tendat in P; & vbi CL productas lineas ſecat, ab his punctis lineæ ipſi AB parallelæ ducantur; figuraque CMLD parallelogrammum oſtendet ęquale ipſi ACDB. Nam lineæ ABCD ML æquales, & æquidiſtantes apparent, & AM BL itidem parallelæ videntur; ergo ACDB CMLD parallelogramma apparebunt. ſed quoniam lineę CL AD ſimiliter ęquidiſtantes apparent, quia tendunt in idem punctum P, apparebit ACLD parallelogrammum. quare lineæ AC DL æquales apparent. ſed DL CM, veluti quoque AC BD apparent æquales; ergo AC CM, & BD DL æquales apparent. æqualeigitur apparet ACDB ipſi CMLD. parique ratione oſtendetur NO parallelogrammum apparere æquale ipſi GIKH. Ducta itaque DM, ex iis, quæ in præcedenti dicta ſunt, ſuper omnes lineas erectæ lineæ cum ſuis arcubus deſcribi poterunt. quod idem fiet, ſi adhuc plures ſimiliter conſtitutæ fuerint. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXVIII.

Data verò ſit linea ſectionis, datúmque ſit diſtantię punctum vnà cum oculi altitudine; lineæ verò AB BC sint vt antea in trigesimaprima, & trigesimaquarta huius disposítæ, sed ipsarum neutra sit sectionis lineæ parallela; oporteatque omnia similiter inuenire.



Ducatur BD sectionis lineæ parallela, ipsique AB æqualis; quæ quidem diuidatur, vt AB. in sectione verò describantur lineæ cum arcu secundùm lineam DB, & secundùm altitudinem propositam, vt in superioribus factũ est. deinde in sectione diuidatur linea, quę lineam supra B existentem ostendit, vt antea in trigesimaquarta huius dictum est. ex quibus diuisionibus deinde, si inueniantur puncta concursus linearum scilicet AB, & BC, inuentisque in sectione tantùm punctis, quæ ostendant puncta AC, ex vtraque parte inueniemus plures arcus cum suis lineis eo modo, vt in eadem trigesimaquarta huius factum fuit. Parique ratione idem fiet lineis FG GH, ducta scilicet linea GE ipsi BD parallela, & ęquali, & ęqualiter diuisa. quod facere oportebat. 31.34. huius.

Quòd si AB BC non fuerint ad angulos rectos, eodem prorsus modo eadem inuenire poterimus.

Aliis quoque modis hæc omnia inueniri poterunt. sed hæc dicta sufficiant.

PROBLEMA PROPOSITIO. XXXIX.

Datis similiter lineis, vnà cum linea curua, quarum planum sit subiecto plano inclinatum, horumque planorum data sit communis sectio, datusque sit inclinationis angulus, in proposita sectione figuram apparentem describere.

Sit BFD figura data, hoc est sint BC DE rectæ lineæ, CFE verò sit curua. deinde sit BH plani BFD, ac subiecti plani communis sectio, quorum quidem planorum inclinatio sit datus angulus I. Inueniatur ex propositione tertia huius libri, vbi punctum F perpendiculariter cadit in subiectum planum, ducta nempe FH ipsi BH perpendiculari, factoque angulo FHP equali angulo I; factaque HP equali HF, denique ducta PQ ad HF perpendiculari; nimirum punctum F cadet in Q; cuius altitudo est QP. Quocirca in sectione inueniatur punctū O, vbi nempè apparet punctum supra Q altitudine QP. eademq; prorsus ratione alia inueniantur puncta in arcu CFE existentia, quod idem fiat puncto D, quæ quidem omnia in sectione appareant in LONM. denique quoniam punctum B in subiecto plano existit, inueniatur K, vbi scilicet in subiecto plano punctum B apparet, iungaturque KL; erit sanè KLONM apparens figura, quæ obiectum BCFED inclinatum in angulo I ostendet. quod facere oportebat.

QVARTI LIBRI FINIS.

GVIDIVBALDI E MARCHIONIBVS

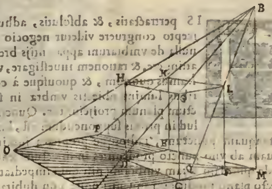
PERSPECTIVAE

LIBER QVINTVS.

HIS pertractatis, & absolutis, adhuc suscepto congruere videtur negocio nonnulla de vmbrarum apparentijs breuiter attingere, & rationem inuestigare, vt noscamus quorsum, & quousque à corporibus lumini obiectis vmbræ in subiectum planum proijciuntur. Quocirca illud in primis supponendum est, lumen esse tanquam punctum, radiosque propterea luminosos tanquam ab vno puncto prodeuntes in directum tendere. Deinde quoniam totam vmbram (nisi quid impediat) in subiecto plano productam inueniri posse non dubitamus, statuendum erit lumen ipsum oportere à subiecto plano corporis sibi obiecti distantia longiùs abesse, ne subiectum planum propter vmbram ipsius corporis alioqui infinitam luminis illustratione prorsus careat. si enim lumen à subiecto plano æquè, ac aliqua pars corporis obiecti distaret, tunc vmbra esset subiecto plano æquidistans; nec vllo pacto in subiecto plano omnes vmbrarum termini inueniri possent; idque multò minùs, si corporis pars aliqua magis à subiecto plano, quàm lumen ipsum distaret. quamquam hoc quoque dato (vt ex dicendis constabit) vmbram non quidem totam infinitam, sed quorsum talis esse contingeret, non esset inuentum difficile.

PROBLEMA PROPOSITIO. I.

Dato lumine, datoque prismate, cuius basis sit in subiecto plano, eius verò parallelogramma sint rectangula, ipsius prismatis vmbram in subiecto plano inuenire.



Datum sit lumen B, cuius supra subiectum planum altitudo sit BM; Datum verò prisma sit CDEFGHKL, cuius basis CE sit in subiecto plano; parallelogramma verò CH DK EL FG sint rectangula. oportet in subiecto plano prismatis CK vmbram inuenire. Quoniam enim anguli GCD GCF sunt recti, erit CG subiecto plano erecta; sed BM est subiecto quoque plano erecta; ergo CG ipsi BM est æquidistans, si itaque iungantur BG MC, erunt BG MC in eodem plano, in quo sunt BM GC: at verò quoniam BM maior est GC, productis BG MC, interse conuenient, vt in N. eritque CN vmbra lateris CG. quod quidem erit tanquam gnomon, eademque ratione ductis BHO MDO, demonstrabitur DO esse vmbram lateris DH. ductisque BKP MEP, esse EP vmbram lateris EK. similiter ductis BLQ MFQ, ostendetur FQ esse vmbram lateris LF. Quocirca, iunctis PO ON, pars subiecti plani lumine carens, ea est, quæ continetur CDEPON. Nouisse autem oportet, nos vmbram CDEF in subiecto plano infra basim existentem, nec non vmbram FQ missas facere; cùm non appareant.

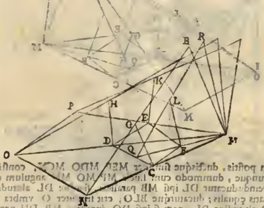
4. vndecimi, 6. vndecimi. 7. vndecimi,

Hic

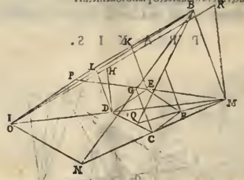
Hic considerandum occurrit, quòd cùm termini vmbræ sint EP PO ON NC, in solido lineæ partem luminosam ab opaca diuidentes, erunt lineæ ipsis respondentes; vt sunt EK KH HG GC. siquidem EP est vmbra lateris EK, PO lateris KH, ON ipsius HG, & NC vmbra lateris GC existit. Quare solidi partes illuminatæ erunt plana FK FG GK, opaca verò DK DG, atque etiam FD; quod idem in omnibus solidis figuris rectilineis obseruandum est.

Quòd si solidi latera CG DH &c. non fuerint interse ęqualia, eodem prorsus modo vmbra in subiecto plano inuenietur.

PRAXIS.



Exponatur dati prismatis basis CDEF. statuaturque punctum, vt M, vbi in subiectum planum à lumine perpendicularis cadit. Ducaturque MCN; à punctisque CM perpendiculares ipsi MN ducantur MB CG; fiatque MB ęqualis altitudini luminis supra subiectum planum; CG verò fiat ęqualis altitudini dati prismatis; ducaturque BGN, quæ ipsi MC occurrat in N. Porrò CN erit vmbra lateris dati prismatis supra punctum C perpendiculariter existentis altitudine CG. vt patet si intelligatur triangulum BMN, manente MN conuerti, donec BM GC subiecto plano fiant erectæ. tunc enim, & lumen, & latus prismatis erunt suis locis collocata. Eademque ratione ducatur MDO, cui perpendiculares ducantur DH MR. sitque DH ęqualis CG (siquidem huiusmodi dati prismatis latera sunt ęqualia) RM autem ipsi MB ęqualis. ductaq; RHO, erit ob eandem causam DO, vmbra lateris supra D existentis. punctum enim R in hoc casu pro lumine deseruiet, & ita fiet in alijs; eruntque inuentæ vmbræ EP FQ, quarum FQ omittenda est; cùm non appareat, propterea quod ipsa infra basim FD reperitur, quæ quidem vmbra terminatur lineis figuræ CDEPON. In subiecto igitur plano dati prismatis vmbra inuenta est. quod facere oportebat.



Iisdem positis, ductisque similiter MEP MDO MCN, constituatur MB vtcunque, dummodo cum lineis MP MO MN angulum constituat. Deinde ducatur DL ipsi MB parallela. fiatque DL altitudini dati prismatis equalis; ducaturque BLO; erit similiter O vmbra puncti supra D altitudine DL. nam si ipsi DO ducantur MR DH perpendiculares, sitq; MR æqualis MB, & DH æqualis DL: ducaturq; RHI; erit ex demonstratis I vmbra puncti supra D eadem altitudine DH. & quoniam triangula MRI DHI sunt similia, siquidem est DH ipsi MR
Ex 4. sexti. æquidistans; erit MI ad ID, vt MR ad DH. at verò similiter cùm sit DL æquidistans MB, erunt triangula MBO DLO similia; quare ita est MO ad OD, sicut MB ad DL. eadem autem est proportio MR ad DH, vt MB ad DL: cùm sint MB MR æquales, itidemque DH DL
11. quinti. æquales, ergo ita est MI ad ID, vt MO ad OD; diuidendoque ita est
17. quinti. MD ad DI, vt MD ad DO. ex quo sequitur IO esse vnum tantùm punctum. si igitur ducantur EK CG ipsi MB parallelæ, fiantque EK CG altitudini solidi equales, ductis BKP BGN, erunt PN similiter vmbræ termini, quod facere oportebat.

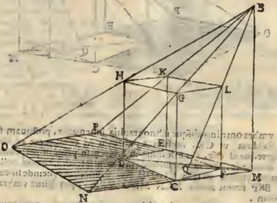
Quod si solidi latera essent inequalia, eodem modo fiet, faciendo nempe EK DL CG inequales.

Hæc praxis ijs quoque, quæ dicenda sunt deseruire poterit.

Quomodo

Quomodo autem ex his in sectione inueniatur apparens figura, ex iis, quæ antea dicta sunt, facilè constat.

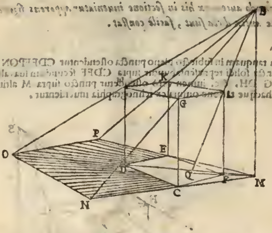
Nam tanquam in subiecto plano puncta ostendentur CDEFPON; aliaque puncta solidi repræsentabuntur supra CDEF secundùm suas altitudines CG DH, &c. lumen verò ostendetur puncto supra M altitudine MB. hacque ratione omnia ex ichnographia inuenientur.



Verùm vmbra hoc quoque modo inuenietur, nempe postquam in sectione (vt dictum est) inuentum fuerit solidum CK, & lumen, vt B. inueniatur etiam in sectione punctum M tanquam in subiecto plano; quod ostendat punctum vbi à lumine cadit in subiectum planum perpendicularis. Deinde ducantur lineæ MCN BGN, MDO BHO, & MEP BKP, erit vtique solidum repræsentatum cum vmbra, vt ex ijs, quæ dicta sunt perspicuum est.

Vmbram absque ichnographia inuenire.

Quoniam autem huiusmodi solida absque ichnographia inueniri possunt, vt in decimanona tertij libri huius propositione ostensum est; vt



etiam vmbra omnino absque ichnographia inueniatur, postquam factum fuerit solidum, vt CK, possumus punctum M constituere ad libitum, intelligereque id esse, vbi à lumine in subiectum planum perpendicularis cadit; deinde similiter lumen secundùm quamlibet altitudinem collocare, ita tamen, vt BM sit ipsis CG DH &c. æquidistans, deinde lineæ BGN BHO BKP secent lineas MCN MDO MEP. patet igitur vmbram esse inuentam.

Quòd autem punctum M ad libitum collocari possit, perspicuum est; quia in subiecto plano tanquam in ichnographia punctum reperiri potest, quod appareat in M; vt in trigesimaprima, trigesimaque secunda secundi libri huius ostensum fuit. quod idem de puncto B ex duodecima, & decimaquarta tertij libri huius dici potest.

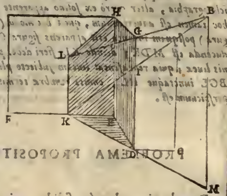
Hac ratione in multis, quæ sequuntur, & in quàm plurimis alijs, huiusmodi punctum M, ac lumen, nec non vmbræ inueniri poterunt.

PROBLEMA PROPOSITIO. II.

Vmbram quoque in alio casu, quando scilicet tota in subiectum planum peruenire non potest, inuenire.

Sit in subiecto plano basis CDEF, subiectoque plano sint erecta plana
19. vndecimi. CG DH HF; quorum quidem stantes DG EH, &c. sint subiecto plano erectæ, siue sint equales, siue inequales: sit B lumen; BM verò eius

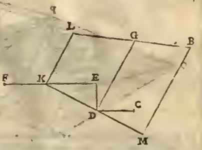
altitudo



altitudo supra subiectum planum; oporteatque vmbram inuenire. Ducatur MDK, in planoque HF ducatur KL ipsi EF perpendicularis; erit vtique KL in plano per MDK DG, & MB ducto. cùm sint BM GD LK subiecto plano erectæ; lineaque MK dicti plani, ac subiecti plani sectio communis. Itaque iungatur BGL, quæ secet KL in L; nimirum vmbra puncti G erit in L. vnde patet, iuncta HL, vmbram lineæ GH esse in HL. vmbramque ipsius GD esse in LK KD; ita vt ducta BK, quæ ipsam GD secet in I, vmbra LK sit portionis GI, KD. verò sit portionis ID. Itaque plani HF pars HEKL erit in vmbra, planumque DH totum vmbrosum erit; subiecti verò plani pars DEK in vmbra similiter existet.

Ex 19. & 18. vndecimi.

P R A X I S.

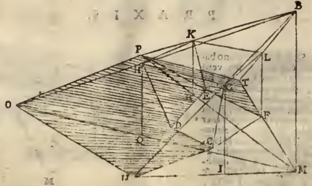


Sit in subiecto plano basis CDEF, plana verò erecta supra CD DE EF (facilitatis gratia) eandem altitudinem habeant DG; lumen verò in subiectum planum perpendiculariter cadat in M, cuius altitudo sit BM Ducatur MDK, cui ad rectos angulos à punctis MDK exponantur lineæ MB DG, & KL. ducaturque BGL, quæ lineam KL secet in L; erit sanè KL vmbræ terminus erectæ lineæ supra K, & EDK in subiecto plano vmbram quoque ostendet; & propter lineam DK dignoscitur, erectum planum supra DE, totum vmbrosum esse, quod facere oportebat.

Ex iis, quæ diximus in præcedenti, constat, quomodo duobus *modis inueniri possit in sectione apparens vmbra, alter scilicet ex ichnographia, alter verò ex solido apparente absque ichnographia. hoc tamen est aduertendum, quòd hoc modo (vt in praecedenti figura) postquam inuenta erit apparens figura CHF, & MB, tunc ducenda est MDK; deinde KL fieri debet perpendicularis sectionis linea; quia repraesentat lineam subiecto plano erectam, ductaq; BGL iunctaque HL, omnes vmbrae termini erunt inuenti. vt perspicuum est.*

PROBLEMA PROPOSITIO. III.

Dato lumine, datoque solido, cuius basis sit in subiecto plano; quae verò circa basim sunt plana, sint quadrilatera, vmbram in subiecto plano inuenire.



