TRATTATO
TEORICO-PRATICO
DI
PROSPETTIVA

Di EUSTACHIO ZANOTTI *Professore d' Astronomia in Bologna, dell' Accademia dello Instituto delle Scienze, ed associato alle Regie Accademie di Londra, e di Berlino.*

IN BOLOGNA

Nella Stamperia di Lelio dalla Volpe Impressore dell' Instituto delle Scienze. 1766.

CON LICENZA DE' SUPERIORI.

AVVISO AL LETTORE.

Se poteſſi luſingarmi di avere compiutamente eſeguito tutto ciò, che mi era propoſto allorquando preſi a ſcrivere queſto trattato di Proſpettiva, e foſſi perſuaſo di recare al Pubblico quel vantaggio, che è ſtato l' unico motivo, che mi ha indotto a ſcrivere, niun biſogno vi ſarebbe ora di premettere alcuno avviſo al Lettore; ma perche ſpeſſo addiviene, che l' opera non corriſponda alla intenzione dell' autore, e che poco altrui ſi giovi, credendo di giovar molto, voglio ora manifeſtare qual foſſe la mia idea, e quale il metodo, che aveva in animo di ſeguire, il quale per lo meno potrebbe meritare l' altrui approvazione, ſe non merita lode la eſecuzione. Queſta ſcienza della Proſpettiva egualmente che la Geometria, la Meccanica, e la più parte di quelle facoltà, che comprende la Matematica, ſi divide in teorica, e pratica. Quei che profeſſano l' una non ſogliono gran fatto curar l' altra, e pochiſſimi ſono ſtati quelli, che d' entrambe poſſano riguardarſi come maeſtri. Avrei voluto ſcrivendo ſoddisfare in qualche modo al genio inſieme de' teorici, e de' pratici; e con queſta intenzione ho preſo a comporre il trattato, che ora faccio pubblico colle ſtampe. Mi ſono poi accorto nel por' mano *all' opera, ch' egli era sommamente difficile riuscire, come convenivasi, in questa intrapresa; poichè se al genio di quelli si riguarda, che professano l' arte della pittura, per cui si veggono spesso obbligati di ricorrere alle regole della Prospettiva, sono essi cotanto alieni dalle dimostrazioni, e dai discorsi geometrici, che sembra loro tempo perduto il tenervi dietro, e vogliono apparare sollecitamente le regole senza ascoltare la ragione, perchè così si faccia, ne mai chieggono, che prova alcuna si dia loro della esattezza di quelle costruzioni, che s' adoprano per formare i disegni. Per lo contrario chiunque solo si pasce delle astratte contemplazioni della matematica facilmente si sdegna se troppo minutamente vien descritto il modo di costruire una figura, e molto più ancora si sdegnerebbe se ad un metodo geometrico fosse preferito un metodo, che in tutto rigore non fosse tale, quand' anche ciò si facesse per comodo del Prospettivo, a cui può bastare una esattezza non tanto scrupolosa. Io certamente scrivendo non mi sarei indotto mai, per incontrare il genio de' pittori a tralasciare le dimostrazioni, le quali sole ponno appagare il nostro intelletto, e ne meno avrei saputo per piacere ad essi far le parti di un professore del disegno tenendo dietro a tutti que' precetti, e a quelle sole regole pratiche, che sogliono additarsi nelle scuole, e che hanno avvezzato i giovani a studiare senza l' ajuto della Geometria. Ho bensì procurato di rendere fa-*

ci-

cili quanto per me si potea, le dimostrazioni, e mi sono astenuto da que' calcoli, i quali quanto più rendono generali i teoremi, altrettanto pare si scostino dall' uso, e dalla intelligenza di chi non sia pienamente versato negli studj di matematica. Queste sono le avvertenze che ho avuto; e pure anzi che lusingarmi di avere scritto conforme le diverse pretensioni del teorico, e del pratico debbo grandemente temere non la brama di soddisfare alle premure di ciascuno di loro mi faccia incontrare sì dell' uno come dell' altro la indignazione. Io prego i matematici a soffrire con pazienza, se alcuna volta sarò alquanto minuto, e prolisso nel dire più di quello, che converrebbesi avendo a fare con ingegni per lungo uso esercitati nella geometria; e prego altresì i professori del disegno a non rimanere disgustati se vedranno il libro sparso di dimostrazioni, le quali se mai fossero superiori all' intendimento loro, potranno essi correggere questo difetto coll' appigliarsi alle sole regole, ed alle costruzioni, che vi s' insegnano, e coll' omettere qualunque discorso o raziocinio, che ritardi lo studio di cui sono premurosi. Per raccomandare questo mio libro non voglio vantarmi di avere scoperti nuovi teoremi, e nuove regole. Di ciò che sia si accorgeranno quelli, che avranno trascorsi i trattati di Prospettiva fin ora usciti alle stampe. Debbo bensì chiedere perdono se non cito alcuno autore nello esporre i teoremi, la quale omissione però non voglio, che

mi

mi ſia aſcritta a colpa; imperocchè trattandoſi delle coſe elementari, che ſi leggono preſſo tutti gli ſcrittori di Proſpettiva, non è così facile ſapere a cui debbaſi il merito della invenzione. Nel rimanente poi ho ſcritto ſecondo che mi ha ſuggerito l' ordine ſteſſo, che da principio mi era propoſto; e di buona voglia cedo la gloria a quelli, che prima di me aveſſero eſpoſti i medeſimi teoremi. Ho ſcritto non per acquiſtar fama con un opera, la quale non oltrepaſſa le cognizioni elementari della geometria, ma per occuparmi in uno ſtudio di mio piacere colla luſinga di potere in qualche modo recare altrui vantaggio.

SE-

SEZIONE I.

Che contiene le definizioni.