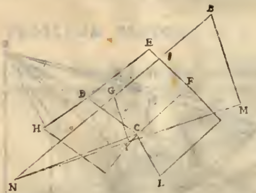
Sit lumen B, cuius supra subiectum planum altitudo sit BM. sit solidum CDEFGHKL, cuius basis CDEF in subiecto plano existat. sint verò CH DK EL FG quadrilatera. oportet dati solidi CK vmbram in subiecto plano inuenire. Ducatur à puncto G in subiectum planum per-

6. vndecimi. pendicularis GI. & quoniam BM GI sunt subiecto plano erectae, erunt

interse

interſe parallelæ, ductis igitur MI BG, in eadem plano exiſtent. vnde ſi producantur, interſe conuenient, quare conueniant in N. eritque ex dictis IN vmbra ipſius IG; & punctum N vmbræ terminus ipſius puncti G exiſtet. quod eſt tanquam vertex gnomonis GI. at verò quoniam ſolidi latus eſt CG, ducta CN, erit CN vmbra lateris CG. quæ enim recta ſunt, in plano rectam proijciunt vmbram. ſimiliter in alijs ducantur HQ KR LF in ſubiectum planum perpendiculares; ducanturq; MQO MRP MFT; deinde ducantur BHO BKP BLT; denique ductis DO EP FT, TP PO ON; erit DO vmbra lateris DH, EP vmbra lateris EK, atque FT vmbra lateris FL; ſolidiq; vmbra in ſubiecto plano inuenta CDEFTPON exiſtet, quod facere oportebat. *7. vndecimi*

PRAXIS.

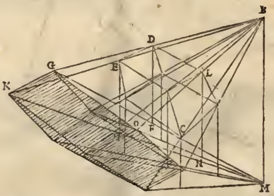


Cadat perpendicularis à lumine in ſubiectum planum in punctum M, cuius altitudo MB; ſitque in ſubiecto plano dati ſolidi baſis CDEF, factisque quadrilateris FL CH ſuper lateribus CF CD, inueniatur vbi ab angulo alterius baſis in ſubiectum planum perpendicularis cadit; ſitque punctum I. ſimulque inueniatur altitudo IG. Ducatur deinde MN; exponanturque IG MB ad rectos angulos ipſi MN; ducaturque BGN; iunctaque CN, erit CN vmbra lateris ſolidi ſupra C exiſtentis. quod idem ſimiliter fiat in alijs, ex quibus vmbra in ſubiecto plano patebit. quod facere oportebat. *6. quarti buius.*

Ex his apparens figura in sectione facile inuenietur. vel, vt in superiori figura, inuento solido CK in sectione, punctisque MB, inuentoque puncto I, vbi nempè cadit perpendicularis ab angulo G, ducantur MIN BGN, iungaturque NC, eritque NC vmbra lateris CG. & ita fiet in aliis, ex quibus apparebit vmbra.

PROBLEMA PROPOSITIO. IIII.

Dato lumine, datoque solido quomodocunque figuris rectilineis compræhenso, in subiecto plano vmbram inuenire.



Sit datum lumen B, cuius altitudo supra subiectum planum sit BM. Datum verò solidum sit CD rectilineis figuris compræhensum. oportet in subiecto plano vmbram inuenire. Ducatur à puncto D in subiectum planum perpendicularis DF; ducanturque MFG BDG; erit vtique ex dictis punctum G vmbræ terminus puncti D. Ducantur similiter EH LN in subiectum planum perpendiculares; ducanturque MHK MNO, deinde BEK BLO; iunganturque GK GO; erit GK vmbra lateris

DE,

DE, GO autem vmbra lateris DL existet. & ita fiat omnibus angulis, omnibusque lateribus. hoc est in subiecto plano inueniantur omnes lineæ, quæ dati solidi cuiuslibet lateris vmbram ostendant; & exteriores lineæ erunt termini vmbræ inueniendæ. vt in figura patet.

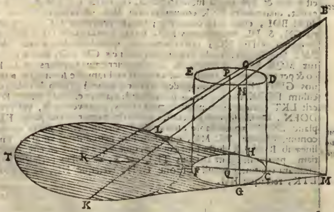
PRAXIS.

Praxis vtique fiet, vt in præcedenti quoque dictum est; inueniendo scilicet ex decima, & decimaquarta propositionibus præcedentis libri, vbi cadunt ab angulis in subiectum planum perpendiculares cum suis altitudinibus. ex quibus vmbra eodem modo inuenietur.

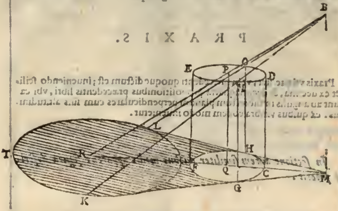
In sectione autem similiter duobus modis apparens figura describi poterit.

PROBLEMA PROPOSITIO. V.

Dato lumine, datoque cylindro recto, cuius basis sit in subiecto plano, vmbram in subiecto plano inuenire.



Datum sit lumen B, cuius altitudo supra subiectum planum sit BM. sit cylindrus



cylindrus rectus CDEF, cuius axis sit PQ, basisque CFG sit in subiecto
plano. oportet cylindri vmbram in subiecto plano inuenire. Ducantur à
17. tertii. puncto M lineæ MGK MHL, circulum CFG tangentes in punctis GH;
à punctis verò GH ducantur cylindri latera GN HO. & quoniam cy-
lindrus est rectus, erit GN basi, ac per consequens subiecto plano erecta.
6. vndecimi. est autem & BM erecta subiecto plano, ergo GN ipsi BM æquidistans
existit. quare ducta BNK conueniet cum MG. ob eandemque causam
ducta BOL, cum MH conueniet; eritque propterea GK vmbra late-
ris GN, & HL vmbra lateris HO. Itaque pars cylindri OFN HFG est
in opaco, ODN HCG verò illuminata. quandoquidem plana BMK
BML superficiem cylindri contingunt in lineis GN HO. itaque ducan-
tur MQR BPR, & centro R circulus describatur transiens per L. Di-
co & per punctum K transire, ac cylindri vmbram esse secundùm termi-
nos GFHLTK. Primùm quidem si concipiamus à puncto B radios cir-
culum DOEN contingere, in subiectumq; planum efficiat lineam LKT;
erit LKT circulus, si enim intelligatur conus, cuius vertex B, basis verò
DOEN, deinde superficies conica producta secetur altero plano KLT
41 primi conicorum Apollonii. plano DOEN æquidistante, sectio KLT circulus erit; quem quidem
contingunt lineæ ML MK, quoniam sunt extremitates vmbræ, Vnde
lineæ ab R ad LK ductæ sunt æquales, quia sunt à centro ad circunferen-
tiam. pertransit igitur circulus TKL per K. ex quibus perspicuum est
vmbram contineri circuli portione GFH, rectaque HL, ac portione
LTK, rectaque KG.

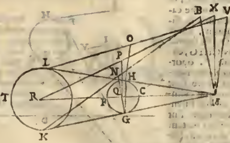
COROL-

COROLLARIVM.

Hinc patet quomodo vmbra circuli subiecto plano æquidistantis inueniri possit.

Circulus enim KLT circuli DEN vmbra existit.

PRAXIS.

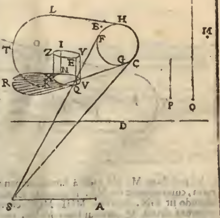


Sit punctum M. vbi cadit à lumine perpendicularis in subiectum planum, cuius altitudo sit MB. sit circulus CHG basis cylindri recti, cuius altitudo sit GN. ducantur MHL MGK circulum contingentes, ac per centrum circuli Q ducatur linea MQR. exponantur deinde MB GN ipsi MK perpendiculares, ducaturque BNK; ducantur deinde HO MV ipsi ML perpendiculares; fiatque HO altitudini cylindri, hoc est ipsi GN æqualis, MV autem ipsi MB æqualis. Ducaturque VOL; postea fiant QP MX ipsi MR perpendiculares; sitque QP ipsi GN æqualis, & MX ipsi MB similiter æqualis; ducaturque XPR; denique centro R, describatur circulus KLT per L transiens, qui ex demonstratis transibit quoque per K; erunt vtique GK HL vmbræ laterum cylindri supra GH existentium; termini verò vmbræ sunt etiam GFH KTL; tota igitur vmbra cylindri dati continetur figura GFHLTK: quod facere oportebat. 17. *tertii.*

PROBLEMA & PROPOSITIO VI.

Oculo dato, datoque lumine, ac dato cylindro recto, cuius basis sit in subiecto plano, figuram in proposita sectione apparentem inuenire, quæ lumen, datumque cylindrum cum vmbra repræsentet, appareantque in cylindro termini partem opacam à luminosa diuidentes, itidemque termini, qui partem, quæ oculo se offert, repræsentent.

Sit S punctum distantiæ, SA oculi altitudo, sit D sectionis linea, & sit M, vbi à lumine cadit perpendicularis in subiectum planum, cuius altitudo sit O. sit deinde cylindri basis CHFG, cuius altitudo sit P. oportet in sectione figuram apparentem describere, quæ lumen, datumque cylindrum cum vmbra ostendat, in cylindroque sint termini diuidẽtes partem luminosam ab opaca, terminiq; appareant, qui partem visam ostendant. Inueniantur ex præcedenti vmbræ termini GFHLTK. sintque GH puncta, in quibus lineæ ex M circulum contingũt. Deindeà distantiæ puncto S ducantur SC SF, quæ circulum contingant in CF; in sectioneque inueniatur figura QXNV cum NRQ, quæ circulum CHFG cum HLTK repræsentet; & secundùm altitudinem P inueniatur figura EIZ, quę circulum supra CHFG existentem altitudine P ostendat. at verò puncta QN repræsentent puncta GH, puncta verò EI ostendant puncta supra HG altitudine P existentia. iunganturque QE NI. deinde inueniatur punctum B, quod ostendat quidem punctum supra M altitudine O. Denique inueniantur puncta VX, quæ CF ostendant, punctaque inue-



17. tertii.

Ex 26. secũdi huius.

Ex 1. quarti huius.

Ex 11. secũdi huius.

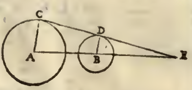
niantur

niantur YZ, quæ repræſentent puncta ſupra CF altitudine P. iunganturque VY XZ. erit vtique in ſectione apparens figura, quæ lumen in B, cylindrumque VZ cùm vmbra VRQ repræſentabit; in ſuperficieque cylindri lineæ QE NI erunt termini partem opacam à luminoſa diuidentes; lineæ verò VY XZ cylindri partem, quæ oculo ſe offert, oſtendet. 7. tertii.
Viſuales enim radij ab oculo A ſupra S exiſtente contingunt quidem cylindrum in lateribus ſupra C F exiſtentibus. quòd facere oportebat. Ex 29. primi libri Sereni.

L E M M A I.

Datis tribus lineis AB AC BD, ſintque AC BD inæquales, lineam inuenire ita, vt AB cum inuenta ad inuentam eandem habeat proportionem, quam AC ad BD.

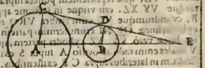
Exponantur AC BD interſe parallelæ; iungaturque CD; producanturq; CD AB, quæ ſibi inuicem occurrant in E. erit vtique AE ad EB, vt AC ad BD. inuenta eſt igitur BE, vt propoſitum eſt. quod facere oportebat. 4. ſexti.



L E M M A II.

Duobus datis circulis, lineam, quæ ad eandem partem vtrumque contingat, inuenire.

Duo ſint circuli, quorum centra AB; iungaturque AB, quæ producatur; inueniaturque BE, ita vt AE ad EB ſit, vt ſemidiameter AC



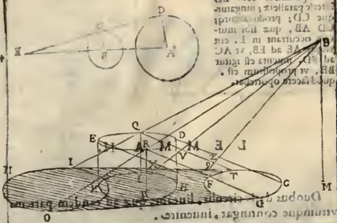
7. tertii. ad semidiametrum BD. Ducaturque BD circulum contingens in D. Dico lineam ED, alterum quoque circulum contingere. iungatur BD, ducaturque semidiameter circuli AC æquidistans BD; iungaturque DC. Quoniam igitur est AC ad BD, vt AE ad EB, erit EDC recta linea, & anguli ad DC æquales. quòd cùm sit EDB

2. primi rectus. erit & ECA rectus. vnde sequitur lineam EDC circulos contin-

nius. 9. primi. x 18. tertius. gere. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. VII.

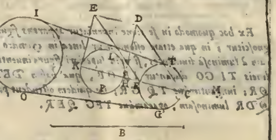
Dato lumine, datoque cylindro scaleno, cuius basis in subiecto sit plano, vmbram in subiecto plano inuenire.



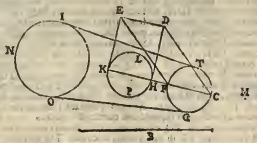
Sit lumen B, cuius altitudo sit BM; sit scalenus cylindrus CDEF, cuius basis CFG sit in subiecto plano; oportet in subiecto plano vmbram inuenire. Ducantur perpendiculares à circulo superiori DE in subiectum

planum,

planum, quæ in subiecto plano circulum efficiant HLKP (erit enim HLKP circulus, propterea quod planum per DE transiens subiecto plano æquidistans existit) Intelligatur KHDE cylindrus rectus; ideoque circuli DER vmbra inueniatur ION. sint deinde radij luminis BQI BVX BZ9, qui cylindricam superficiem ad eandem partem contingant in QVZ. Constat ex vigesimanona propositione primi libri Sereni puncta QVZ esse in vno, & eodem latere cylindri. Quare ducatur linea QVZ vsque ad T punctum circuli CFG; iunctisque punctis T9XI, erit vtique T9XI recta linea. Nam si recta linea est TZVQ per quam transeunt radij luminis, qui sunt in vno, & eodem plano per punctum B, lineamque TQ transeunte, sequitur T9XI esse in hoc plano. sed puncta T9XI sunt quoque in subiecto plano, ergo TI est communis sectio dicti plani, ac subiecti plani. quare TI recta est linea. At verò quoniam planum per TI IB TQ transiens cylindricam superficiem contingit, omnes lineæ in hoc plano existentes, quæ ipsi TQ occurrent, cylindricam contingent superficiem. est verò linea IT in hoc plano, lineæque TQ occurrit, ergo IT cylindricam superficiem continget in T. quia verò TI est in plano circuli CFG, continget IT circulum CFG in T. at verò quoniam TI est terminus exterioris vmbræ, continget TI circulum quoque ION Eodemque modo ad alteram partem ostendetur GO vmbræ terminum rectam lineam esse, circulosque CFG ION contingere in GO. erunt igitur GFT, TI, INO, OG termini vmbræ dati cylindri CE. | 3. vndecimi



Cadat perpendicularis à lumine in subiectum planum in M, cuius altitudo sit B; basis verò dati cylindri in subiecto plano existens sit CFG. Intelligatur cylindrus per axem sectus; sectioque sit subiecto plano erecta,



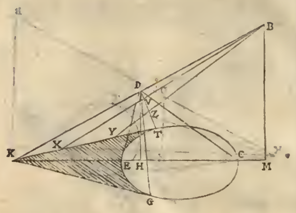
quæ quidem ſectio ſit parallelogrammum CDEF productáque CF, ducantur ipſi perpendiculares EK DH; & circa KH circulus deſcribatur HLKP, quòd cùm ſit DE ipſi HK æqualis, & æquidiſtans, ſi intelligatur planum CDEF, manente CK, ſubiecto plano erectum, erit circulus HLKP circulo circa DE deſcripto æqualis, & æquidiſtans. Intelligatur itaque cylindrus rectus, qui baſim habeat HLKP, altitudinem verò DH, & quoniam datum eſt punctum M, & altitudo B, inueniatur circuli ſupra HLKP exiſtentis altitudine HD vmbra ION, quæ quidem erit circulus. Deinde ducantur lineæ IT OG, quæ circulos CFG ION contingant in punctis IT GO. Vmbræ termini erunt GFTINOG. quod fieri oportebat.

Cor. 5. huius
Lemma. 2.

Ex hoc quomodo in ſectione inueniatur apparens figura facilè dignoſcitur; in qua etiam oſtendentur lineæ in cylindro partem opacam à luminoſa diuidentes, ſi vt in ſuperiori figura inuentis in ſectione lineis TI GO ducantur IB OB, quæ baſim DER ſecent in QR; iunganturque TQ GR; hæ quidem oſtendent partem TCGQDR luminoſam, opacamque TFG QER.

PROBLEMA PROPOSITIO. VIII.

Dato lumine, datoque cono, cuius baſis ſit in ſubiecto plano, vmbram inuenire.