1 QUella ſcienza, che conſidera i corpi non come ſono in ſe ſteſſi, ma come appariſcono agli occhi noſtri ſecondo le diverſe loro poſiture, e diſtanze, e che inſegna di riferire queſte apparenze ad una ſuperficie, diceſi *Proſpettiva*. Egli parrebbe, che dovendoſi trattare di queſte apparenze, foſſe neceſſario ſpiegare ſul bel principio in qual modo ſi formi in noi la viſione; ma perchè ciò ne condurrebbe troppo in lungo, e il trattare queſta materia è coſa, che appartiene a quella parte di matematica, che diceſi Ottica, ci contenteremo per ora di alcune ſuppoſizioni. Pertanto noi ſupporremo un punto nell' occhio, in cui ſi ecciti la ſenſazione della viſta: poco importando lo ſtabilirne il luogo preciſo; perchè o ſi prenda nel centro della pupilla, o più addentro dell' occhio, ſerviranno nello ſteſſo modo i teoremi, che ſiamo per iſpiegare. Supporremo in oltre, che i raggi di luce provenienti dai corpi ſi propaghino per retta linea di maniera tale, che un raggio, che parte da un punto dell' oggetto, e s' incontra nell' occhio, ſcorra quella linea, che congiunge l' uno, e l' altro, e che moſtra la direzione ſecondo cui l' occhio vede il detto punto. Conſiderandoſi le coſe a queſto modo, ecco che a noi ſi preſentano diverſe piramidi di raggi luminoſi, ciaſcuna delle quali ha per baſe la ſuperficie anteriore del corpo, che ſi riguarda, e per vertice il centro della pupilla, a cui ſupporremo concorrere i raggi, che fanno vedere la ſuperficie. Ora ſe immagineremo un pia-

no condotto tra l' occhio, e l' oggetto, che tagli ciascuna piramide, comprenderemo ancora formarsi diverse sezioni, per cui resteranno impresse nel piano altrettante figure, ciascuna delle quali dicesi *prospettiva di quella superficie*, che è base della piramide. Così qualunque punto nel piano, per cui passa un raggio, dicesi *prospettiva di quel punto dell' oggetto*, da cui parte il raggio.

2 Ciò premesso, facilmente si dimostra, che la prospettiva di una linea retta non può a meno di non essere una retta linea; imperocchè se in vece di una superficie sostituiremo per base della piramide una linea retta, diviene la piramide un semplice triangolo, il quale essendo tagliato da un piano, è forza, che la sezione sia una retta linea. Non potrà dirsi lo stesso di una linea curva, che si prenda per base, la cui prospettiva può divenire una retta, o una curva di differente natura. Lascieremo ai geometri le sottili ricerche sopra queste trasformazioni delle curve, e giacchè poco con questo studio si gioverebbe alla pratica, faremo conto, che esso appartenga piuttosto a un trattato di geometria, che a un compendio di prospettiva; e sol tanto ne diremo in una sezione a parte, quanto crederemo, che basti per uso dei pratici, e per far comprendere a quali vicende sieno soggette le curve per cagione della prospettiva.

3 Dalla sola definizione della prospettiva si comprende chiaramente quale sia il debito principale dei pittori nelle operazioni, che fanno; imperocchè se studiano di rappresentare sulle tele certi oggetti, debbono far conto, che la tela sia il piano, che taglia tutte le piramidi, che hanno per base gli oggetti da rappresentarsi, e per vertice la pupilla di un occhio situato

in

in un determinato luogo. Che ſe il diſegno non corriſpondeſſe eſattamente agli oggetti come ſezione delle dette piramidi, non potrebbe mai dirſi, che rappreſentaſſe quegli oggetti, i quali ſi vedrebbono dal medeſimo luogo ſotto angoli differenti, e con proporzioni diverſe da quelle, che nel diſegno appariſcono. Non baſta poi, che il diſegno ſia ſtato puntualmente eſeguito, ma per riconoſcere la corriſpondenza, che ha cogli oggetti, biſogna che l' occhio di chi lo riguarda, ſtia fermo nel punto, che fu preſo per vertice delle piramidi, perchè cangiando luogo, difficile coſa ſarebbe immaginare altri oggetti, i quali corriſpondeſſero alle ſezioni diſegnate ſulla parte ſenza incorrere in qualche inconvenienza, come a ſuo luogo dimoſtreremo. Oltre il diſegno, il quale nè può eſſere giuſto, ſenza eſſere conforme alle regole di proſpettiva, nè comparir tale, ſenza che l' occhio ſia debitamente ſituato, ſtudiano i pittori di colorire le loro tele, nel che le regole di proſpettiva non ponno eſſere di alcun ſoccorſo. Certa coſa è, che ſe foſſero tali i diſegni, quali richiedono le ſezioni delle piramidi ſopraddette, e ſe foſſero in oltre colorite le tele di maniera, che i raggi di luce rifleſſi ſopra di eſſe giugneſſero all' occhio colla ſteſſa forza, e colla ſteſſa modificazione di colore, che ſeco portano i raggi provenienti dagli oggetti, la pittura ſarebbe eſeguita con tal perfezione, che niente mancherebbe a far sì, che chi la riguarda reſtaſſe ingannato, credendo di vedere gli oggetti ſteſſi. Per ciò, che riguarda ſemplicemente il diſegno, ſe ne ponno dare regole certe, e di queſte noi parleremo, ſpiegando alcuni teoremi, che ſono il fondamento della proſpettiva; ma per quello, che riguarda i colori, e che dai pittori diceſi *proſpettiva aerea*, ove l' altra diceſi *prospettiva lineare*, non essendovi regole precise, sarebbe inutile l' intraprendere a trattare di una materia, di cui sola può essere maestra una lunga pratica, ed una diligente osservazione.

4 Spiegheremo ora alcuni termini, che comprendono le principali definizioni. Sia un piano orizzontale MS (*Fig.* 1.), che riguarderemo come un suolo, sopra cui sieno collocati gli oggetti, dei quali si vuole fare la prospettiva, e che chiameremo secondo l'uso comune, *piano geometrico*. Sia un occhio situato nel punto O superiore al detto piano, e sia condotta la perpendicolare OS. Il punto O dicesi *punto di veduta*, OS *altezza dell' occhio*, ed S *punto della stazione*. Immaginiamo un piano QX, sopra cui s' abbiano a rappresentare gli oggetti, che l' occhio vede di là dal piano, il quale suol sempre prendersi a perpendicolo sul piano geometrico. Il piano QX dicesi *piano della prospettiva*, oppure *tavoletta*, o *parete*. La comune sezione QL di questo piano col piano geometrico si chiama *linea della terra*, o *linea fondamentale*, o *linea del piano*. Dall' occhio O s' intenda condotta una perpendicolare OF sopra il piano della prospettiva. Il punto F così determinato vien detto *punto principale*, e la linea OF, *raggio principale*. Per F si conduca una linea FD paralella alla QL, e si avrà quella linea, che chiamasi *linea orizzontale*. Qualunque punto N, che s' abbia a rappresentare sulla parete dicesi *punto obbiettivo*; e se dal punto N si condurrà una linea NM perpendicolare al piano geometrico, il punto M, ove essa linea incontra il piano, dicesi *piano*, o *icnografia* del punto N, e la linea NM *altezza*, o *ortografia* del medesimo punto N. Conducendosi da qualunque punto d' icnografia come M la perpendicolare ML alla linea del piano, si avrà