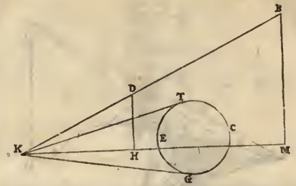


Sit lumen B, cuius ſupra ſubiectum planum altitudo ſit BM. ſit conus CDE, cuius baſis CEG ſit in ſubiecto plano. oportet coni vmbram inuenire. Ducatur à vertice coni in ſubiectum planum perpendicularis DH, ducanturque MHK BDK, erit ex ijs, quæ ſæpè dicta ſunt, punctum K terminus vmbræ verticis D. Ducantur plures radij luminis, vt BVX BZY, qui conicam ſuperficiem ad eandem partem contingant in VZ. perſpicuum eſt ex trigeſimaſecunda propoſitione primi libri Sereni DVZ rectam lineam eſſe, quæ quidem producatur vſque ad baſim in T. & vt in præcedenti diximus, ſimiliter oſtendemus lineas BDK BVX BZY in vno plano exiſtere, lineamque KXYT rectam eſſe, circulumque CEG contingere in T. eodemque modo oſtendetur KG rectam eſſe lineam, circulumque CEG in G contingere. eſt igitur GETKG vmbra dati coni.

PRAXIS.

Sit M punctum, vbi cadit perpendicularis à lumine in ſubiectum planum, cuius altitudo ſit MB; ſitque in ſubiecto plano coni baſis CEG. Inueniatur punctum H, vbi ſcilicet à vertice coni in ſubiectum planum *Poſt 29. quarti huius.*

perpen-

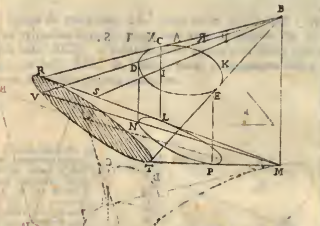


perpendicularis cadit, cuius altitudo similiter inueniatur HD. Deinde ducatur MHK, cui perpendiculares ducantur HD MB; ducaturq; BDK; erit nimirum punctum K vmbræ terminus verticis coni. Itaque ducantur KT KG circulum CEG contingentes in TG; erunt vtique GET
17. tertii. TK KG vmbræ termini dati coni, quod facere oportebat.

Ex his apparens in sectione figura facilè inueniri potest; inuenienturque in cono termini opacum à luminoso diuidentes; si, vt in superiori figura, inuentis lineis TK GK in sectione, ducantur postea TD GD; patet enim DTCGD partem esse luminosam, DTEGD verò vmbrosam.

PROBLEMA PROPOSITIO. IX.

Dato lumine, datoque circulo subiecto plano inclinato, cuius inclinatio sit data, dataque sit circuli, ac subiecti plani sectio communis; vmbram in subiecto plano inuenire.



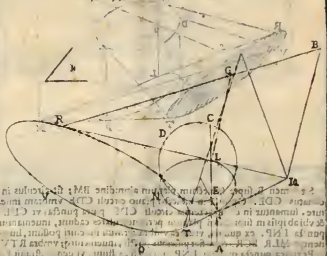
Sit lumen B supra subiectum planum altitudine BM; sit circulus inclinatus CDE. Oportet in subiecto plano circuli CDE vmbram inuenire. sumantur in circunferentia circuli CDE plura puncta, vt CDE; & vbi ab ipsis in subiectum planum perpendiculares cadunt, inueniantur puncta LNP. ex quibus, vt antea vmbræ termini inueniri possunt, lineis nempe MLR BCR. & ita fiat pluribus pũctis, inuenieturq; vmbra RTV.

Præterea puncta quidem LNP in ellipsi existunt, vt demonstrauit Federicus Commandinus in libro de horologiorum descriptione. iungantur itaque CL DN EP; intelligaturque PC cylindrus, cuius basis sit circulus CDE, qui sectionem habeat LNP ellipsim. Deinde plures ducantur radij luminis BCR BIS, qui cylindricam superficiem contingant in CI: erit vtique (vt antea quoque diximus) CIL cylindri latus. deinde iungantur puncta LSR. Quoniam igitur CL est subiecto plano erecta, 29. primi
veluti BM, erunt BM LC parallelæ; vnde lineæ BCR BIS BM CL Sereni.
in vno, & eodem plano reperiuntur: in quo etiam reperitur linea LSR, 6. vndeci-
quę quidem (vt in præcedentibus) ostendetur esse recta. Quoniam autem mi.
punctum M est quoque in vtroque plano, siquidem est in subiecto plano, 7. vndeci-
& in plano MBR; erit sanè punctum M in communi sectione horum mi.
planorum, quæ est in linea LR. iuncta igitur ML, erit MLR recta linea. At verò quoniam MLR est in plano BMR, occurritque MR ipsi LC; continget MR cylindricam superficiem in puncto L. quòd cùm sit MR in plano quoque ellipsis LNP; ergo MLR ellipsim in L continget. Quapropter ad alteram partem si ducatur MPT ellipsim contingens in P, existenteque PE latere cylindri subiecto plano perpendicu- 49. secun
lari, ducaturque BET, ostendet figura RTV in subiecto plano vmbram di Apollo
circuli CDE, quæ quidem intra lineas MR MT continetur. nii.

Eodem modo inuenietur vmbra, si circulus CDE subiectum planum contingeret.

Aduertendum est contingere posse vmbram RT rectam esse lineam, quòd sanè fiet, quando lumen B fuerit in eodem plano circuli CDE. tunc enim RT esset subiecti plani, ac plani circuli CDE sectio communis; vnde recta linea existeret.

PRAXIS.

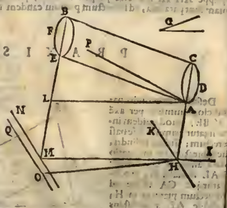


Sit M vbi cadit in subiectum planum perpendicularis à lumine, cuius altitudo sit MB: sit circulus CDE inclinatus in angulo F; circuli verò, ac subiecti plani sit communis sectio AO, sumantur in circulo plura puncta, à quibus, vbi in subiectum planum perpendiculares cadunt, ex tertia praecedentis libri propositione inueniatur, vt punctum C perpendiculariter cadit in L, cuius altitudo LG. & ita in aliis. pluribusque inuentis huiusmodi punctis in subiecto plano ellipsis describi potest LNP. Deinde à puncto M ducatur linea, quae transeat per punctum L, exponanturque lineae MB LG ipsi ML perpendiculares; ducaturque BGR; erit vtique punctum R vmbra puncti C circuli inclinati; atque hoc modo plura inueniantur puncta, per quae figura describatur, vt RTV; quae quidem inclinati circuli vmbram ostendet. quod facere oportebat.

Descripta verò ellipsi LNP, si MLR MPT ellipsim contingerent, patet vmbram RTV intra lineas MR MT contineri.

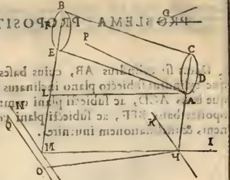
PROBLEMA PROPOSITIO. X.

Datus sit cylindrus AB, cuius bases ACD BEF; sitque cylindrus subiecto plano inclinatus in angulo G; sitque basis ACD, ac subiecti plani communis sectio HK; oportet basis BEF, ac subiecti plani communem sectionem, & inclinationem inuenire.

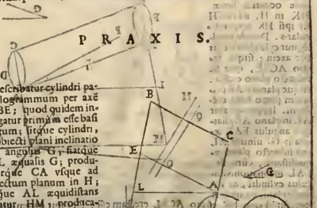


Ducatur in basi, ac per centrum circuli ACD linea CAH, quæ occurrat lineæ HK in H; ita vt CH sit ipsi HK perpendicularis. Deinde intelligatur cylindrus sectus per axem; sitque sectio ACBE, quæ sit subiecto plano erecta; sitque planum AB primum plano basis erectum. Itaque ducatur AL in plano AB; fiatque angulus EAL æqualis G; nimirũ AL erit subiecto plano æquidistans, cùm sit EAL inclinationis angulus cylindri, ac subiecti plani. ex quibus sequitur lineam HK plano ACBL erectam esse. Ducatur autem per H in subiecto plano linea HM ipsi AL æquidistans, quæ quidem erit ipsi HK perpendicularis; quia HM est in plano ACBL. deinde producatur BE vsque ad HM in M; & per M in subiecto plano ducatur MN æquidistans HK. Quoniam igitur propter bases cylindri parallelæ CH BM sunt parallelæ, & HK MN parallelæ; erit angulus CHK angulo BMN æqualis. quare BMN est rectus. At verò quoniam cylindri bases sunt parallelæ, communes earum sectiones, ac subiecti plani; erunt parallelæ; est autem MN æquidistans HK; ergo MN est communis sectio basis BEF, ac subiecti plani. Quòd si planum AB non fuerit basi ACD erectum, quoniam datus est cylindrus, ducatur linea AP, ita vt planum per AP AL HM intelligatur erectum plano basis ACD, sitque LAP inclina- 10. vndecimi. 16. vndecimi.

tionis angulus cylindri, ac subiecti plani, hoc est sit angulo G æqualis; fiatq; MHO æqualis angulo PAE, qui est angulus quantum declinat planum AB, ita vt non sit erectum basi ACD; fiatque HO æqualis HM, & per O ducatur QQ æquidistans HK, eodem modo ostendetur OQ communem esse sectionem basis BEF, ac subiecti plani. ex quibus patet, producta MHI, angulum AHI esse inclinationis angulum basis ACD, ac basis BEF cum subiecto plano. sunt quippe AH HI ipsi HK perpendiculares; planaque ACD BEF, quoniam sunt parallela, ad subiectum planum eandem habent inclinationem.



PRAXIS.



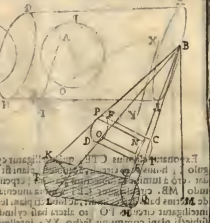
Describatur cylindri parallelogrammum per axē ACBE; quod quidem intelligatur primum esse basi erectum; sitque cylindri, ac subiecti plani inclinatio data angulus G; fiatque EAL æqualis G; producaturque CA vsque ad subiectum planum in H; ipsique AL æquidistans ducatur HM; producaturque BE vsque ad HM; & per HM ducantur HK MN ipsi HM perpendiculares; producaturque MH; fiatque HD æqualis HC, & HI æqualis HA; fiatq; MF ipsi MB, & MV ipsi ME æqualis. Describanturque circuli DIP FVS; intelligaturque HK communis sectio subiecti plani, ac circuli DIP, & MN similiter circuli FVS, ac subiecti plani sectio communis.

quorum

quorum inclinatio est angulus AHI. Quòd si intelligatur parallelogrammum per axem non esse erectum basibus, ducatur HO, ita vt angulus MHO sit quantitas, quantum intelligimus ad hanc partem inclinare parallelogrammum per axem; fiatque HO æqualis HM; ducaturque OQ æquidistans HK; erit OQ communis sectio subiecti plani, & alterius basis cylindri; ita scilicet, vt ducatur ORT ad OQ perpendicularis, & æqualis MEB; fiatque similiter TR æqualis BE, & circa TR circulus describatur. intelligendum est lineam OQ esse communem sectionem subiecti plani, ac circuli TRX, quorum inclinatio est angulus itidem AHI. siquidem cylindri bases ad idem planum eandem habent inclinationem, circulusque TRX pro altera cylindri basi deseruiet. quod facere oportebat.

PROBLEMA PROPOSITIO. XI.

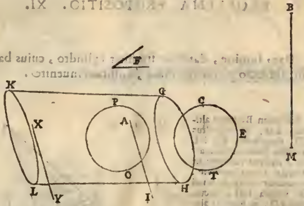
Dato lumine, datoque similiter cylindro, cuius bases sint subiecto plano inclinatæ, vmbram inuenire.



Sit lumen B, cuius altitudo BM; sit cylindrus CD, cuius bases CE DF subiecto plano inclinatæ sint; oporret vmbram in subiecto plano inuenire. Inueniatur circuli inclinati CE vmbra GH; circuli verò FD, ac subiecti plani communis inueniatur sectio ex præcedenti, ex quibus circuli DF vmbra similiter inueniatur KL. radij autem BPK BOL cylindricam superficiem contingant; velut quoque radij BNG BTH. itaque iungantur GK HL. Quoniam enim (vt sæpe dictum est) radij cylindrum contingentes sunt in vno, & eodem cylindri latere; radij igitur cylindrum contingent in dictis lineis NP TO; quippe quæ ob id latera cylindri existent & vt in præcedentibus demonstratum fuit, similiter ostendetur, ductam GK rectam lineam esse, sicuti etiam HL; quæ quidem GK HL figuras GQH KLR contingent. Inuenta est igitur vmbra HQGKRLH. quod facere oportebat. 9. huius.

Eadem prorsus ratione, si loco cylindri datum fuerit cylindri, vel coni frustum, eius umbra inueniri poterit. ubi enim perpendiculares ab ipsis in subiectum planum cadunt, ex iis, quæ post vigesimamseptimam præcedentis libri dictum est, perspicuum est, ex quibus ex iis, quæ antea dicta sunt, umbræ inueniri facile poterunt. *Ex 4. huius.*

PRAXIS.



Exponatur circulus CTE, qui intelligatur cylindri basis inclinata in angulo F; huius verò circuli, ac subiecti plani sit communis sectio AI, cadat verò à lumine in subiectum planum perpendicularis in M, cuius altitudo MB. circuli igitur CET vmbra inueniatur GH. *9. huius.* Inueniatur deinde alterius basis dati cylindri, ac subiecti plani sectio communis XY; ita vt intelligatur circulus PO pro altera basi cylindri; *Ex præcedenti.* sitque circuli PO, ac subiecti plani communis sectio XY; intelligaturque circulus PO eandem inclinationem habere ad subiectum planum anguli F; deinde inueniatur circuli PO vmbra KL, *9. huius.* & quoniam hæ quidem figuræ inueniuntur per puncta, propterea ducantur lineæ GK HL exteriores, quæ figuras GH KL contingant; erit vtique GKLH vmbra, quod facere oportebat.

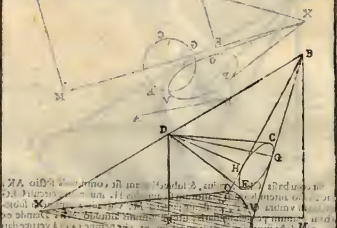
Ex his apparens figura in sectione facilè describetur, lineæque in cylindro luminosam partem ab opaca diuidentes hoc modo inuenientur, nempe, vt in superiori figura, inuentis in sectione lineis GK HL, ducantur deinde GB KB, quæ cylindri basibus occurrant in NP; atque ductæ

HB LB ipsis similiter occurrant in TO: ductis igitur NP TO, lineæ NP TO ostendent partem luminosam NCTPFO, & opacam NETPDO.

De cylindri, & de coni frusto fiet, vt dictum est.

PROBLEMA PROPOSITIO. XII.

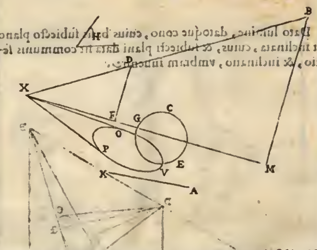
Dato lumine, datoque cono, cuius basis subiecto plano sit inclinata, cuius, & subiecti plani data sit communis sectio, & inclinatio, vmbram inuenire.



Sit lumen B, altitudo BM; datus verò conus sit CDE, cuius basis CEG sit subiecto plano inclinata, vt propositum fuit. oportet in subiecto plano vmbram inuenire. Inueniatur circuli CEG vmbra OPV. 9. huius. Ducanturque DF in subiectum planum perpendicularis, ducanturq; MFX BDX, cui quidem MX perpendiculares erunt MB FD; cùm sint subiecto plano erectæ. nimirum punctum X erit terminus vmbræ verticis D. Ducanturque XO, XP figuram OPV contingentes. Quoniam enim radij luminis conicam superficiem ad eandem partem contingentes, cohærent in vno, & eodem coni latere contingunt (vt dictum est sæpè) erunt igitur OX PX rectæ lineæ. quare vmbra coni est PVOXP.

Ex 32. primi Sereni.

PRAXIS.



Sit coni basis CEG, cuius, & subiecti plani sit communis sectio AK; inclinatio autem horum planorum sit angulus H. inueniatur circuli CEG inclinati vmbra QVP, existente puncto M, vbi cadit à lumine in subiectum planum perpendicularis; sitque luminis altitudo MB. Deinde ex ijs, quæ dicta sunt, inueniatur punctum F, vbi nempe cadit à vertice dati coni in subiectum planum perpendicularis, cuius altitudo sit FD. deinde ducatur MFX, cui perpendiculares exponantur FD MB; ducaturque BDX. porrò punctum X erit vmbra verticis dati coni. Quare ducantur XO XP figuram PVO contingentes; erit vtique PVOXP vmbra inueniendi. quod facere oportebat.

9. huius.

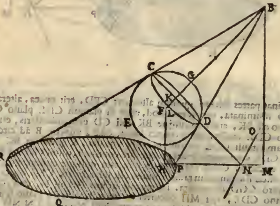
Post 29. quinti huius.

Ex his quoque apparens figura in sectione inuenietur; lineas verò in cono luminosam partem ab opaca diuidentes inueniemus, inuentis scilicet, vt in superiori figura lineis OX, PX, deinde ducantur

DB PB, quæ ipsi CEG occurrant in HG, ducanturque HD GD, erit DHCGD pars illuminata, & DHEGD opaca.

PROBEMA PROPOSITIO. XIII.

Dato lumine, dataque sphæra, in subiecto plano vmbram inuenire.



Sit B lumen, BM eius altitudo. Data verò sit sphæra CDE, oportet in subiecto plano vmbram inuenire. sit sphæræ centrum F; & per puncta BF ducatur planum subiecto plano erectum, quod quidem in sphæra faciat maximum circulum CDE. transibit hoc planum per BM, siquidem transit per B. sit MH huius sectionis, & subiecti plani communis sectio. Deinde à puncto F ducatur FH subiecto plano perpendicularis, quæ in MH cadet; iungaturque BF. erunt vtique omnes ductæ lineæ in dicta sectione per BF FH ducta; in qua etiam ducantur lineæ BC BD, quæ circulum CDE contingant; quæ quidem inter se erunt æquales. iungatur deinde CD, quæ ipsi BF perpendicularis erit, ipsamque secet in K. Deinde secetur sphæra per CD, ita vt sectio sit plano CDE erecta; in sphæraque circulus eueniat CDL. porrò circulus CDL is erit, qui

61 primi Theodosi.
38. vndecimi.
17. tertii.
Ex 37. tertii.
Ex 1. Theodosii.

terminat partes sphæræ, quarum altera, vt CED, erit opaca, altera verò CGD illuminata. propterea quòd, cùm sit planum CDL plano CDE, in quo est BK, erectum, sitque BK ipsi CD perpendicularis, erit BK plano CDL erecta. quare omnes lineæ, quæ à puncto B ad circunferentiam circuli CDL ducuntur, erunt æquales. & quoniam BC circulum CDE contingens sphæram quoque contingit, omnes lineæ à puncto B ad circulum CDL pertingentes sphæram quoque contingent, quòd cùm lineæ sint tanquam radij luminis, erit sphæræ pars CED opaca, reliqua verò CGD illuminata. Itaque producatur GD in N, quæ, cùm sit in plano CDE, ipsi MH occurret. deinde in subiecto plano ipsi MH perpendicularis ducatur NO; erit vtique NO plano per CN NH ducto erecta. siquidem planum per CN NH, & subiectum planum sunt inuicem erecta. Vnde propterea erit NO in plano circuli CDL, qui est plano CDE erectus. Quocirca circulum habemus CDL, cuius, & subiecti plani communis sectio est NO, planorum verò inclinationis angulus est KNH, cùm sint KN, & HN ipsi NO perpendiculares, quibus cognitis circuli CDL umbra inuenitur, PQR, erit sanè PQR umbra datæ sphæræ, quoniam radij luminis circulum CDL contingentes sphæram contingunt.

Ex 38. vndecimi.

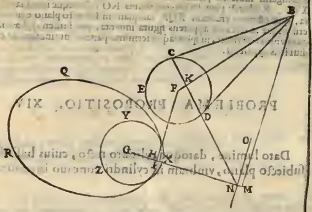
Ex 38. vndecimi.

p. huius.

P R A X I S.

Perpendiculariter cadat lumen in subiectum planum in M, cuius altitudo MB. cadat deinde perpendicularis à centro sphæræ in subiectum pla-

num



num in H, cuius altitudo ſit HF. Iungaturq́ue MH. ſintq́ue MB HF ipſi MH perpendiculares; deſcribaturq́ue circa centrum F circulus ſphæ-
ræ maximus CDE. deinceps à puncto B ducantur BC BD circulum 17. tertii
contingentes; iunganturq́ue CD BF, quæ ſe inuicem ſecent in K. erit ex demonſtratis CD diameter circuli in ſphæra partem opacam à lumino-ſa diuidentis; eritq́ue K eius centrum. Itaque producatur CD in N; ducaturq́ue NO ipſi MH perpendicularis: & quoniam circulus diuidens opacum à luminoſo eſt in plano per NO ducto, vt patet, ſi manentibus NO MH intelligatur planum MBFH vnà cum CDE CN ſubiecto plano erectum. quare fiat NG ęqualis NK; & ſecundùm longitudinem KD circulus deſcribatur XYZ. Inuento itaque circulo XYZ, intelligatur hic circulus ſubiecto plano inclinatus in angulo KNG; cuius quidem circuli XYZ, ſubiectiq́ue plani communis ſectio exiſtit NO. Inueniatur igitur PQR vmbra circuli XYZ; eritq́ue PQR vmbra datæ ſphæ- 9. huius.
rę. quod facere oportebat.

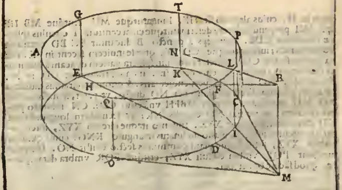
Ex his in ſectione figuram apparentem, quæ in ſectione ſphæram, eiusq́ue vmbram in ſubiecto plano, in ſphæraq́ue appareat circulus, qui partem ſphæræ opacam à luminoſa diuidat, deſcribere poſſumus.

In ſectione cum inueniatur punctum, quod oſtendat punctum ſupra M

Ex 26. quintibuius. 27. quinti buius. altitudine MB. deinde inueniatur figura, quæ ostendat circulum CDE supra subiectum planum erectum, cuius, & subiecti plani sit communis sectio MH: deinde figura inueniatur, quæ circulum ostendat XYZ, qui intelligatur subiecto plano inclinatus in angulo GNK. sitque circuli XYZ, & subiecti plani sectio communis NO. Denique inueniatur figura, quæ ostendat vmbram XQR tanquam in subiecto plano existentem. erit vtique in sectione apparens figura inuenta, quæ lumen, sphæramque cum vmbra ostendet, in sphæraque terminus partem luminosam ab opaca diuidens apparebit.

PROBLEMA PROPOSITIO. XIV.

Dato lumine, datoque cylindro recto, cuius basis sit in subiecto plano, vmbram in cylindri concauo inuenire.



Sit lumen B, eius autem altitudo supra subiectum planum sit BM: sit cylindrus rectus CD, cuius basis CDE sit in subiecto plano. vmbram in cylindri concauo inuenire oportet. Ducatur vtcunque MDE, quæ basim secet in punctis DE, à quibus cylindri latera ducantur DF EG. sunt quippe DF EG basi CDE, ac per consequens subiecto plano erectæ; veluti est BM. ergo BM DF EG vnà cum linea MDE in vno, & eodem sunt plano subiecto plano erecto. & propterea sunt BM DF EG ipsi

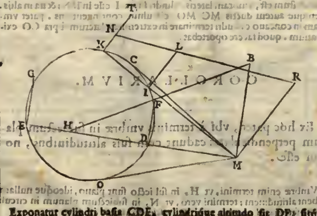
ipsi MDE perpendiculares. Quoniam igitur lumen B supponitur à subiecto plano magis distare, quàm cylindrus; linea ducta BF secabit, vel DE, vel EG; & quia secat DE, vt in H, vmbra lateris DF erit in plano basis in DH. eademque ratione ducatur vtcunque linea MIK, quæ cylindri basim secet in IK; eriganturque cylindri latera IL KT; ducaturque BLN, quæ KT secet in N, constat, vmbram lateris IL esse in IKN. & ita quàm plures alij vmbræ termini inuenientur, quibus innotis vmbra constabit. Verùm ducantur MC MO cylindri basim contingentes, cylindrique latera ducantur CP OQ; perspicuum est, vmbram vsque ad PQ pertingere, si enim ducerentur luminis radij BP BQ, hi quoque cylindrum contingerent, ex ijs, quæ antea dicta sunt; cylindri enim pars conuexa PFQ CDO illuminata existet. Ex 38. vndecimi.

COROLLARIVM.

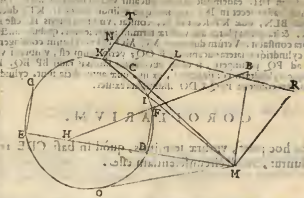
Ex hoc patet, vmbræ terminos, quòd in basi CDE reperiuntur, circuli circunferentiam esse.

Si enim intelligatur conus, cuius basis PFG, vertex B, qui sub basi secundùm superficiem conicam luminis radijs protractam secatur plano per CDE transeunte, basi PFG æquidistante, sectio circulus erit. quæ quidem sectio est vmbra. 4. primi conicorũ Apollonii.

PRAXIS.



Exponatur cylindri basis CDE, cylindrique altitudo sit DF, sitque



punctum M, vbi à lumine in subiectum planum cadit perpendicularis; altitudo autem sit æqualis ipsi MB. Ducatur vtcunque MDE, quæ circulum secet in DE; & ipsi ME perpendiculares ducantur MB DF EG; fiantque DF EG æquales; ducaturque BFH; constat vmbram lateris cylindri supra D existentis esse in DH. eodemque modo ducatur MIK circulum secans; à punctisque MIK ad MK perpendiculares ducantur MR IL KT: fiatque MR ipsi MB, IL verò, & KT fiant cylindri altitudini DF æquales; ducaturque RLN, quæ KT secet in N. similiter manifestum est, vmbram lateris cylindri supra I esse in IKN; & ita in alijs. Denique autem ductis MC MO circulum contingentibus, patet vmbram in concauo cylindri terminare in extremitate laterum supra CO existentium. quod facere oportebat.

COROLLARIVM.

Ex hoc patet, vbi à terminis vmbræ in subiectum planum perpendiculares cadunt cum suis altitudinibus, notum esse.

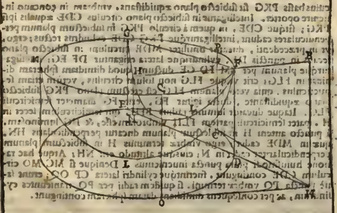
Vmbræ enim termini, vt H, in subiecto sunt plano, ideoque nullam habent altitudinem; termini verò, vt N, in subiectum planum in circuli circumferentiam cadunt vt in K; altitudo autem est KN.

Simili prorſus modo non ſolùm vmbra inuenietur in concauo cuiuſcunque priſmatis, cuius ſtantes fuerint ſubiecto plano erectæ, baſes verò fuerint quomodocunque rectilineæ, verùm etiam ſi baſes fuerint partim rectilineæ, partimque curuilineæ.

Ex bis apparens figura in ſectione inuenietur, ſi figura in ſectione inueniatur, quæ circulum COK repræſentet, punctumque, quod oſtendat punctum H; deinde inueniatur punctum, quod repræſentet punctum ſupra K altitudine KN; inueniantur que puncta, quæ oſtendant puncta ſupra CO altitudine DF, aliaque vmbræ puncta inueniantur, quæ coniungantur; inueniaturque figura, quæ oſtendat circulum ſupra circulum CDE altitudine DF, quæ alteram cylindri baſim repræſentabit; denique inueniatur punctum, quod lumen ſupra M altitudine MB oſtendat; erit ſanè deſcripta figura, quæ lumen, cylindrumque cum vmbra in concauo cylindri repræſentabit.

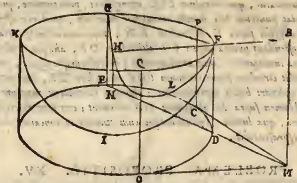
PROBLEMA PROPOSITIO. XV.

Dato lumine, dataque dimidia ſphæra, cuius baſis ſit ſubiecto plano æquidiſtans, in eius concauo vmbram inuenire, ita vt vbi à terminis vmbræ in ſubiectum planum perpendiculares cadunt, cum ſuis altitudinibus notum fiat.



Sit ſimiliter B lumen, cuius altitudo BM; ſit dimidia ſphæra FIK,

cuius

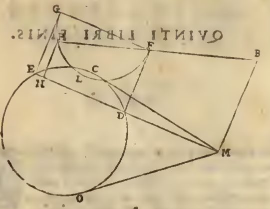


cuius basis PKG sit subiecto plano æquidistans. vmbram in concauo inuenire oportet. Intelligatur in subiecto plano circulus CDE æqualis ipsi PKG; sitque CDE, in quem à circulo PKG in subiectum planum perpendiculares cadunt; intelligaturque PKG CDE cylindrus rectus; ergo, vt in præcedenti, ducatur similiter MDE circulum in subiecto plano secans in punctis DE. cylindrique latera erigantur DF EG; intelligaturque planum per BM FD GE ductum, quod dimidiam sphæram diuidat in FLG; erit vtique FLG non solùm circulus, verùm etiam semicirculus. quia verò planum FLG est erectum plano PKG subiecto plano æquidistante, ducta igitur FG, erit FG diameter semicirculi FLG. Itaque ducatur luminis radius BFH, qui semicirculum secet in H. patet semicirculi partem FLH vmbrosam esse, & HG luminosam. à puncto autem H in subiectum planum ducatur perpendicularis HN, quæ in MDE cadet; ergo vmbræ terminus H in subiectum planum perpendiculariter cadet in N; eiusque altitudo erit NH; Atque hac ratione huiusmodi plura puncta inueniemus. Denique si MC MO circulum CDE contingunt, fuerintque cylindri latera CP OQ; erunt sanè puncta PQ vmbræ termini. si quidem radij per PQ transeuntes cylindrum, ac per consequens dimidiam datam sphæram contingunt.

Ex 13. primi sphæricorũ Theodosii.

98: vndecimi.

P R A X I S.



Exponatur circulus CDE, qui ſit circulus maximus dimidiæ datæ ſphæræ. inſuper cadant à baſi dimidiæ ſphæræ in ſubiectum planum perpendiculares in circulum CDE; & inter hos duos circulos parallelos altitudo ſit DF. ſit M, vbi cadit à lumine perpendicularis in ſubiectum planum, cuius altitudo MB. Ducaturq́ue vtcunque MDE, quæ circulum ſecet in DE, & ipſi MDE perpendiculares ducantur MB DF EG; ſintq́ue DF EG æquales; iungaturq́ue FG; factoq́ue diametro FG ſemicirculus deſcribatur FLG; ducaturq́ue BFH, quæ dictum ſemicirculum ſecet in H; ducaturq́ue HN ad DE perpendicularis; erit vtique punctum N, vbi ab vmbræ termino in ſubiectum planum perpendicularis cadit; eiusque altitudo erit NH. vt patet, ſi manente ME, planum DFGE vnà cum BM BH HN fuerit plano CDE erectum. Quare alijs punctis idem prorſus fiat. Ductisq́ue denique MC MO circulum contingentibus; nimirum vmbra terminabit in punctis ſupra CO altitudine DF. quod facere oportebat.

Ex his ſi inueniatur figura, quæ circulum ſupra CEO altitudine DF oſtendat; in ipſaq́ue ſiut puncta, quæ oſtendant ea, quæ ſunt *ſupra CO altitudine DF; deinde inueniatur punctum, quod oſtendat punctum ſupra N altitudine NH; huiuſmodique plura inueniantur puncta; deniqué ſimiliter inueniatur punctum repræſentans lumen ſupra M altitudine MB; erit nimirum inuenta in ſectione figura, quæ lumen, dimidiamque ſphæram cum vmbra in concauo repræſentabit.*

QVINTI LIBRI FINIS.

GVIDIVBALDI

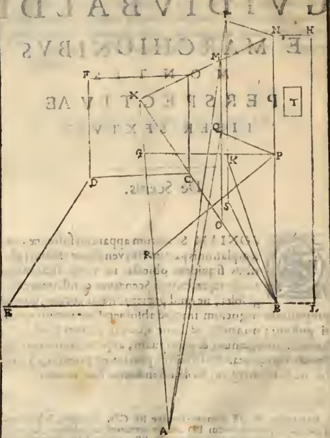
E' MARCHIONIBVS MONTIS

PERSPECTIVAE LIBER SEXTVS.

De Scenis.

QVONIAM Scenarum apparatus susceptæ contemplationis partem sibi vendicare videtur (pluribus siquidem obiectis in varijs sectionibus oculo repræsentatis Scenarum constitutio effingi solet) ne quid prætermittatur eorum, quæ ad propositum negocium integrè absoluendum meritò requiri possunt; nonnulla ad hanc quoque partem spectantia breuiter attingemus; & præcipuam, atque communem in Scenis repræsentandis seruatam praxim ex principijs à nobis traditis emergere, facilè ostendemus hoc modo.