la

la diſtanza di M dalla parete, e il punto L, che chiamaſi *punto d' incidenza*. S' intenderà facilmente qual ſia per eſſere la *pianta di una linea* ſuperiore al piano geometrico, e inclinata in qual ſi voglia maniera; imperocchè condotte le perpendicolari da qualunque punto della linea obbiettiva ſul piano geometrico, i punti, che verranno ſegnati in eſſo piano, formeranno una linea, che ſarà pianta di quella. Nello ſteſſo modo ſi avrà la *pianta di una ſuperficie*, baſtando per queſta ſegnare la pianta di ciaſcuna linea, che ne compone il perimetro; e in fine per avere la *pianta di un ſolido*, baſterà ſegnare ſul piano geometrico la pianta di ciaſcuna ſuperficie, che chiude il ſolido. Nella propoſta figura, in cui ſi è fatta N M retta al piano geometrico, ſarà un ſolo punto la pianta di tutta la linea; e ſe per l' occhio O s' intenderanno condotte le linee ON, OM, che paſſino per la parete ne' punti X, Z, ſarà, conforme a quello ſi è detto da principio, X la projezione, o proſpettiva del punto N, e Z del punto M, e la linea XZ, proſpettiva della N M.

5 Un'altra maniera di eſeguire la proſpettiva, che però è meno praticata della già detta, ſarebbe quella di ſupporre l' oggetto tra l' occhio, e la parete, prolungando le linee viſuali oltre l' oggetto. Ci ſomminiſtrano eſempi di queſta proſpettiva le ombre, che gettano i corpi ſopra un piano. Immaginiamo un corpo frappoſto tra un muro e un lume, che ora riguardo come un punto. E' certo, che l' ombra del corpo, o il contorno di eſſa altro non è, che la ſezione, che fa il muro della piramide ombroſa, la quale ha per vertice il lume, e per baſe la ſuperficie del corpo. Se in luogo del lume vi ſi poneſſe un' occhio, eſſendo rimoſſo il corpo, e reſtando ſul muro diſegnato il contorno

dell'

dell' ombra, l' occhio il vedrebbe ſotto i medeſimi angoli, ſotto cui avrebbe veduto il corpo. Intorno a queſta proſpettiva ſi ponno fare tutte quelle rifleſſioni, che abbiamo fatto intorno all' altra, e avvertire, che ſe la figura proſpettiva dopo di eſſere diſegnata a dovere foſſe colorita in modo, che i raggi provenienti dalla parete giugneſſero all' occhio colla ſteſſa forza, e colla ſteſſa modificazione di colore, con cui vi giungono quelli, che partono dall' oggetto, chiunque riguardaſſe la proſpettiva crederebbe di vedere l' oggetto ſteſſo, e di vederlo collocato di qua dalla parete. Non vi ſarà maggiore difficoltà per eſeguire piuttoſto l' una, che l' altra di queſte proſpettive lineari, poichè gli ſteſſi metodi ſerviranno, ſolo che ſi cangi l' ordine d' alcune proporzioni. Sembra bensì più difficile ad eſeguirſi la proſpettiva aerea, quando ſi vuole far comparire l' oggetto tra l' occhio, e la parete; imperocchè ſminuendoſi la forza, o la energia dei raggi luminoſi nello ſcoſtarſi, che fanno dal corpo, che li tramanda, que' colori artificiali, che adoperano i pittori, e che ſono ordinariamente più deboli dei colori naturali, faranno bensì comparire l' oggetto, che rappreſentano, come ſe foſſe più lontano dalla parete, ma nol faranno comparir più vicino, mentre per ottenere queſta apparenza converrebbe talmente accreſcere forza alle tinte, che ſuperaſſe quella de' colori naturali.

6 Sogliono i matematici dividere la proſpettiva in due parti; l' una, che riguarda unicamente la icnografia, e l' altra l' ortografia. Que' metodi, che inſegnano di trasferire ſulla parete le piante, cioè i punti, e le linee ſegnate ſul piano geometrico, diconſi appartenere alla icnografia; e i metodi, che ſervono

a de-a deſcrivere i punti, e le linee ſuperiori al piano geometrico, alla ortografia, che da alcuni chiamaſi ancora *ſcenografia*. Tratteremo in primo luogo della icnografia, e poi della ortografia, ſenza però obbligarci in tutto il trattato ad oſſervare rigoroſamente queſta diviſione.

SE-

SEZIONE II.

Della Icnografia.

1 SIa (*Fig.* 1.) il piano geometrico MS, l'occhio in O, la parete QX, e abbiasi un punto M sul piano geometrico, per cui condotta una linea all'occhio O, sia OM la direzione, secondo cui detto punto M è veduto dall'occhio; onde in Z, ove la linea MO passa per la parete, si ha la prospettiva del punto M. Intendasi condotta dall'occhio sulla parete la perpendicolare OF, che determini il punto principale F. Dal punto obbiettivo M si tiri sul piano geometrico la linea ML perpendicolare alla linea del piano, per avere il punto L d'incidenza. Si congiungano L, e F colla linea LF giacente sul piano della parete. Dico, che questa linea passa per Z, e che il punto Z divide la FL in due parti FZ, ZL, che hanno la proporzione delle due distanze dell'occhio, e del punto M dalla parete. Per persuadersi di ciò, basta riflettere essere l'una e l'altra linea FO, ML perpendicolare allo stesso piano QX, e per conseguenza tra loro parallele. Per la qual cosa essendo le due FL, MO nel piano di queste parallele, dovranno scambievolmente intersecarsi, e giacchè FL giace sul piano di prospettiva, ed MO incontra il detto piano in un sol punto Z, non potrà a meno la FL di non passare per Z, ove la linea MO traversa il piano. Stando le cose nella maniera spiegata, è manifesto essere simili i due triangoli FZO, MZL per cagione delle parallele FO, ML, dal che si avrà la seguente analogia FO : ML :: FZ : ZL. Pertanto stabiliremo

mo, che per trovare la prospettiva di un punto M basta condurre da esso la perpendicolare alla linea fondamentale, indi segnare sulla parete la linea F L condotta dal punto principale F al punto L d'incidenza, e in fine dividere la F L in ragione di F O ad M L, cioè in ragione della distanza dell'occhio dalla parete alla distanza del punto obbiettivo dalla medesima. Il punto trovato con questa divisione darà il punto cercato della prospettiva.