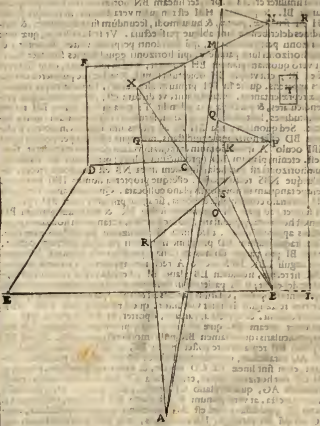
Sit primùm BCDE planum; sintque BE CD, & interse, & horizonti parallelæ; planum autem BD non sit horizonti æquidistans, sed inclinatum, horizontique propinquior sit BE, quàm CD. Oporteatque supra planum BD Scenam repræsentare. Primùm quidem intelligendum, accipiendumque est planum BD pro plano horizonti æquidistante apparere, quod tamen sit horizonti inclinatum, vt ea, quæ ab histrionibus, alijsque in BD repræsentantur, meliùs à spectatoribus intueantur; quod non contingeret, si BD horizonti æquidistans existeret. tunc enim planum ab oculorum conspectu sese subtraheret, & nimis, quàm opus esset, angustum appareret. Inclinatio autem huius plani BD parua esse debet, vt histriones, & alij facilè in ipso consistere, mouerique possint. Itaque supra CD erigatur rectangulum planum CF horizonti erectum. Deinde collocetur oculus, vt in A; ita vt sit A supra horizontem altior, quàm CD. qui quidem oculus, quamuis ad libitum collocari possit, ita



tamen collocari solet, vt ad medium scenæ respondeat. & quò ad angulum visionis, obseruari poterunt ea, quæ initio adnotauimus. deinde ducatur AG horizonti æquidistans, & ad CF erecta; sitque punctum G in CF; linea vtique AG ipsa quoque ad scenæ medium respondebit. Deinde super BE similiter erigatur planum BH rectangulum horizonti itidem erectum, quod (vt fieri solet) intelligatur paries alicuius domus repræsentandæ. & quoniam domorum anguli sunt recti (quamuis, & acuti, & obtusi esse possint, nunc autem primùm supponamus eos esse rectos, veluti vt

plurimùm

plurimùm fieri solet) ideo sit alter paries BNIS ad angulos rectos cum pariete BH; sitque BNIS rectangulum, nimirum erit planum BI horizonti similiter erectum, propter lineam BN horizonti erectam, per quam 18. vndecimi. transit BI. & quoniam HBI est tanquam vera domus, in vtroque plano BH BI fenestræ, portæ, & huiusmodi, secundùm suas altitudines, & latitudines describendæ sunt absque perspectiua. Vt scilicet lineæ, quæ sunt horizonti perpendiculares, ipsi horizonti perpendiculares ducantur; & quæ horizonti sunt parallelæ, ipsi horizonti æquidistantes similiter fiant. At verò quoniam planum BH apparet, & est in ipsa scena, cùm sit super linea BE; erit vtique BH obiectum simul, & sectio; ac propterea erit paries apparens. quare in BH primùm altitudines, latitudinesque rerum, quæ repræsentantur, lineandæ sunt, vt dictum est, nempe horizonti perpendiculares, & parallelæ; vt ostendit T; quia in hoc plano BH rerum longitudines, latitudinesque apparent secundùm symmetriam, quam habent. Sed quoniam plana BH BI ad rectos sunt angulos inuicem, si planum BD esset horizonti æquidistans, non opus esset alia perspectiua, quia HBI oculo A ipsam domum, tanquam veram domum ostenderet, sicuti est. etenim planum BD (productum scilicet) per lineam BS transiret; quæ horizonti est parallela; siquidem linea NB est horizonti erecta, angulusque NBS rectus existit. essetque propterea domus HBI suo loco, nempe tanquam in horizontis plano collocata. Quoniam autem in plano BD inclinato construenda est scena, sit igitur primùm plani BD (producti scilicet) ac plani BI communis sectio BK. & quoniam planum BD non est horizonti æquidistans, sed inclinatum, ac tanquam horizonti æquidistans apparere debet, ideo linea BK horizonti æquidistans non erit. Cùm itaque planum BD pro plano horizonti parallelo deseruire debeat, paries BI pro pariete domus in scena repræsentandæ minimè deseruiet; quia anguli LBK NBK oculo A recti non apparent (quamuis angulus LBK sit rectus, siquidem LB plano BI est erecta) cùm tamen recti apparere deberent; si BI parietem in scena repræsentaret. nunc enim domos repræsentare oportet, quarum parietes ad rectos appareant angulos, ipsique parietes rectanguli similiter videantur. quod tamen anguli LBK NBK non ostendunt. & vt recti appareant, oportet, vt BK in plano BD repræsentet lineam BS, quæ est horizonti æquidistans, ipsisque LB NB perpendicularis; quod tamen BK nullo modo efficere potest. Nam si BK in plano BD repræsentare posset lineam BS, ergo BK lineam ostenderet ipsi AG parallelam; quandoquidem linea BS est ipsi AG parallela. quoniam, cùm sint lineæ BE CD interse, & horizonti parallelæ, planaque BH CF sint horizonti erecta, erunt plana CF BH interse parallela; eritq; propterea AG, quæ est plano CF erecta, plano quoque BH (producto scilicet) erecta. at verò planum BI est plano BH erectum, erit igitur AG plano BI æquidistans; sed est AG horizonti quoque æquidistans, ergo AG est ipsi BS parallela. His constitutis, vt in BD ducantur lineæ, quæ lineas horizonti, & ipsi AG repræsentent parallelas, intelligatur BD sectio inclinata, vt supponitur, producaturque AG, donec plano BD producto in X occurrat; erit vtique X punctum concursus, linearum scilicet, quæ in subiecto plano horizonti parallelo sunt ipsi AX parallelæ; & Ex Cor. 32. primi huius omnium his æquidistantium, omnes igitur lineæ, quæ in plano BD ducuntur ad X, omnes repræsentabunt lineas horizonti, & ipsi AX parallelas. Itaque à puncto B ducatur BCX. nimirum si BE intelligatur sectionis linea, ostendet sanè BC lineam, quæ à puncto B ducta sit ipsi AG Ex 29. primi huius. parallela. quare BC lineam BS repræsentabit, quæ in pariete BI est ipsi AG, atque horizonti æquidistans, & ipsis LB NB perpendicularis existit. sed quoniam AG plano BI est æquidistans, nulla prorsus linea in



plano BI quomodocunque ducta puncto X occurrere poterit; linea verò BK est in plano BI; ergo linea BK, neque lineam BS, neque aliam ipsi AG parallelam in plano BD repræsentare potest. Ex quibus perspicuum est angulos LBC NBC rectos apparere, non autem LBK, & NBK. repræsentant enim LBC NBC angulos rectos, quos efficiunt lineę LB NB cum linea BS, quæ est ipsi AG parallela; quandoquidem BS in plano BD apparet in BC. Vnde patet quoque BI pro pariete apparente in scena deseruire non posse. His ita ostensis, vt inueniatur paries, qui in ſcena apparere debet, erigatur ſuper linea BC planum BM horizonti erectum, quod quidem pro altero apparente pariete deſeruiet, ita vt domus duo ſint apparentes parietes BH BM; quia planum BM plano BH erectum apparebit propter angulos LBC NBC, qui recti apparent. Ex his igitur manifeſtum eſt in BM, tanquam in ſectione ea deſcribere oportere, quæ intelligimus eſſe in BI, tanquam in obiecto; ita nempe, vt ipſum BI in BM repræſentare oporteat. Primùm itaque, quæ ſunt in BI horizonti perpendiculares, etiam in BM horizonti perpendiculares eſſe debent; cùm ſit planum BM horizonti quoque erectum, veluti eſt BI. ſed quæ in BI ſunt horizonti ęquidiſtantes, cùm ſint ipſi AX parallelæ (quod ex demonſtratis conſtat) in punctum X tendere debent. etenim cùm ſit planum BM in linea BCX, erit vtique punctum X in plano quoque BM (producto ſcilicet) & quoniam ab oculo ducta eſt AX ęquidiſtans lineis in BI exiſtentibus horizonti parallelis; erit ſanè X punctum concurſus omnium linearum, quæ in BI horizonti ſunt ęquidiſtantes. Quocirca ſi ducatur NMX, linea vtique NI apparebit in NM, cùm ſit obiecti punctum N in ipſa ſectione BM; ſitque NI horizonti, & ipſi AX parallela. Vt verò NM appareat æqualis ipſi NI, ab oculo A ducatur AI, quæ NX ſecet in M (ſecabit enim, quia ſi NI apparet in NM oculo A, erunt NI NM, & punctum A in vno, & eodem plano, in quo neceſſe eſt lineam quoque AI reperiri) quare linea NM ipſi NI ęqualis apparet. Itaque inuento puncto M, ducatur MO horizonti perpendicularis vſque ad lineam BC; linea vtique MO repręſentabit latus IS, cùm ſint ambo horizonti erecta. ex quibus perſpicitur, BNMO totum parietem BNIS repræſentare. Porrò ex dictis conſtat, cur in ſcenis domorum parietes (quamuis ſolidæ conſtruantur domus) ad rectos non conſtituantur angulos.

Ex 26. primi huius.

Ex Cor. 32. primi huius.

Ex 29. primi huius.

Ex 2. vndecimi.

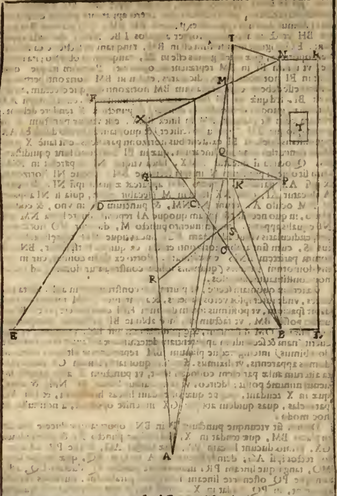
Cæterùm quoniam ſcenę, vt plurimùm conſtruuntur in aulis iuxta parietes, vnde inter ipſos veros parietes, & apparentes HBM multoties non datur ſpacium, vt poſſimus totam domum HBI componere, vt ex BI inueniri poſſit BM, vt factum eſt; ideo abſque BI poſſumus quoque ducere lineam OM diſtantem, & ęquidiſtantem ipſi BN, primùm, vt placuerit (nam & ſecundùm apparentiam determinatæ diſtantiæ eam inuenire docebimus) intelligereque planum BM repræſentare alterum parietem domus apparentis, vt diximus. ſimiliter quoniam planum CF taliter iuxta alterum aulæ parietem collocari ſolet, vt punctum X actu fortaſſe inueniri minimè poſſit; idcirco, vt inueniamus lineas BC NM, & alias, quæ in X tendant, quippe quæ oſtendant lineas horizonti, & ipſi AG parallelas, quas quidem abſque GX inuenire oporteat, à nonnullis fit hoc modo:

Datum ſit vtcunque punctum P in BN; oporteatque ducere lineam in plano BM, quæ tendat in X, ſed abſque puncto X, & abſque linea GX. primò ducunt lineam PR, quæ tangat AG; ſitque PR ad angulos rectos ipſi AG; deinde ducunt ab A rectam AQ, quæ tangat latus MO, tangatque lineam PR; inuentoque puncto Q, ducunt PQ, aſſeruntque PQ oſtendere lineam horizonti parallelam. quamuis fortaſſe ignorent, an PQ tendat in X. quod vtique nos aſſerimus eſſe quidem veriſſimum. Nam lineæ PR QA in vno, & eodem ſunt plano, in quo ſunt etiam AR PQ. & quoniam punctum X eſt in linea AG, erit punctum X in plano per AG PQ ducto; ſed eſt punctum X in plano quoque BM, ergo neceſſe eſt lineam PQ in X tendere. Quod autem punctum X ſit in plano BM, ſupra oſtenſum eſt. Nunc enim nihil refert, an punctum X ſit in plano BD, an non, quia ſufficit punctum X in plano BM exiſtere; ſemper enim eadem eſt ratio, nempe X eſſe pun-

2. vndecimi.

[illegible]

ctum



ctum concursus linearum ipsi AG ęquidistantium. Vnde PQ lineam repræsentabit ipsi AG parallelam, ac per consequens horizonti ęquidistantem.

Ex Cor. 32. primi huius.

Verùm non est quidem necesse lineam PR esse ipsi AG perpendicularem: etenim dummodo PR lineam AG contingat, cæteraque eodem modo fiant, idem prorsus eueniet ob eandem causam. Vnde nonnulli semper ducunt lineam à puncto G, vt GP (quod à quocunque alio puncto lineæ AG fieri quoque potest) ducuntque similiter AQ, quæ ipsam GP contingat, idemque prorsus euenit. nam omnibus modis semper ob eandem causam inuenietur PQ, quæ tendet in X. omnes enim lineæ AGX AQ PR PG, & PQ in vno, & eodem plano existunt. In his verò lineis ducendis, filis, seu funiculis vti familiare est. 2. vndecimi.

Aliqui verò lineam PQ absque linea AQ inueniunt, nempe collocant lumen in A, & in BM obseruant vmbram fili, seu funiculi PR, siue PG, quæ quidem vmbra est PQ. quod ex dictis patet.

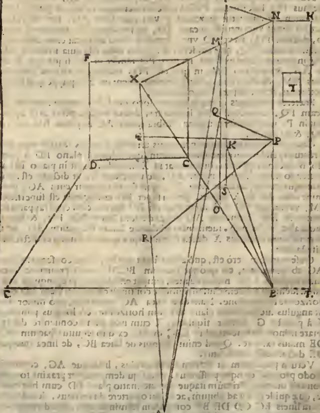
Nos verò absque lineis PR PG AQ expeditiùs sola AG lineam inueniemus PQ hoc modo. Posito scilicet vbicunque oculo ad partes ED, ita tamen, vt aspiciatur punctum P vnà cum linea AG. hoc est videat oculus simul vno intuitu lineam AG, ac punctum P; immotoq; oculo, ducatur PQ, ita vt PQ vna, & eadem linea appareat cum AG; erit vtique inuenta PQ, quæ tendet in X. cuius ratio est, quia similiter AG PQ in eodem plano existunt, idcirco PQ tendet in X. siquidem X est in AG, & in plano BM, in quo est PQ. eademque ratione inueniemus NM, & alias; quæ quidem omnes tendent in X; quippe quæ lineas horizonti, & interse parallelas ostendent.

Præterea possumus quoque lumine loco oculi hoc modo inuenire lineam PQ. collocetur enim lumen ita, donec vmbra ipsius AG appareat in P; tunc immoto lumine, vmbra ipsius AG in plano BM erit in PQ; & ita in alijs.

Cæterùm (ne in magnum incidamus errorem à multis fortasse non obseruatum) est summopere aduertendum, quòd priùs in plano BD à puncto B ducenda est linea, quæ tendat in X; siquidem X est in plano BD aspiciendo nempe simul lineam AG, ac punctum B, vt dictum est, immotoque oculo, ducatur linea BC, quæ simul videatur cum AG; tunc enim linea BC in X tendet. postea super BC collocanda est superficies BM, vt parietes BH BM supra planum BD sibi inuicem erecti appareant, deinde in BM secundùm AG ducendæ sunt lineæ NM PQ, & huiusmodi aliæ, vt diximus. idem enim est ducere lineas secundùm AG, ac si in punctum concursus X ductæ fuerint. quæ quidem omnia ex dictis manifesta sunt.

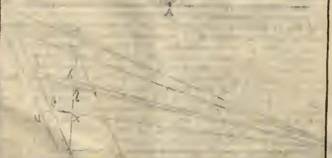
Obseruandum verò est, quò altior fuerit oculus, & per consequens linea AG ab horizonte, eò quoque spacium BCDE maius prouenire. tunc enim angulus LBC minor euadet; semper enim recto propinquior erit. quod idem ob eandem causam quoque contingit ex minori plani BD cum horizonte inclinatione. Nam data linea AG immobili, quò minor fuerit angulus inclinationis plani BD cum horizonte, eò longius punctum X à puncto G distabit, siquidem X cum hoc plano conuenire debet. quare minor quoque angulus LBC existet. ex quo sequitur spacium BCDE maius existere. Quod enim diximus de linea BC, de linea quoque DE dictum esse intelligatur.

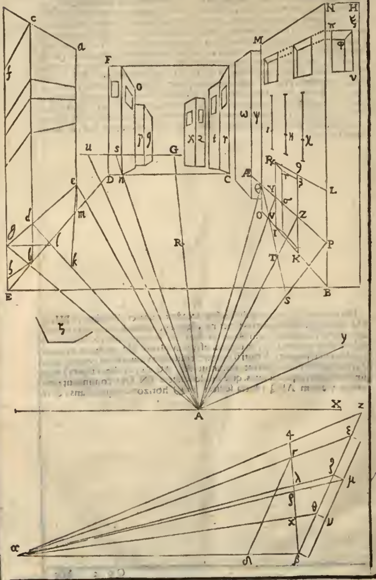
Verùm priusquam sit determinatus oculus, lineaque AG, conuerso modo progredi quoque possumus. quod quidem propter praxim fortasse non erit inutile. Primùm itaque fiat inclinatio plani BD cum horizonte, quæ quidem fiat ad libitum, ac veluti oportere duxerimus. deinde spacium lineis BC CD DE BE contentum terminabimus. quod vtique fiet in hunc modum; nempè ducatur primùm linea BC, quæ cum LB angulum quemcunque datum, sed obtusum efficiat; & ad alteram partem linea similiter ducatur ED ipsi BD æqualis; ita vt acuti anguli EBC BED interse sint æquales; quæ quidem lineæ ita ducantur, vt spacium BCDE proueniat, quomodocunque nobis magis placuerit; quod quidem, & propter perspectiuam, & ob ea, quæ sunt in BD repræsentanda, nonnunquam


I
N
H
M
F
X
T
Q
P
K
D
C
S
O
R
C
B
A

prius determinare valde opportunum erit; ne puncta CD sibi inuicem, vel propinquiora, vel remotiora, quàm opus fuerit, proueniant; lineæque BC ED inuicem, vel longè nimis, siue propè nimis concurrere videantur; sed (præcipuè ob perspectiuam) conuenienti distantia interse conuenire appareant; quandoquidem scenæ idem quoque continget. Hoc itaque constituto nunc AG sursum, deorsumque ita mouenda est dummodo (vt dictum est) medium scenæ semper obtineat, semperque horizonti equidistans existat, donec existentes in parte ED aspiciamus per AG lineam BC, lineæque AG BC vna tantum appareat linea, vt diximus; inuentoque situ lineæ AG, tunc linea AG reddatur immobilis; eritq; hoc modo situm oculi A determinatum; & secundùm lineam AG ducta quoque erit ED; vt aspiciendo patebit. Deinde secundùm eandem lineam AG similiter inueniemus lineas NM, & PQ, vt dictum fuit, & huiusmodi alias.

His inuentis ad parietum diuisiones accedere oportet. Vt igitur in BH, & BM lineare possimus portas fenestras, & alia huiusmodi, suamque seruare appareant symmetriam, in plano quidem BH longitudines, & latitudines fient absque perspectiua, vt dictum est; at in plano BM primùm in hunc modum fieri poterit. Velutiſi portam collocare voluerimus, quæ in medio parietis existere appareat, ducantur AP AQ (vt in altera figura) quæ sint horizonti equidistantes, quæ quidem latera BN OM contingant; erit vtique planum APQ (ducta scilicet PQ) horizonti æquidistans, & in



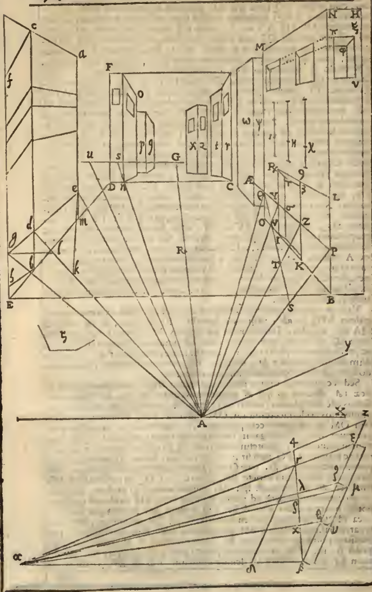

c
a
F
o
M
N
H
ξ
φ
ν
f
ω
ψ
u
s
G
χ
D
h
C
Æ
L
e
m
d
g
l
b
k
R
O
V
Z
T
K
P
E
B
S
y
X
A
z
4
ε
λ
μ
θ
x
α
δ
β

hoc casu in linea PQ linea ipsi AG parallela apparebit; est enim AG in eodem plano APQ; siquidem omnes sunt horizonti parallelæ, conueniuntque AP AQ AG in A. vnde PQ secundùm lineam AG ducta est. Quare ducatur QS non solùm horizonti, verùm etiam ipsi AG æquidistans; quæ quidem erit in plano APQ. Intelligaturque QS obiectum, quod quidem repræsentandum sit in BM. primùm sanè constat, QS oculo A apparere in PQ, existentibus visualibus radijs PSA QA. Itaque in QS signentur puncta TV, ita vt ST sit æqualis VQ, intelligaturque TV latitudo portæ, ducanturque ad PQ lineæ AVY ATZ, à punctisque YZ in plano BM horizonti ducantur perpendiculares YI ZK, quæ proueniant vsque ad lineam BO; hæ quidem lineæ ostendent latitudinem portæ. Pro cuius autem altitudine inuenienda, determinandaque, sumenda est altitudo in linea BN; quoniam BN est in vtraque sectione BM, & BH; in qua quidem BH res ostenduntur, vt sunt; quę quidem altitudo ad libitum fieri poterit. quamuis etiam & in ipsa KZ (producta scilicet, si opus fuerit) portæ altitudo determinari poterit. Itaque sumatur portæ altitudo BL; & vt diximus, secundùm lineam AG, & punctum L ducatur linea L9℞, quæ lineas KZ IY secet in punctis 9℞; nimirum l9 portam ostendet, quæ in medio parietis apparebit collocata. Nam planum BM repræsentat obiectum, quod est ipsi AG æquidistans. quare cùm sit QS ipsi AG parallela, cùmque sit TV in medio lineæ SQ, appareatque TV in ZY; ergo K9℞l portam ostendet, vt propositum est. Eodemque modo in linea QS terminabimus fenestras, secundùm suas latitudines, vel alias aliarum rerum diuisiones, punctaque ex A in linea PQ reperiemus, à quibus horizonti perpendiculares ducemus vsque ad fenestrarum situm, vel vbi opus fuerit; quæ quidem latitudines ostendent; quarum deinde altitudines determinabimus in linea BN, lineasque ducemus secundùm AG, vt dictum est. eritque altitudo, latitudoque determinata.

Verùm, vt hanc praxim faciliorem reddamus, seorsum exponatur triangulum APQ in αβγ; sitque αβ æqualis AP; βγ verò, & γα ipsis PQ QA sint æquales. Deinde facta βδ æqualis PS, ducatur γδ; quæ pro linea QS deseruiet; quæ quidem linea γδ diuidatur primùm ad libitum, ac per diuisionum puncta ab α ducantur lineæ, quæ secent βγ; & secundùm diuisionem lineæ βγ, diuidatur PQ; cæteraque eodem prorsus modo fiant, similiter quæsitæ latitudines inuentæ erunt.

Sed vt exquisitiùs omnia secundùm symmetriam inueniamus, loco lineæ γδ, ducatur βε ipsi δγ æquidistans; quam quidem intelligere possumus esse latitudinem parietis repræsentandi. ideo primùm, quoniam diximus, nos posse ducere lineam OM distans à BN, vt libuerit; nunc ipsam OM ita quoque ducere poterimus, vt determinatam latitudinem repræsentet. nempe intelligatur (ductis eisdem lineis) punctum Q esse quidem in plano BM; ignoretur autem, an Q sit vltimus terminus latitudinis; ac propterea PQ non sit in Q terminata, sed ex Q infinita; quare primùm terminetur βε, quæ sit vera latitudo parietis, qui intelligitur esse ad angulos rectos cum pariete BH. Nam si linea QS est parallela ipsi AG. similiter δγ βε tanquam ipsi AG parallelæ intelligi possunt. Ideoque εβ pro latitudine parietis ad rectos angulos cum BH existentis deseruire potest. quare ducatur αγε, & fiat PQ æqualis βγ, ducaturque per Q linea MQO horizonti perpendicularis, & ipsi BN æquidistans; nimirum apparens latitudo parietis BM determinata erit. Hoc determinato, pro diuisione portæ diuidatur linea βε, exempli gratia in εζ; ita vt εβ sit æqualis ζε; sitque εζ vera latitudo portæ; postea ducantur αε αζ, quæ lineam βγ diuidant in κλ; deinde diuidatur PQ in ZY, veluti diuisa

est


c
a
f
F
o
M
N
H
p
g
X
z
t
r
ω
ψ
χ
u
s
G
D
n
C
e
d
m
g
l
b
k
L
P
Z
T
K
R
A
E
B
S
y
A
X
z
4
λ
μ
x
α

est $\beta\nu$ in $\kappa\lambda$; ostendet similiter ZY latitudinem portæ. etenim, cum sit $\gamma\delta$ ęquidistans $\epsilon\beta$, lineæ $\alpha\zeta$ $\alpha\theta$ lineam $\gamma\delta$ in eadem proportione diuident, veluti diuisa est $\beta\epsilon$, propter similia triangula, quæ efficiuntur. Idem igitur accidit lineæ $\beta\gamma$, siue diuidatur $\delta\gamma$, siue $\beta\epsilon$; attamen meliùs est diuidere $\beta\epsilon$, quàm $\delta\gamma$, quoniam in $\beta\epsilon$ res diuiduntur, vt sunt; quia rerum magnitudines, symmetriæq; seruari possunt, vt sunt; quæ quidem in $\delta\gamma$ secundùm proportionem faciendæ sunt; etenim $\beta\epsilon$ est æqualis latitudini veri parietis repræsentandi; linea verò $\delta\gamma$ minor existit. Inuentis igitur punctis ZY, cætera eodem modo fiant; eritque inuenta porta K9Rl secundùm altitudinem, & latitudinem.

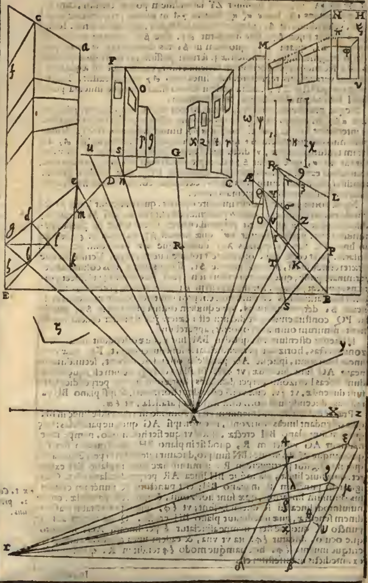
Neque prætereundum est, aliquando nos ob commoditatem triangulum $\alpha\beta\gamma$ triangulo APQ minus quoque efficere posse; oportet autem, vt inter se sint similia; veluti quoque $\alpha\delta\gamma$ simile triangulo ASQ. deinde possumus ducere lineam $\beta\epsilon$ ipsi $\delta\gamma$ parallelam, ipsarumque $\beta\epsilon$ $\delta\gamma$ alteram tantùm diuidere, vt dictum est; ac per diuisionum puncta lineæ ducantur ab α, quæ secent $\beta\gamma$; denique veluti diuisa est $\beta\gamma$, ita quoque secundùm eandem proportionem diuidatur PQ; quæ quidem puncta similiter ostendent rerum latitudines; cæteraque eodem modo fiant; omniaque similiter rectè repræsentata erunt.

Nunc portæ profunditatem inuenire oportet. quare ducatur linea $\mu\nu$ secundùm crassitudinem portæ repræsentandæ; sitque $\mu\nu$ ipsi $\beta\epsilon$ parallela; ducanturque $\zeta\mu$ $\theta\nu$ ipsi $\beta\epsilon$ perpendiculares; linea vtique $\zeta\mu$ portæ profunditas erit. itaque ducatur $\mu\alpha$, quæ lineam $\beta\gamma$ dispescat in ϱ; deinde in linea PQ fiat Yσ ęqualis $\lambda\varrho$; ducaturque $\sigma\tau$ horizonti perpendicularis. patet certè hanc ostendere profunditatem portæ. Verùm neque prætereundum est, in linea quoque $\beta\epsilon$, si opus fuerit, nos columnas determinare posse, quæ siue parietibus adhęreant, siue minùs (vt scilicet porticus appareat) aliaque similia itidem in $\beta\epsilon$ determinare poterimus secundùm suas latitudines. quarum quidem profunditates eodem modo iuxta lineam $\beta\epsilon$ determinabimus. quæ quidem omnia primùm in $\beta\gamma$, deinde in PQ constituemus; vt dictum est; cæteraque similiter eodem modo fiant; nimirum omnia, vt oportet, apparebunt.

Hactenus ostensum est, quòd in BM lineæ, quæ ostendunt lineas horizonti erectas, horizonti perpendiculares sunt ducendæ; vt K9; quæ verò lineas horizonti, ipsique AG parallelas ostendere debent, secundùm lineam AG sunt ducendæ, vt 9R. In BH verò (vt dictum est) quę ostendunt lineas horizonti perpendiculares; horizonti itidem perpendiculares sunt ducendæ, vt $\xi\upsilon$; quæ verò ostendunt horizonti, & ipsi plano BH parallelas, ducendę sunt horizonti similiter parallelæ, vt $\xi\varpi$.

Præter has autem inueniendum est, quomodo sint ducendæ lineę in BH, quæ ostendant lineas horizonti, nec non ipsi AG quoque parallelas; quę quidem sunt plano BH erectæ. quod vtique fiet hoc modo. nempe inueniatur in AG punctum R, quod sit in plano BH; quod quidem fiet, si à quocunque pũcto in linea BN sumpto, ducatur linea ad AG perpẽdicularis, quæ intelligatur pertingere in R. nimirum hæc linea in plano BH existeret. quia huic lineæ, planoque BH linea AR perpendicularis esset. Cùm igitur sit punctum R in plano BH; erit punctum R punctum concursus omnium linearum, quæ sunt horizonti, & ipsi AR parallelæ. quare huiusmodi lineæ ad R ducendæ sunt; vt $\xi\phi$, quę repræsentabit crassitudinem fenestræ, quæ intelligitur plano BH erecta. Quod tamen absque puncto R quoque fiet; nempe aspiciatur ξ per lineam AG, immotoque oculo, ducatur $\xi\phi$; ita vt vna, & eadem linea appareat cum AG; eritque inuenta $\xi\phi$; hocuamque modo $\xi\phi$ tendit in R. quod quidem ex antedictis manifestum est. *Ex 1. Cor 32. primi huius.*

Inuenien-


c
a
F
O
N
H
M
G
C
D
R
A
B
E
L
P
K
T
S
y
X
z
r

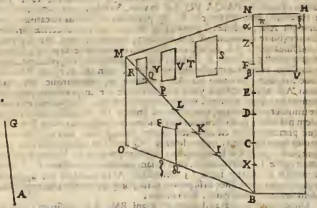
Inueniendum est præterea quoque, quomodo repræsentandæ sint lineæ in BM, quæ ostendant lineas horizonti, ipsique BE: hoc est plano BH parallelas, quæ quidem erunt tanquam ipsi AG perpendiculares; & apparebunt tanquam ipsi BM erectæ. Itaque ducatur ab A linea AX horizonti, & plano BH, hoc est ipsi BE æquidistans; quod fiet, si GAX fuerit angulus rectus. Itaque si producatur AX, donec plano BM (producto scilicet) occurrat (erit vtique punctum X in linea PQ ex P producta, siquidem PA QA PQ AX in vno, & eodem sunt plano horizonti parallelo) manifestum est X esse punctum concursus linearum, quæ sunt ipsi AX parallelæ. si igitur ad X ducatur ℞τ, ostendet hæc profunditatem portę tanquam ipsi BM erectam; quandoquidem ℞τ repręsentabit lineam ipsi AX parallelam. At verò quoniam persæpè actu inueniri non potest punctum X in plano BM propter multa impedimenta superiùs allata, propterea intelligatur punctum X non esse in plano BM; deinde similiter aspiciendo per AX punctum ℞, ducaturque ℞τ, quæ cum AX appareat linea vna, rendet vtique ℞τ in præfatum punctum concursus; quod quidem, vt antea demonstrabitur. inuentaque erit portæ similiter profunditas, quæ vsque ad lineam στ peruenire debet. quod idem fiet lineis, quæ ostendunt crassitudinem fenestrarum plani BM. Neque prætereundum est ad inueniendam lineam ℞τ, nos omnibus alijs modis supra expositis, quibus lineam PQ inuenire ostendimus, vti quoque posse; quod & in huiusmodi alijs efficere poterimus. Vt autem omnes lineæ portæ I9 inueniamus, cum sit iam inuentum punctum τ; si igitur à puncto τ ducatur linea τ3 secundùm AG, quæ ipsi ℞9 apparebit ęquidistans; erunt lineę in superiori parte portę apparentes inuentę, quod idem fiet in inferiori parte. & ita in alijs.

1. Cor. 32. primi huius.

Quod autem spectat ad diuisionem plani BM, si propositum fuerit diuidere BM lineis horizonti perpendicularibus, quę ostendant planum in duas ęquales partes diuisum, deinde in quatuor, & sic deinceps, ducantur diametri BM ON occulti, & vbi se inuicem secant, vt in ϰ, ducatur linea horizonti perpendicularis; & quoniam BNMO (vt ostensum est) parallelogrammum repræsentat, patet diametros parallelogrammi apparere in lineis BM ON, si ductæ fuerint. Vnde parallelogrammi medium apparet in ϰ: si igitur intelligatur linea ϰ vsque ad NM BO pertingere, quę sit horizonti erecta; linea vtique horizonti perpendicularis, quæ transit per medium parietis domus repræsentandæ, apparebit in hac linea ϰ horizonti similiter perpendicularis. Quare eadem ratione horum quadrilaterorum diametri ducantur, quæ se inuicem secent in ιχ, à quibus similiter perpendiculares horizonti ducantur vsque ad NM BO; ob eandem causam, lineæ, quæ diuidunt parallelogrammum parietis repræsentandi in quatuor partes ęquales, apparebunt in χϰι. si verò diuidere voluerimus planum BM per diuisiones impares, primùm has inueniemus in linea βε, lineisque ductis ad α secabimus lineam ℞τ; & secundùm has diuisiones diuidemus PQ: denique ab his punctis ducemus lineas in BM horizonti perpendiculares; eritque sanè paries BM diuisus, vt propositum est, quæ quidem ex dictis perspicua sunt.