2 Per rendere comoda l'operazione disporremo il piano geometrico, e il piano di prospettiva nel seguente modo. La linea L Q (*Fig.* 2.) rappresenti la linea fondamentale, la quale dividendo in due parti il piano, su cui è segnata, s'intenda la parte inferiore appartenere al piano geometrico, ove si descrivono le piante, e la parte superiore appartenere al piano di prospettiva. Tale diverrà la rispettiva posizione di questi piani, se faremo conto, che la parete si aggiri (*Fig.* 1.) intorno alla linea L Q verso S fino a che giunga a giacere sul piano geometrico, e allora essendo que' due piani divenuti un sol piano, la linea L Q sarà in un certo modo il termine di ciascheduno. Non ostante questa differente posizione si deve ritenere lo stesso punto principale F, e la stessa linea orizzontale F D, come richiede la supposta situazione dell'occhio. Sia dunque (*Fig.* 2.) il punto principale F, a cui corrisponde perpendicolarmente l'occhio, che intenderemo collocato di là della carta, la quale superiormente ad L Q rappresenta il piano di prospettiva. Sulla linea orizzontale si prenda da qual parte si vuole del punto F una linea F D eguale alla distanza dell'occhio dalla parete, il qual punto D vien perciò detto *punto della distanza*. Sia dato nel piano geometrico un punto M,

di cui ſi cerca la proſpettiva. Da M tiriſi la perpendicolare M L alla linea fondamentale, e fatto centro in L deſcrivaſi col raggio M L il quarto di cerchio M Q, di modo che il punto Q cada riſpetto al punto L dalla parte oppoſta a quella, in cui fu preſo il punto D riſpetto al punto F, e ſi avrà L Q eguale ad M L; indi ſi congiungano i due punti F, L, e i due punti D, Q. Ove queſte linee ſi tagliano in Z, ivi ſi avrà il punto cercato. In fatti eſſendo ſimili i due triangoli F Z D, L Z Q per cagione delle parallele D F, L Q ſaranno proporzionali i lati D F : L Q : : F Z : Z L; ma D F è eguale alla diſtanza dell' occhio dalla parete, e L Q è eguale ad L M, cioè alla diſtanza del punto obbiettivo dalla linea del piano, o ſia dalla parete; dunque la linea F L ſarà diviſa da D Q nella ragione delle dette due diſtanze, la qual linea F L non è altro che la linea condotta dal punto principale al punto d' incidenza, e però il punto Z per quello, che ſi è detto all'articolo precedente, ſarà il punto di proſpettiva del punto obbiettivo M. Facciaſi la ſteſſa coſtruzione per qualunque altro punto eſtremo delle linee, che chiudono la pianta propoſta, e ſe ne avrà la proſpettiva come dimoſtra la preſente Figura.

3 Combinandoſi le coſe, che abbiamo dette ſopra le due figure 1, 2 ſi ſcorgerà qualche differenza per conto della eſecuzione, la qual differenza io chiamerò più toſto fiſica, che geometrica. Queſta conſiſte in ciò, che il diſegno fatto a norma della figura 1 s' intende da quella parte della parete, che riguarda l' occhio; ma nella figura 2 ſi fa il diſegno dalla parte della parete, che è oppoſta all' occhio, perchè, come abbiamo detto nell' articolo precedente, ſi deve ſupporre l' occhio di là dalla carta. Potrebbe naſcere uno ſcrupu-

lo a chi disegna di prospettiva, che il disegno eseguito secondo la regola prescritta fosse fatto per essere veduto da un occhio situato non già dinanzi, ma di dietro alla parete; pure se rifletterà, che il disegno o vedasi da una parte, o dall' altra, come se la parete fosse diafana, apparirà sempre lo stesso, purchè l' occhio abbia la data distanza, e stia a perpendicolo sopra il punto principale, rigetterà ogni scrupulo come vano. La sola differenza, che trovasi per queste due situazioni dell' occhio, si riduce a questo, che lo spettatore in una situazione vede dalla parte destra ciò, che nell' altra situazione vedrebbe a sinistra, e al contrario; ma tal differenza non cagiona alcun pregiudicio. Quando mai accadesse in pratica, che si avesse a tener conto di questa apparenza, dovrà il prospettivo prima di fare l' operazione rovesciare le piante, perchè allora il disegno mostrerà gli oggetti disposti a destra, e a sinistra conforme a quello, che sono realmente, o che sono immaginati dal prospettivo. Quì pure giova il riflettere, che che ne sia della differenza, di cui abbiamo parlato, che gli oggetti più vicini alla parete, e parlandosi di piante, le linee più vicine a quella del piano sono sempre le più vicine all' occhio, onde s' intenderà senza fatica quale sia la parte anteriore, e quale la posteriore di un oggetto rispetto al punto, ove l' occhio è collocato.

4 Facendosi considerazione sopra il metodo spiegato di trovare il punto di prospettiva di un dato punto obbiettivo, se ne raccolgono diverse conseguenze utili alla pratica. E primieramente se oltre il punto M si volesse disegnare in prospettiva qualunque altro punto della linea ML perpendicolare alla linea del piano, egli è chiaro, che il punto d' incidenza cadendo sem-

pre nello ſteſſo punto L, ſervirebbe per la coſtruzione di ogni punto la ſteſſa linea F L. Bensì cangierebbe luogo il punto Q per le diverſe diſtanze dei punti obbiettivi dalla linea del piano. Giacchè dunque la ſteſſa linea F L verrebbe interſecata dalle D Q ora in un punto, ora in un altro, tutti i punti di proſpettiva cadrebbero nella ſteſſa linea F L, onde la linea deſcritta ſi rivolgerebbe al punto principale. Con un ſimile diſcorſo dimoſtreremo, che qualunque altra linea obbiettiva perpendicolare alla linea del piano, poſta che ſia in proſpettiva, prenderà tal direzione, che paſſi pel punto F; e conchiuderemo, che le linee parallele fra loro, e perpendicolari alla linea del piano ſi fanno tutte convergenti al punto principale. Veggaſi la figura 3., ove ſi rappreſenta un pavimento diviſo in tanti quadrati, di modo che le linee, che fanno le diviſioni eſſendo alcune parallele alla linea del piano, ſono le altre ad eſſa perpendicolari. La proſpettiva eſeguita ſecondo il metodo ſpiegato fa vedere la convergenza delle linee al punto principale F.