Si autem planum BM per apparentes lineas horizonti, & ipsi AG parallelas diuidere voluerimus, diuidatur BN quomodocunque libuerit, ac per diuisiones secundùm AG lineæ ducantur, vt diximus, planum quidem BM diuisum apparebit, vt propositum fuerit.

Præterea parietem BM secundùm quamlibet diuisionem expeditè secundùm apparentiam diuidetur ea methodo, qua in quarto libro propositione trigesimatertia, & trigesimaquinta vsi fuimus; vt exempli gratia.



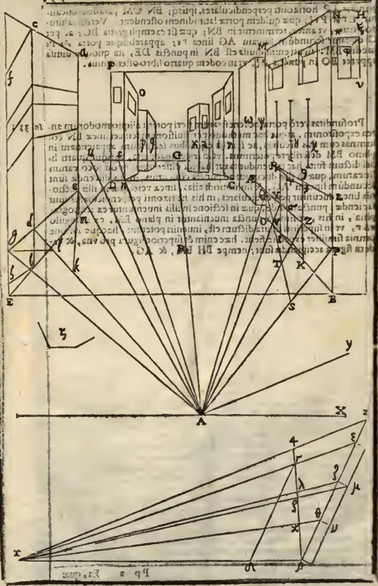
Sint ijdem parietes BH BM, vt antea, oporteatque in BM tres fenestras describere, quæ interse appareant æquales; & in eadem altitudine ipsius υæ; insuperque interualla inter fenestras existentia appareant quoque equalia; iungatur BM, deinde diuidatur linea BN in XCDEFZ; ita vt tres XC DE FZ sint interse equales; sintque interualla BX CD EF ZN similiter equalia; & à punctis XCDEFZ lineæ ducantur secundùm lineam AG, quæ in punctum concursus tendent; quæ quidem secent lineam BM in IKLPQR; à quibus horizonti perpendiculares ducantur, veluti si ducerentur lineæ ex I in S, &c. vt IS KT LV PY Q, & R; quæ latitudines fenestrarum ostendent. Deinde producatur fυ in α, sitque αβ altitudo fenestræ in linea BN; à punctisque αβ ducantur secundum lineam AG lineæ, quæ secent lineas ST VY QR; apparebunt vtique tres fenestræ interse equales; interuallaque inter fenestras itidem æqualia. quæ quidem omnia ex trigesimaquinta quarti libri huius perspicua sunt.

Portam quoque in medio parietis BM apparentem collocabimus, si BN diuidatur, putà in DE; ita vt BD sit equalis EN; hoc namque modo erit DE in medio lineæ BN. Deinde similiter à punctis ED secundùm lineam AG ducantur lineæ, quæ secent lineam BM in LP; & à

punctis

punctis LP horizonti perpendiculares, ipsisq; BN OM parallelæ ducantur Lγδ, Pεζ; quæ quidem portæ latitudinem ostendent. Verùm altitudo portæ, vt antea, terminetur in BN; quæ sit exempli gratia BC; ac per C ducatur secundùm lineam AG linea γε; apparebitque porta δε in medio BM. sicuti enim diuisa est BN in punctis DE, ita quoque diuisa apparet BO in punctis δζ, vt in eodem quarto libro ostendimus.

Profunditas verò portæ, ac fenestrarum fieri poterit aliquo modorum antea expositorum. atque hac methodo per diuisionem scilicet lineæ BN columnas cum suis arcubus, ac spacijs æqualibus secundùm apparentiam in plano BM describere poterimus. vt in trigesimaquarta, alijsque quarti libri dictum fuit. hac tamen duntaxat habita differentia, quòd loco earum linearum, quæ in illis ducuntur ad puncta concursus, in his ducendæ sunt secundùm lineam AG, & huiusmodi alias, lineæ verò quæ in illis sectionis lineæ ducuntur perpendiculares, in his horizonti perpendiculares sunt faciendæ, puncta deinde, quæ in sectione in illis inueniuntur ex ichnographia, in his, vt similia puncta inueniantur in plano BM, ex triangulo αβγ, vt in superiori figura dictum est, inueniri poterunt, hacque ratione omnia similiter expeditè fient. hæc enim & superior figura pro vna, & eadem figura accipiendæ sunt; nempe BH BM, & AG. In 33 I

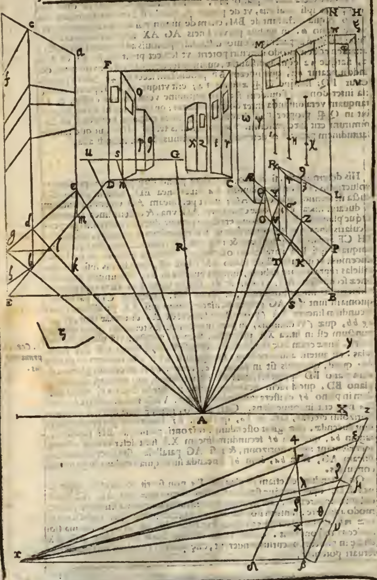

A
B
E
S
X
y
z
x
r
λ
μ
θ
ν

Ea, quæ dicta sunt de plano BH, omnia intelligenda sunt de omnibus alijs planis ipsi parallelis, vt de plano ψ, quod est similiter tanquam alia sectio. & quæ dicta sunt de BM, etiam de huiusmodi alijs intelligenda sunt, vt de plano ω. in quibus praxes lineis AG AX similiter absoluentur. Inter has verò apparentes domos distantia (quamuis ad libitum fieri possit) attamen eodem modo inueniri poterit, vt scilicet protrahatur βε ex ε in 2, fiatque ε2 æqualis distantiæ, quam inter domos existere volumus; deinde iungatur α2, quæ lineam βΓ productam secet in 4; postea producatur PQ; fiatque QÆ æqualis Γ4; erit vtique QÆ apparens distantia inter domos; siquidem βε pro latitudine veræ domus existit; & ε2 tanquam vera distantia inter domos sumitur; quippe quæ in scena apparebit in QÆ propter Γ4. Itaque ab Æ linea erigatur horizonti erecta; nimirum erit hæc parietum ψω communis sectio. Hac quoque ratione latitudinem parietis ω determinare poterimus; & huiusmodi alia.

His determinatis, si in vno, & eodem plano duo parietes repræsentare voluerimus, sit similiter planum Ea super linea ED, quæ in plano BD ducta sit secundùm lineam AG; ita vt per lineam AG videndo punctum E ducatur linea ED, quæ cum linea AG vna, & eadem linea appareat; sitque planum Ea horizonti erectum, in quo ducatur horizonti perpendicularis linea bc. Oporteatque in Ec repræsentare planum, quod ipsis BH CF appareat æquidistans; & in parte ba oporteat apparens planum, tanquam ipsi BM parallelum ostendere. Primùm quidem in ba lineas ducemus, vt dictum est de plano BM; hoc est, quæ lineas ipsi AG parallelas repræsentare debent, sumptis punctis in bc, vbicunque ducantur lineæ secundùm AG, vt ce, & de. sed in parte Ec, cùm repræsentare voluerimus lineas horizonti, & plano BH, lineæque CD parallelas, quoniam sunt ipsi AG perpendiculares, erunt ipsi AX parallelæ. quare secundùm lineam XA (productam scilicet ex A) ducendæ sunt, vt cf dg bb, quæ (vt diximus) in punctum concursus tendent; quod quidem punctum est in linea XA producta, & in eo puncto, vbi plano Ea occurrit. lineæ enim hoc modo ductæ repræsentabunt lineas ipsi XA parallelas. est autem aduertendum, triangulum bEb esse quidem in pariete bc; quod, quamuis sit in plano Ec, tamen bbE in eodem plano esse cum plano BD apparebit; quia bb est terminus, qui quidem apparet in plano BD. quod idem dicendum est de triangulo supra cf, quod quidem in plano bf existere minimè apparebit. Vnde ipsum auferre à plano Ea non erit inconueniens. Cætera verò, nempè quæ ostendunt lineas horizonti erectas, tam in ba, quàm in bf horizonti perpendiculares sunt ducendæ. quæ igitur ostendunt horizonti, planoque BH parallelas, tam in ba, quàm in bf secundùm lineam XA sunt describendæ. & quę repræsentant lineas horizonti, & ipsi AG parallelas, similiter secundùm lineam AG, & in ba, & in bf lineandæ sunt; quia tendunt in punctum concursus. 1: Cor. 32. primi huius.

Obseruandum est etiam, si planum Ea non fuerit collocatum super linea ED, oporteretque similiter ducere lineas, quæ ipsis AG AX ęquidistantes apparerent, eadem prorsus constructione omnia similiter eodem modo apparere. tantùm hoc aduertendum est in plano Ea, quòd loco lineæ mb altera ducenda erit linea secundùm lineam AG. vt omnia sibi inuicem respondeant. eadem enim ratione lineæ secundùm AG AX ductę in puncta concursus tenderent, quę quidem omnia in alijs planis obseruari poterunt,

Vt

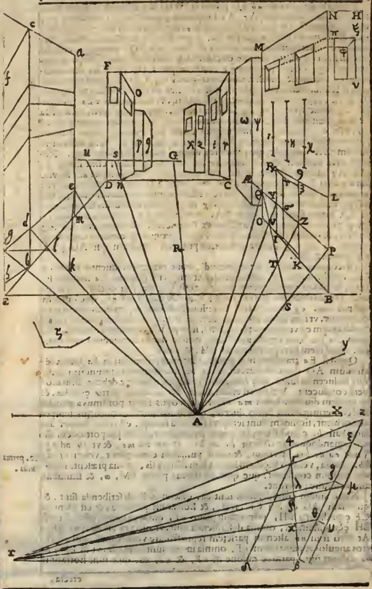


Vt autem diuidamus *ab bf*, primùm, vt res secundùm suas latitudines inueniamus, ducantur A*e* A*d* horizonti ęquidistantes; ductaque *ed*, deinde ducatur *ek* ipsi AG parallela, quę horizonti erit ęquidistans, quæ diuidatur ad libitum, & per A, & per puncta in *ek* inuenta secabimus *ed*; quemadmodum diximus de lineis QS PQ; cæteraque eodem modo fiant. Pariquę ratione ducatur A*g* horizonti ęquidistans; iungaturque *dg*; deinde ducatur *gl* parallela ipsi CD, vel XA; diuidaturque *lg* vtcunque; simili modo inueniemus ex A in *dg* puncta apparentia; & reliqua fient, vt in BM dictum est. siue ob commoditatem triangula A*ed* A*dg* in alium transferantur locum, vt factum fuit *αβε* triangulo; diuisionesque in *ed dg* faciliter inueniemus; cætera verò, quæ dicta sunt de diuisione BM, omnia eodem modo inueniemus quoque in *ab bf*. Vel expeditè omnia inueniemus etiam diuidendo primùm *be*, ex quibus diuisionibus lineæ in *ba* secundùm AG, in *bf* verò secundùm lineam XA ducendæ sunt; vt antea dictum est de diuisione BM. Nouisse verò non erit inutile lineas *de dg* esse in directum; cùm lineæ A*e* A*d* A*g* in vno, & eodem sint plano horizonti parallelo; veluti in vno sunt plano lineę quoque E*f be ma*. vnde *edg* horum planorum erit communis sectio. ac propterea recta est linea, quæ horizonti quoque parallela existit; in qua quidem linea *eg* est punctum concursus linearum ipsi XA ęquidistantium. quia XA, dum plano E*a* occurrit, in linea *eg* ex *g* producta concursus punctum existere necesse est; siquidem XA *eg* in vno, & eodem reperiuntur plano, veluti quoque ob eandem causam in eadem *ge* ex *e* producta concursus punctum linearum ipsi AG ęquidistantium existit.

Ob commoditatem autem lineandi, atque pingendi, inuentis lineis *ea bm*, *ef bb*, atque *eg*, opportunum erit transferre planum E*a* in alium situm, in quo ex vtraque parte tantum adsit spacium, vt ductis *ea bm* lineis, simul conuenire possint; veluti quoque ductis *ef bh*, quę quidem omnes cum *eg* conuenient. ex quibus punctis filis, seu funiculis in ipsis collocatis, vt fieri solet, lineas apparentes summa facilitate describemus. puncta enim ex vtraque parte inuenta, sunt puncta concursus. cùmq; planum E*a* suo loco repositum fuerit, omnia oculo apparebunt, vt oportet. quod idem fieri poterit plano BM, & alijs.

Quòd si E*a* transferri non potest, plurimas poterimus in *ba* lineas secundùm AG deletiles ducere, & in *be* itidem multas secundùm XA, quę inducendis lineis, quę horizonti parallelæ apparere debent, summopere conducent. Vel potest etiam diuidi *be* in multas partes ęquales, & in totidem diuidere latera *ma bf*, vt cùm opus fuerit possimus à punctis sibi conterminalibus lineas ducere, quæ in sua puncta concursus semper conuenient; siquidem fiunt semper triangula similia. est enim semper *am* latus basi *bc* ęquidistans; amboque secundùm eandem proportionem diuisa; quandoquidem est sicut *be* ad *bd*, vt *am* ad *me*, & vt *fb* ad *bg*. Vnde *ea de bm* in vnum, & idem punctum conuenient, veluti *cf dg bb*. His ita, vel alijs modis in hunc vsum assumptis, omnia præsenti negocio multum conferent; quę quidem omnia planis BM, *o*, & similibus alijs deseruire poterunt. 22. *primi huius.*

Nunc autem consideranda sunt ea, quæ in CF describenda sunt. & quoniam AG est ipsi CF erecta, & horizonti parallela, & est planum CF ęquidistans BH, primùm in plano *n*F, quod parietem ostendet ipsi BH ęquidistantem, omnia describenda sunt, vt dictum est de ipso BH. At verò si in *no* alterum parietem repræsentare voluerimus, qui ad rectos angulos appareat cum *n*F, omnia in *no* sunt lineanda, vt in BM, & *ba* dictum fuit: pariquę ratione in *n*F, & *no*, ea, quæ sunt horizonti


c
a
f
F
O
M
N
H
u
s
G
D
C
R
A
X
y
z
B
L
P
K
T
S
r

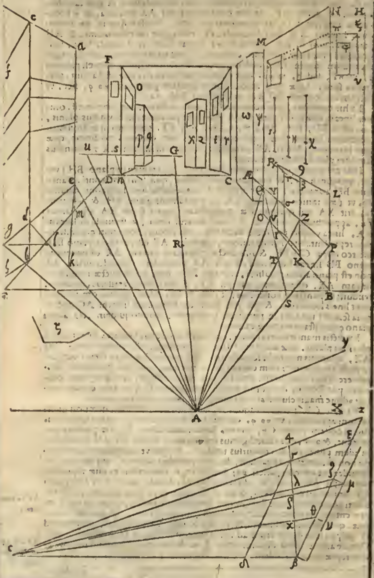
erecta, similiter horizonti perpendiculariter facienda sunt. & quæ sunt horizonti, & plano *n*F, ac per consequens ipsi AX parallela, in *n*F ducenda sunt ipsi CD, ac horizonti parallela, similiterque in *no* secundùm lineam XA sunt lineanda. ea verò, quæ sunt horizonti, & AG parallela, tam in *n*F, quàm in *no* ad punctum G ducenda sunt, tanquam ad proprium punctum concursus. hoc namque modo ducta erunt secundùm lineam AG. eademque prorsus ratione lineandum est planum *p*, vt *n*F, sed *q*, vt *no*. quæ quidem omnia ex ijs, quæ dicta sunt, perspicua sunt: Quæ verò ad diuisiones spectant planorum *no q*, fiet, vt dictum est de lineis PQ *de*, ac de planis BM *ba*.

Ex his omnibus, quæ hucusque dicta sunt de scenis, perspicuum est, omnes lineas, quæ horizonti, & ipsi AG sunt parallelæ, in omnibus planis, hoc est in BD, BH, BM, *+*, *o*, *ba*, *bf*, CF, tanquam in sectionibus, secundùm lineam AG rectè repræsentatas esse; omnes verò lineas, quæ sunt horizonti, & ipsi AX parallelas, secundùm lineam AX in omnibus similiter planis esse rectè lineatas.