5 Supponendo ora, che una linea obbiettiva M m (*Fig.* 4.) ſia inclinata ad angolo di gradi 45 colla linea del piano, dimoſtro, che la linea proſpettiva verrà deſcritta con direzione al punto della diſtanza. Prolungata la linea M m fino a che tagli la linea del piano in Q, e condotte dai punti M, m le perpendicolari M L, m l, ſe fatto centro in L ſi deſcriverà un quarto di cerchio col raggio M L, la linea del piano reſterà ſegata nel punto Q per eſſere L Q eguale ad M L; e lo ſteſſo ſuccederà, ſe fatto centro in l ſi deſcriverà un quarto di cerchio col raggio l m per eſſere l Q eguale ad l m. Per la qual coſa ſervirà la ſteſſa linea D Q per la proſpettiva di tutti i punti della M m, e ſolo cangie-

gierà di posizione la linea condotta dal punto principale ai punti d'incidenza come FL, o Fl, le quali intersecando la stessa DQ ora in un punto, ora in un altro, faranno sì che tutti i punti della linea prospettiva, che si cerca, giacciano nella DQ, che è diretta al punto della distanza. Lo stesso discorso si applicherà a qualunque altra linea parallela alla Mm, cioè a qualunque altra linea inclinata ad angolo semiretto colla linea del piano; e però conchiuderemo, che le linee prospettive di quelle linee, che nel piano geometrico sono tra loro parallele, e inclinate alla linea del piano con angolo di gradi 45, si avranno per mezzo di altrettante linee convergenti al punto della distanza. Qui bisogna avvertire, che la linea Mm potrebbe in due maniere fare angolo di gradi 45 colla linea del piano. Se essa sarà inclinata nel modo, che l'abbiamo ora considerata, la linea di prospettiva sarà diretta al punto della distanza D; ma se la sua inclinazione fosse dall'altra parte, allora la linea di prospettiva sarebbe diretta ad un altro punto della linea orizzontale tanto lontano dal punto F, quanto lo è il punto D, ma dalla parte opposta, cioè in d, il qual punto dovrà similmente riguardarsi come punto della distanza, essendo, come si disse da principio, indifferente cosa il prendere il punto della distanza o dall'una parte, o dall'altra del punto principale, purchè FD, o Fd sia eguale alla distanza dell'occhio dalla parete, e purchè il quarto di cerchio, che serve per la costruzione, si descriva rispetto al punto L dalla parte opposta a quella, in cui fu preso il punto della distanza rispettivamente al punto principale. Veggasi la figura 5, in cui si è disegnato in prospettiva un pavimento diviso in quadrati, che anno l'angolo rivolto alla linea del piano, e perchè i

lati

lati di ciascun quadrato fanno angolo di 45 gradi colla linea del piano due da una parte, e due dall' altra, si vede, che le linee prospettive sono convergenti ai due punti della distanza D, d.

6 Una linea, che nel piano geometrico sia parallela alla linea del piano, disegnata in prospettiva rimane parallela alla medesima. Si consideri, che la prospettiva di una linea altro non è che la sezione, che fa la parete di un triangolo, il quale ha per base la linea obbiettiva, e che essendo questa parallela alla parete non potrà a meno di non essere ancora parallela alla sezione, la quale per conseguenza sarà parallela alla linea del piano. Lo stesso dovrà dirsi di qualunque altra linea parallela alla linea del piano. Per tanto valendoci di una forma di dire, che corrisponda alle espressioni antecedenti, stabiliremo, che siccome le altre linee parallele concorrono in prospettiva ad un punto della linea orizzontale, così queste si facciano convergenti ad un punto posto a distanza infinita dal punto principale. Veggasi la figura 3, in cui i lati dei quadrati, che sono paralleli alla linea del piano, rimangono ad essa paralleli trasportati nel piano di prospettiva.

7 Resterebbero da considerare nella prospettiva punti di convergenza per quelle linee obbiettive, che sono parallele fra loro, e fanno angolo colla linea del piano maggiore, o minore di gradi 45; ma giacchè il farlo con brevità, e chiarezza dipende da alcune proposizioni, che spiegheremo nel seguito, per non perdere il tempo inutilmente ci contenteremo per ora di quanto ne abbiamo detto, che crediamo sufficiente per formare una giusta idea della icnografia prospettiva. Avvertiremo solamente, che detti punti di convergenza, che chiamansi *punti particolari*, o *accidentali*, e che

ca-

cadono ſempre ſulla linea orizzontale, non compariranno mai ſul diſegno come quelli, che corriſpondendo a punti obbiettivi infinitamente lontani dall'occhio, ſono a noi inviſibili. In prova di ciò oſſerviamo la figura 1, e fingiamo, che in eſſa il punto M vada traſcorrendo ſul piano geometrico allontanandoſi ſempre dal piano di proſpettiva. Per tal moto la linea viſuale taglierà il piano in un punto Z, il quale ſempre ſi andrà accoſtando alla linea orizzòntale DF ſenza mai giungervi, ſe non quando foſſe il punto M ad una infinita diſtanza, per cui diverrebbe OM parallela al piano geometrico. Con ciò ſi viene a comprovare, qualunque pianta, ſia quanto mai può eſſere eſteſa, traſportata nel piano di proſpettiva contenerſi tra la linea del piano, e la linea orizzontale; onde a chi non aveſſe altro a fare, che mettere in proſpettiva una pianta, baſterà al ſuo diſegno quello ſpazio, che reſta fra le due linee fondamentale, e orizzontale.

8 Nell' altra ſezione abbiamo indicato un altro genere di proſpettiva, che ſebbene poco ſerva alla pratica, merita però di eſſere conſiderato. Sia un oggetto tra l' occhio, e la parete, come per eſempio una linea NM (*Fig.* 11.) perpendicolare al piano geometrico. La pianta di eſſa è il punto M, che ſi vuole ora diſegnare ſulla parete, riſerbandoci poi a parlare nella ſeguente ſezione della proſpettiva di tutta la linea. E' manifeſto che condotta OM, e prolungata fino a che incontri la parete in un punto Z, ſi avrà in Z la proſpettiva di M. Da M conducaſi la linea ML perpendicolare alla linea del piano LQ per avere il punto L d' incidenza. Dal punto principale F ſi tiri FL, che prodotta ſotto la linea fondamentale non potrà a meno di non incontrare il punto Z; e quì vale la ſteſſa ragio-

gione, che si è addotta (§. 1) per l'altra prospettiva. Considerando poi i due triangoli simili Z L M, Z F O troveremo essere F Z : L Z come le due distanze dell' occhio, e del punto M dalla parete. Prendendo la prospettiva a questo modo si vede chiaramente, che qualunque punto della icnografia, che supponiamo ora descritta tra l'occhio e la linea fondamentale, va necessariamente a cadere da quella parte della parete, che si distende sotto il piano geometrico, e che quando il punto M, o altro fosse più distante dalla parete, che non è l'occhio, la linea O M non incontrerebbe più la parete se non quando fosse prolungata dalla parte superiore, nel qual caso il punto trovato non sarebbe che impropriamente la prospettiva del punto M.