Hæc enim ex superioribus manifesta sunt. quia tamen in plano BH (veluti quoque in *nf*, & huiusmodi alijs) lineæ, quæ sunt horizonti, planoque BH parallelæ, absque linea XA antea ductæ sunt horizonti parallelæ, vt *fm*; tamen quoniam XA est æquidistans plano BH, & horizonti, erit XA ipsi quoque *fm* æquidistans. quare si per XA aspiciamus *fm*, apparebunt linea vna. si igitur ducatur linea *fm* secundùm lineam XA, linea vtique *fm* rectè ducta erit, quæ lineam horizonti æquidistantem repræsentabit. Pariq; ratione, quoniam AX est parallela plano BD, idcirco lineæ CD BE, & aliæ ductæ secundùm lineam AX ostendent in plano BD lineas horizonti, & ipsi AX parallelas. Quando autem AX non est plano alicui parallela, vt plano BM, tunc lineæ ductæ secundùm lineam AX, ostendent lineas ipsi AX, & horizonti parallelas, quoniam tendunt in punctum concursus, vt dictum est. Quæ quidem omnia accidunt lineis horizonti, & ipsi AG parallelis secundùm lineam AG ductis. quia semper tendunt in punctum concursus, quandoquidem AG alicui plano æquidistans minimè existit.

Ex dictis manifestum apparet, ob describendas has præfatas lineas in his pluribus planis, quæ sunt tot sectiones, necessarias esse ambas lineas AG AX, quamuis nonnulli fortasse sola AG perspectiuam in scenis perficere posse crediderint; cùm omnes lineas in vnum punctum principale concurrere ipsis visum fuerit. quod vtique eis contingit, quia proprium officium punctorum concursus minùs intellexerunt. Vtautem eorum munus adhuc magis elucescat, alia quoque consideranda occurrunt.

Vt si in CF parietes aliquot repræsentare voluerimus, quæ non in directum appareant, vt *no q*, qui quidem in directum apparent; quia, cùm sint in eodem plano CF, omnes lineæ, quæ supra, & infra parietes terminant, & aliæ, quas intelligimus repræsentare lineas ipsi AG parallelas, in idem punctum G concursus tendunt. Itaque vt inueniamus, quomodo non in directum appareant, ducatur primùm paries *r*, qui quidem respondeat ex aduerso parieti *no*; hoc est in *r* omnes lineæ, quæ repræsentantur ipsi AG parallelæ, ducantur ad G; deinde ducatur G *f* in plano CF horizonti æquidistans; & ab A ducatur A *f*, quæ quidem erit horizonti æquidistans, quæ fiat quoque æquidistans parieti, quem in scena repræsentare intendimus; deinde alter exponatur paries *t*, in quo omnes lineæ, quæ ostendunt lineas horizonti, & ipsi A *f* parallelas, ducantur ad *f*; quippe quæ ductæ erunt ad punctum concursus; vt sæpè ostensum est. Deinde adhuc altera ducatur linea A *u*, & horizonti æquidistans, & parieti repræsentando itidem parallela: erit certè *u* in linea quoque G *f*; si- *Ex 2. vndecimi.* *Ex 28. 29. primi huius.*


c
a
f
F
O
M
H
u
s
G
D
n
C
Æ
R
L
P
K
B
S
A
X
y
z
g
d
l
k
m
x
r
t
Z
V
T
4
β
θ
λ
μ

quidem omnes lineæ AG A*u* G*f* horizonti sunt parallelæ. quare paries delenbatur *x*, ita vt lineæ, quæ ostendant lineas horizonti, & A*u* parallelas, omnes tendant in *u*. procuLdubbio parietes *rsx* in directum non apparebunt, quoniam ad puncta concursus diuersa lineæ ductæ sunt; ac paries quidem *r* ipsi AG, *s* verò ipsi A*f*, & *x* ipsi A*u* æquidistans apparebit.

Prætetea si parietem aliquem, vt *z*, statim lineare voluerimus, qui quidem appareat alteri, nempe *x* erectus, ducatur A*y* horizonti æquidistans, & ipsi A*u* perpendicularis; erit vtique A*y* in plano AG*u*. quare, cùm sit A*u*G angulus acutus (est enim AG*u* rectus) si producatur *Ex 2. vndecim.*
A*y*, cum *u*G conueniet; eritque hoc punctum punctum concursus omnium linearum ipsi A*y* æquidistantium. Quare cùm quandoque propter multa impedimenta (vt antea dictum est) hoc punctum actu inueniri non possit, ducantur in *z*, tanquam in pariete iuxta *x* collocato lineæ secundùm lineam A*y*, quas scilicet intendimus ostendere ipsi A*y* parallelas. nimirum parietes *xz* repræsentabunt parietes sibi inuicem erectos; quoniam lineas horizonti parallelas, & ad angulos interse rectos (vt dictum est) repræsentant propter lineas A*u* A*y*. *Ex 1. Cor. 32. primi huius.*

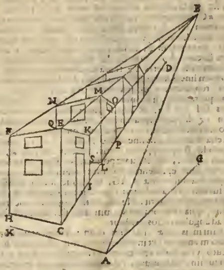
Hac quoqne ratione, si secundùm lineas A*y* A*u* duxerimus lineas in alijs planis BH BM E*a*, & alijs, parietes aliarum domorum apparentes secundùm *xz* dispositè apparebunt. quod ad describendas, repræsentandasque domos secundùm varios situs erat quoqne necessarium cognoscere. quod etiam multis alijs lineis loco ipsarum A*u* A*y* effici potest. Hoc namque modo, si opus quoque fuerit, parietes BM, & *o*, & alios in directum non existere, repræsentare poterimus. Hacque ratione varij diuersarum viarum situs repræsentari poterunt; veluti si multi domorum parietes vtrinque secundùm lineas AG, multique itidem alij secundùm A*u* delineati fuerint, vel alijs lineis; quod idem quoque in BM *+o* E*a*, alijsque planis effici poterit. Neque enim propterea hoc videri debet inconueniens, quia non omnes viarum situs sibi inuicem semper æquidistant, vel ad angulos rectos existunt.

Itaque cùm in ijs, quæ dicta sunt, omnia repræsentata sint tanquam ad rectos inuicem angulos, vt in parietibus factum est, tamen si aliqua vel in angulo acuto, vel obtuso repræsentare voluerimus, fiant *y*A A*u* non ad rectum angulum, sed acutum, vel obtusum, nempè secundùm quem intendimus parietes repræsentare, & secundùm has lineas ducemus lineas in præfatis planis, tanquam in sectionibus, apparebunt sanè parietes inuicem, vel in angulo acuto, vel obtuso, vt propositum fuerit. quod alijs quoque lineis fieri poterit.

Quòd si domus repræsentanda fuerit in situ pentagono, vel hexagono, siue alio modo, fuéritque opus repræsentare huius domus parietes, qui sint in angulis vt *ξ*, ducantur ab A lineæ lineis ipsius *ξ*, & horizonti parallelæ, quæ sint A*u* A*x* A*y*; deindo secundùm has lineas describamus in CF, vel in alio plano lineas apparentes, vt dictum est, nimirum parietes apparebunt, vt propositum est.

Cognitis igitur quomodo secundùm varias positiones possumus apparentes lineas describere; ea quoque, quæ sunt rotunda, vt rotundum templum, repræsentare poterimus, nempè compræhendendo ea lineis rectis, quæ rotunditatem contingant, repræsentandoque has lineas rectas, vt antea diximus, rotunda quoque ostendemus.

Ex his patet in plano CF omnes apparentes lineas horizonti parallelas vel esse horizonti æquidistantes; vel habere puncta concursus in linea per *f*G ducta horizonti æquidistante, & ex vtraque parte in infinitum producta. Quoniam autem hucusque verba tantùm fecimus de lineis siue horizonti perpendicularibus, siue ipsi horizonti parallelis, ideo propter has parallelas ab A lineæ ductæ sunt semper horizonti ęquidistantes. At verò quoniam lineas horizonti inclinatas repræsentare aliquando est necesse, idcirco hoc exemplum quoque in medium afferre non erit inutile.



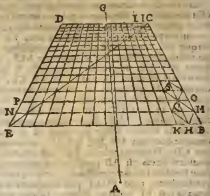
Veluti si plures domos ęquales in sectione aliqua repræsentare voluerimus, quæ quidem non sint constitutæ in plano horizonti parallelo, sed inclinato, quod exempli gratia sursum tendat; sit itidem oculus A, à quo in sectionem ducatur linea AB, ita vt AB sit parallela non solùm plano inclinato, verùm etiam lineæ inclinatæ, in qua sunt domus repræsentandę. Deinde similiter ducatur AG, quæ sit parallela lineis, quæ terminant superiores partes domorum, quæ quidem supponantur horizonti parallelæ, vt in pluribus accidit. vnde erit AG horizonti æquidistans. Deinde similiter ducatur AX horizonti æquidistans, ipsi verò AG perpendicularis. His ita constitutis, ducatur CD, quæ tendat ad B; eriganturq́ue CE HF horizonti perpendiculares; fiatq́; CE secundùm quamlibet altitudinem, quam scilicet intelligimus esse altitudinem domus apparentis; ducanturq́ue CH EF secundùm lineam AX, intuitu scilicet, si AX cum sectione non conuenit propter aliquod impedimentum, vel quia eueniat AX sectioni parallela, essetq́ue tunc CEFH parallelogrammum rectangulum, lineæq́; CH EF horizonti parallelæ duci possent. Quòd si AX cum sectione con-

ueniret,

ueniret, lineæ vtique CH EF ad X essent ducendæ; tanquam ad proprium punctum concursus. lineaque tunc à puncto G ad ipsum X ducta esset horizonti parallela. quæ quidem omnia ex dictis perspicua sunt. Primùm itaque superficies CF pro pariete deseruiet. quare ducatur IK horizonti perpendicularis, distansque à linea CE primùm vt libuerit. ducaturque EK, quæ tendat ad G. proculdubio parietes CK CF ad angulos rectos apparebunt propter angulum KEF, qui rectus apparet propter lineas AG AX. vt ex dictis planum est. & quoniam æquales domos repræsentare volumus, ducantur EB FB KB, tanqnam deletiles, deinde ducatur LM distans ab IK primùm secundùm quamlibet distantiam; quæ quidem LM sit horizonti erecta, quæ ipsis CE IK parallela existet; sitque L in linea CD, M verò in EB; deinde similiter ducatur MN secundùm lineam AX, sicuti quoque ducenda est LS; ducaturq; MO, quæ ad G tendat; sitque punctum N in linea FB, O autem in KB; denique ducantur OP NQ ipsi ML parallelæ; sitque punctum P in linea CD. Et quoniam lineæ CD KB ostendunt lineas interse parallelas, siquidem lineas ipsi AB parallelas repræsentant, lineæ verò PO IK ostendunt similiter lineas æquidistantes, quia repræsentant lineas horizonti perpendiculares, ergo POKI parallelogrammum repræsentat. quare PO æqualis ipsi KI apparet. Parique ratione demonstrabitur LM ipsi CE æqualem apparere, veluti quoque MO ipsi EK, & MN ipsi EF. quę quidem omnia ex dictis facillimè dignoscuntur. Vnde sequitur domum OLN domui KCF æqualem apparere. quod idem fiet in alijs. Fenestrę verò, quæ repræsentantur in parietibus CF LN, ea, quæ sunt horizonti erecta, similiter horizonti erecta describenda sunt, quæ verò sunt horizonti parallela, secundùm lineam AX lineanda sunt. quæ verò in parietibus CK LO sunt repręsentanda, similiter quæ sunt horizonti erecta, horizonti erecta sunt lineanda, sed quę sunt horizonti parallela, ad punctum G tendere debent; ad quod per consequens tendere debent superiores portarum termini. Porrò diuisionem parietum CK LO, & reliquorum, veluti quoque distantiam inter lineas CE IK, & inter IK LM, &c. inueniemus, vt antea dictum est de diuisione parietum, siue triangulis separatis, siue alijs modis, vt docuimus. Quòd si accideret, vt EF sit ipsi EC perpendicularis, ac per consequens horizonti ęquidistans, CF esset rectangulum, & absque triangulis, alijsque diuidi poterit. in ipso enim res construuntur, sicuti sunt; vt antea diximus. quod idem fiet in alijs similibus planis. *Ex 29. primi huius.*

Hac eadem ratione, si opus fuerit prętatas ostendere domos, in plano horizonti inclinato constitutas, planum autem deorsum tendat; tunc conuerso modo fiet, eritque, putà linea AB horizonti parallela; AG verò erit ducta equidistans lineę, in qua intelligimus esse veras domos constitutas; Deinde similiter ducenda erit AX horizonti parallela, sed ipsi AB perpendicularis. & lineæ, quæ ductæ sunt ad B, ducantur ad G; & quæ tendunt ad G, ducantur ad B. cæteraque simili modo fiant: & factum erit, quod propositum fuerat.

Hinc perspici potest, quanta sit vtilitas, quantumque ad perspectiuam punctorum concursus cognitio vera conducat; quæ quidem maximam commoditatem pictotibus quoque præstare poterit. Nam dum in aliquo plano (vt plurimùm fieri solet) pingunt, si, vt necesse est, oculi situm determinant, auxilio linearum ex oculo ductarum facili negotio non solùm perspectiuas ostendere poterunt absque Ichnographia, verùm etiam secundùm has quoque lineas multoties, & figuras disponere, figurarumq; multa lineare valebunt.



Postremo autem, si in plano BCDE, supra quod scena construitur, aliqua lineare voluerimus, ita vt horizonti parallela appareant; intelligatur similiter linea AG ducta, vt antea. primùmque diuidatur BE, siue CD in quotquot æquales partes libuerit; ducanturque lineæ HI KL, &c. secundùm lineã AG, vt dictum est: hæ quidem omnes lineæ in punctum concursus tendunt, vt ostẽsum est. quare lineas repræsentabunt horizonti, & ipsi AG æquidistantes; vt antea diximus de lineis BC ED. Deinceps ducatur linea CE deletilis, quę omnes ductas lineas secabit; & à sectionum punctis ducantur lineę MN OP, &c. ipsis BE CD parallelę; nimirum omnia quadrilatera ostendent tot parallelogramma ęqualia, quorum latera sunt ipsis BE AG parallela. Primùm namque constat BCDE parallelogrammum horizonti parallelum ostendere; siquidem BE CD sunt parallelę: & BC ED parallelas repręsentant. Quapropter diameter huius parallelogrammi horizontalis repręsentandi apparebit in EC, quę quidem diameter in plano horizontali à lineis ipsi AG parallelis in eadem proportione diuiditur, vt diuisum fuit latus BE. ergo huius diametri diuisiones apparebunt in EC, vbi scilicet à lineis HI KL, &c. diuiditur. Vnde lineę per diuisionum puncta ductę ipsi BE parallelę, vt MN OP, &c. tot parallelogramma vnà cum lineis BC HI KL, &c. repræsentabunt. siquidem in MN OP, &c. apparent lineæ existentes in parallelogrammo horizonti parallelo ipsi BE parallelæ: quæ quidem per dictas diametri sectiones transeunt.

Hinc etiam, si angulos quadrilaterorum connectemus, vt HM MQ, &c. alia quadrilatera HQ QS, &c. secundùm alium situm repræsentabimus. Huiusmodique alia multa alijs quoque modis inueniri facilè poterunt. sed de his satis.

SEXTI LIBRI FINIS.

Erratorum quorundam restitutio.

Pagina 2. versu 32. Harum itaque status ¶ 47. 4. inæquales ¶ 71. 8. ipsius RE. ¶ 77. 11. & 12. æquealtum, quòd si à puncto X ¶ 81. 30. Inuentisque ¶ 112. 12, & GK æqualis GE ¶ 123. 3. ipsi EK ¶ 132. 9. supra BE ¶ 174. 26. ipsi GF ¶ 188. 6. prismate ¶ 199. 18. collocatam ¶ 202. 1. ipsi AG ¶ 205. 22. planum LQHF ¶ 232. 8. puncta GH ¶ 237. 26. similiter lineam ¶ 239. 12. ABCD parallelogrammum ¶ 241. 8. cuius termini ¶ 244. 15. & 16. ducta PQ ad HF perpendiculari, nimirum ¶ 248. 6. ipsi MDO ¶ 258. TKG repræsentet; ¶ 259. 3. vmbra NRQ ¶ 270. 4. vigesimamnonam ¶ 276. 14. rectus CA, ¶. 277. 14. terminos, qui in ¶ 289. 51. ipsi BC

REGISTRVM.

† ABCDEFGHIKLMNOPQRSTVXYZ,
Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll
Mm Nn Oo Pp Qq.

Omnes duerni, præter †.

PISAVRI.

Apud Hieronymum Concordiam,

M. DC.