9 Passando alla figura secondo che se la propongono i disegnatori, sia D F (*Fig.* 12.) la linea orizzontale, e Q L la linea del piano. Quì pure conviene riflettere, che per ottenere la presente disposizione, si fa conto, che la parete della precedente figura raggirandosi intorno alla linea fondamentale verso S siasi addattata col piano geometrico, per cui debba il punto obbiettivo M trovarsi superiore alla linea Q L. Da M si tiri la perpendicolare M L, e per L si tiri L F, e si prolunghi indefinitamente. Si prenda poi L Q eguale ad M L, ma con ordine contrario a quello, che si è fatto per l'altro metodo di prospettiva; imperocchè bisogna ora, che Q cada rispetto ad L dalla medesima parte, in cui si è preso il punto D rispetto ad F. Condotta poscia per D, e per Q la linea D Q, ove queste s'incontreranno in Z si avrà il punto cercato di prospettiva. La ragione è manifesta per essere con questa costruzione F Z : F L come la distanza dell'occhio alla distanza del punto obbiettivo dalla parete.

Che

Che ſe mai ſuccedeſſe, che L Q oppure M L foſſe eguale o maggiore di F D, cioè ſe foſſe la diſtanza dell' oggetto dalla parete eguale, o maggiore di quella dell'occhio, le due linee D Q, F L o non s'incontrerebbero, o s' incontrerebbero dalla parte ſuperiore, ſiccome abbiamo poc' anzi avvertito, e allora il punto trovato non avrebbe nella pratica alcun uſo.

SEZIONE III.

Della Ortografia.

1 ABbiasi un punto superiore al piano geometrico, di cui si vuole segnare la prospettiva. Se ne determini in primo luogo la pianta colla perpendicolare condotta sul piano geometrico, e poi si faccia la prospettiva di essa pianta secondo il metodo esposto nella precedente sezione. Preparate le cose a questo modo si troverà con una semplice costruzione la prospettiva del punto dato, ma per ben intendere l'operazione conviene premettere alcune notizie: Sia N (*Fig.* 1.) il punto dato, da cui condotta sul piano inferiore la perpendicolare N M si ha la pianta in M essendo l'altezza N M. Condotte le visuali O M, O N, che taglino la parete in Z, X sarà Z la prospettiva di M, X di N, e X Z dell'altezza N M. Si noti che la linea X Z è parallela ad M N per essere comune sezione del triangolo O M N, e del piano di prospettiva, a cui N M è parallela; onde la detta X Z sarà perpendicolare al piano geometrico, ed insieme alla linea fondamentale L Q; e però trovato il punto Z, come si è fatto nella figura 2, se per esso si tirerà una linea perpendicolare alla linea fondamentale, questa passerà necessariamente per il punto, che è prospettiva di N. Si noti in oltre, che come sta O M : O Z : : M N (altezza dell'oggetto N) : Z X (altezza prospettiva). La ragione di O M : O Z è la stessa che la ragione di F L : F Z, mentre per la similitudine dei triangoli O Z F, Z M L sono Z O : Z M : : F Z : Z L; e componendo O M : O Z : : F L : F Z; e però F L : F Z come l'altezza vera all'altezza

pro-

profpettiva. Veniamo ora alla pratica. Sia il punto M (*Fig.* 6.) la pianta di un punto fuperiore al piano geometrico, di cui fia data l'altezza. Trovato il punto Z, che fia profpettiva del punto M, e prolungata ML fino in N, di modo che NL eguagli l'altezza data, fi tiri la linea FN; indi per Z fi tiri una linea ZX parallela alla LN, e per confeguenza perpendicolare alla linea fondamentale. Per le cofe dette il punto cercato dovrà trovarfi nella linea ZX; e perchè nei triangoli fimili FLN, FZX abbiamo FL : FZ : : LN (altezza vera) : ZX, refta dimoftrato effere ZX l'altezza profpettiva, e X il punto, che fi cerca.

2. Per fegnare fulla parete qualunque altro punto fuperiore al piano geometrico, farà d'uopo ripetere la fteffa coftruzione; onde fe ad alcuno pareffe, che la defcrizione di tante linee foffe d'imbarazzo al difegno, potrebbe far a parte in un foglio feparato la predetta coftruzione, e quindi trafportare a fuo luogo le linee ritrovate. Oppure fi prolunghino le due linee fondamentale, e orizzontale o a deftra, o a finiftra oltre a quello fpazio, che appartiene al difegno da efeguirfi; e fi tiri (*Fig.* 7.) qualunque linea ER, che tagli l'una e l'altra delle predette linee nei punti E, R, e fi defcriva un'altra qualunque linea indefinita RN. Fatta la profpettiva della pianta fi prendano fopra RN le altezze dei punti obbiettivi, e fia per efempio RN l'altezza di quel punto, che infifte fopra il piano geometrico in M, e fi congiunga EN. Per Z fi tiri Zz parallela alla linea orizzontale; oppure, non effendo d'uopo defcriverla attualmente, fi noti il punto z, che nella linea ER corrifponde a Z per mezzo di una riga pofta in fituazione parallela alla linea orizzontale; indi fi faccia zx parallela ad RN, e fi trafporti in

Z X, di modo che ſta perpendicolarmente alla linea del piano. Dico eſſere Z X l'altezza proſpettiva, che ſi cerca. E in vero eſſendo le due linee F L, E R diviſe in parti proporzionali dalla Z z, come F L : F Z : : E R : E z; e perchè E R : E z : : R N : z x, ſarà pure F L : F Z : : R N (altezza vera dell'oggetto) : z x (altezza proſpettiva). Si pone ſotto gli occhi la pratica di queſto metodo colla figura 8, la quale rappreſenta un cubo, che ha per baſe, o pianta il quadrato M, e per altezza R N eguale a ciaſcun lato della baſe. Deſcrivaſi in primo luogo la proſpettiva della pianta in Z, e giacchè tutti i lati retti al piano geometrico ſono eguali tra loro, lo ſteſſo triangolo E R N ſervirà per determinare ciaſcuna altezza apparente, purchè R N ſia eguale all'altezza del cubo; onde condotte da ciaſcun angolo del quadrilatero digradato Z le linee parallele alla linea orizzontale, ove queſte tagliano E R, ſi avranno per mezzo delle parallele alla R N le altezze apparenti, o proſpettive dei lati, che ſopraſtanno a ciaſcun angolo del quadrilatero Z. Deſcritte poi le dette altezze apparenti, ſi congiungano i punti eſtremi con linee rette, e ſarà compita la proſpettiva del cubo. Trattandoſi di un ſolido, che non può vederſi tutto intiero, ſarebbe inutile diſegnare quelle linee, che reſtano coperte dai piani anteriori.

3 Per diſegnare in proſpettiva un priſma obbliquo, ſebbene ſia più lunga l'operazione, è però conforme alle regole precedenti; imperocchè deſcritti in proſpettiva i lati del priſma, i quali ora ſupponiamo inclinati al piano geometrico, ove prima erano ad eſſo perpendicolari, e congiunti i punti eſtremi con linee rette, reſterà compita la proſpettiva di tutto il ſolido. La differenza dunque di queſte due operazioni conſiſte nell'

eſe-

eſeguire la proſpettiva di una linea inclinata, che prima ſupponevaſi retta al piano geometrico. Eſſendo perpendicolare la linea, fatta la proſpettiva di quel punto, che tocca il piano geometrico, ſi ottiene nello ſteſſo tempo ſulla parete la proſpettiva della pianta dell' altro punto eſtremo della medeſima linea; indi ſi procede come nell' articolo precedente; ma ſe la linea è inclinata, fatta la proſpettiva di quel punto, che inſiſte ſul piano geometrico, non per queſto ſi ottiene ſulla parete la pianta dell' altro punto eſtremo, la quale abbiſogna per condurre a fine la coſtruzione. Per la qual coſa dovrà ſegnarſi per mezzo di una perpendicolare condotta dal punto obbiettivo ſul piano geometrico la pianta, la quale traſportata ſulla parete ſervirà unicamente per trovare colla lunghezza data della perpendicolare traſportata anch' eſſa ſulla parete il punto di proſpettiva ſuperiore al piano geometrico, che ſi cerca. Trovato che ſi abbia detto punto dovrà poi cancellarſi la pianta, che ſi era ſegnata ſulla parete, come pure l' altezza; imperocchè non corriſpondendo queſte ad alcun punto, o linea dell' oggetto, non debbono comparire nel diſegno. Sarebbe utile in queſti caſi per rendere l' operazione più ſpedita valerſi di un metodo, il quale inſegnaſſe di fare la proſpettiva di un punto ſuperiore al piano geometrico, ſenza che biſogno vi foſſe di ſegnare ſulla parete la pianta, e l' altezza. Il problema non è difficile, e potrebbe riſolverſi in più maniere. Noi ne daremo ora la ſeguente ſoluzione.

4 Proponendoſi alla mente ciò, che ſi fece colla figura 6 per mettere in proſpettiva qualunque punto ſuperiore al piano geometrico, s' intenderà facilmente, che il detto punto come X non può a meno di non trovarſi ſulla linea FN ove queſta reſta diviſa in due

par-

parti, che anno fra loro la ragione di F Z : Z L, cioè (§. 1 *Seƶ.* II.) della diſtanza dell' occhio alla diſtanza del punto obbiettivo dalla parete. Pertanto ſia dato (*Fig.* 9.) un punto ſuperiore al piano geometrico, e ſia M la pianta di eſſo. Si conduca M L perpendicolare alla linea del piano, e prolungandola fino in N, ſi faccia L N eguale all'altezza del punto dato. Si tiri dal punto principale F la linea F N, e ſulla linea orizzontale eſſendo il punto della diſtanza in D ſi prenda D I eguale ad L M. Si congiungano i punti I, N, e per D ſi tiri una parallela ad I N; ove queſta incontra F N in X, dico eſſere ivi il punto cercato. Abbiamo poc'anzi moſtrato, che il punto X, proſpettiva del punto obbiettivo dato, trovaſi neceſſariamente in quel punto della linea F N, il quale divide eſſa linea nella ragione delle due diſtanze dell'occhio, e del punto obbiettivo dalla parete; ma qui per la ſimilitudine dei triangoli abbiamo F X : X N : : F D (diſtanza dell' occhio) : D I (diſtanza del punto obbiettivo); dunque il punto X così determinato è quello, che corriſponde all' oggetto, ſenza che vi ſia ſtato biſogno per ritrovarlo di ſegnare ſulla parete e la pianta, e l'altezza proſpettiva. Mi ſono ſervito di queſto metodo per diſegnare in proſpettiva un ſolido obbliquo, come può vederſi nella figura 10, in cui però mancano molte linee, che anno ſervito per la coſtruzione, le quali ſi ſono ommeſſe per non cagionare troppa confuſione. Il priſma ha per baſe il quadrato M, e per altezza una linea eguale ad L N. Eſſendo tutti i lati egualmente inclinati al piano della baſe, cioè al piano geometrico, ſe dai punti eſtremi dei detti lati, che formano il quadrato oppoſto alla baſe, s' intenderanno le perpendicolari al piano geometrico, avremo le piante dei punti eſtremi delle linee in-

inclinate, e queſte congiunte con linee rette, comprenderanno un altro quadrato m eguale al M. Si faccia prima la proſpettiva del quadrato M ſecondo le regole della icnografia; indi col metodo poc' anzi ſpiegato ſi faccia la proſpettiva dei punti eſtremi dei lati inclinati, che conſtituiſcono il quadrato oppoſto alla baſe, de' quali punti è data la pianta per mezzo del quadrato m, e l' altezza per mezzo della linea L N. La figura moſtra la ſola coſtruzione, che riguarda il punto ſopra H, eſſendo D I eguale ad H L; e ciò baſta per intelligenza di tutta l' operazione.

5 Pare che apparteneſſe a queſta ſezione il conſiderare quale ſia per eſſere la proſpettiva di quelle linee obbiettive, che ſono parallele tra loro, ed inclinate in qualſivoglia modo al piano geometrico, ma giacchè le notizie, che ſi anno fin quì, non ſono ſufficienti per fare ſpeditamente una tale ricerca, ne tratteremo a parte nella ſeguente ſezione; e intanto avvertiremo, che ſe l'altezza di un ſolido foſſe maggiore dell'altezza dell'occhio, la quale è ſempre eguale alla diſtanza tra la linea orizzontale, e la linea del piano, la proſpettiva di eſſo ſopravanzerebbe la linea orizzontale; ſe foſſe eguale, i lati del ſolido in proſpettiva andrebbero a terminare alla linea orizzontale; e ſe foſſe minore la proſpettiva di eſſo reſterebbe tra la linea orizzontale, e quella del piano. La coſtruzione ſteſſa il fa vedere chiaramente; perchè ſe L N (*Fig.* 9) è maggiore della diſtanza tra le due linee orizzontale, e fondamentale, tutta la F N ſi eſtende ſopra l' orizzontale, ed inſieme il punto X reſta ſuperiore ad eſſa linea. Se L N è eguale, la F N coincide colla orizzontale, ed inſieme il punto X; e finalmente il punto X reſta di ſotto, ſe L N è minore. Tenendo dietro a tutte le altezze poſ-

possibili di L N viene ancora da considerarsi il caso, che essa sia nulla, e ciò avviene quando il punto obbiettivo si trova sul piano geometrico; onde questo metodo, che è stato proposto per l'ortografia, potrà ancora servire per l'icnografia. Infatti se L N è nulla, il punto N cade in L, e la linea F N in F L, e compiendo la costruzione la linea F L, cioè la linea condotta per il punto principale, e il punto d'incidenza, resta divisa in ragione delle due distanze dell'occhio e del punto obbiettivo dalla parete, che è quello che si richiede per trovare la icnografia prospettiva, come si disse (§. 1 *Sez.*II.). Questo metodo, che, come abbiamo veduto, abbraccia l'ortografia insieme e la icnografia, può rendersi ancor più generale, applicandolo a certi casi, che fin ora non abbiamo considerati, cioè quando il punto obbiettivo sia collocato sotto il piano geometrico, perchè allora in vece di prendere L N eguale all'altezza, la prenderemo eguale alla bassezza dandole una direzione contraria, e il rimanente della costruzione si farà come prima. Non starò ora a dimostrar ciò, perchè sarà facile a chi che sia il ritrovarne la ragione tenendo dietro all'ordine dei discorsi precedenti.

6 Nel secondo genere di prospettiva, per cui si suppone l'oggetto tra l'occhio, e la parete, essendo N M (*Fig.* 11) la linea obbiettiva, ed X Z la prospettiva, è facile il provare, che N M sia ad X Z, come la distanza del punto M alla distanza dell'occhio dalla parete; onde passando alla figura (12) addattata al comodo di chi disegna, se sopra il punto d'incidenza si alzerà la perpendicolare L N eguale alla linea obbiettiva, e sopra Z una linea parallela ad L N, che vada ad incontrare quella, che sia condotta per F e per N, avre-

avremo la X Z profpettiva della linea data. Nelle prefenti circoftanze una linea obbiettiva perpendicolare al piano geometrico è fempre minore della linea profpettiva, fuccedendo tutto il contrario nell' altro genere di profpettiva. Ci difpenferemo ora da molte rifleffioni, che fi potrebbero fare, perchè come abbiamo detto, quefto metodo rariffime volte può aver ufo in pratica. Formandofi un difegno fecondo quefta fuppofizione dell' oggetto tra l' occhio, e la parete, verrebbe effo ad occupare parte del piano della parete inferiore alla linea fondamentale. Chi voleffe fupporre il piano geometrico come un pavimento, che fi congiungeffe ad un muro, il quale faceffe le veci della parete, non potendofi rimovere il pavimento, refterebbe impedita la vifta di ciò, che foffe defcritto fotto di effo; onde allora fi potrebbe pretendere, che il difegno degli oggetti foffe fatto ful pavimento fteffo, e non fulla parete, lafciando a quefta la fola parte della profpettiva, che fopravanza la linea fondamentale. Non oftante, che quì abbia luogo una tale rifleffione, io credo fuperfluo il dimoftrare ciò, che fi aveffe a fare per compire il difegno, giacchè nel trattare delle ombre dei corpi diremo quanto bafta per foddisfare alla prefente ricerca.

SEZIONE IV.

Della profpettiva delle linee convergenti, e delle linee parallele.

1 SEbbene i teoremi generali non fieno il più delle volte utili alla pratica, fe non inquanto, che col reftringerne l' ampiezza, fi riducono a que' cafi particolari, de' quali il pratico abbifogna, pure non può negarfi, che non giovino molto per intendere la conneffione, e il rapporto, che anno le cofe fra loro, e per formare un' idea compita della fcienza. Per quefta ragione non crederò fuor di propofito il confiderare in termini generali quale apparenza fieno per avere quelle linee obbiettive, che concorrono ad un medefimo punto, e quelle che fono tra loro parallele. Poniamo che due, o più linee (*Fig.* 13.) concorrino ad un punto N pofto di là dalla parete rifpetto all' occhio O. Tirifi la linea ON, ove quefta taglia la parete in X, fi avrà quivi il punto, a cui concorrono le linee profpettive. La cofa non può effere altrimenti, perchè effendo il punto N comune a tutte le linee obbiettive, anche il punto di profpettiva in X farà comune a tutte le linee profpettive, le quali perciò faranno convergenti al punto X. La ragione per fe è chiariffima, pure fe la vorremo tale che fi addatti a tutti i cafi poffibili, fi confideri, che ciafcuna linea obbiettiva è bafe di un triangolo fatto dalle linee vifuali, che partono dal punto O; che i piani di quefti triangoli anno per loro comune fezione la linee ON; che la parete interfecando i predetti piani, taglia altresì la linea della comune loro fezione in un punto, il quale

farà

ſarà il concorſo delle linee proſpettive, cioè di quelle linee, che ſi formano per la ſezione della parete con ciaſcun piano triangolare. Da queſta dimoſtrazione ne ſegue, che ſe il punto, a cui concorrono le linee obbiettive cadeſſe tra la parete, e l' occhio, come in M, condotta OM, e prolungata fino che tagli il piano della parete in Z, ſi avrebbe in Z il punto del concorſo delle linee proſpettive. Servirà la ſteſſa coſtruzione, ſe le linee obbiettive foſſero dirette ad un punto come R più lontano dalla parete, che non è l' occhio, perchè per avere il punto della convergenza delle linee proſpettive, baſterà condurre per R e per O una linca, e notare quel punto Y, che eſſa incontra nella parete.

2 La propoſizione può renderſi ancor più generale; imperocchè non ſolo le linee obbiettive convergenti ad un medeſimo punto ſi fanno convergenti ad un punto nel piano di proſpettiva, ma ancora tutte le linee, che vanno ad incontrare la ſteſſa linea ON, che paſſa per l' occhio O. Immaginiamoci altre linee obbiettive oltre quelle, che concorrono al punto N, le quali incontrino in qualſivoglia punto la linea ON; dico che tutte le loro linee proſpettive ſaranno convergenti al punto X, valendo la ſteſſa ragione poc' anzi addotta per le linee, che concorrono al punto N.

3 E' degno d' oſſervazione potere qualche volta ſuccedere, che due, o più linee convergenti ad un punto, abbiano le linee proſpettive tra loro parallele. S' intenda per O condotto un piano parallelo al piano della parete. Le linee obbiettive convergenti ad un punto, qualunque egli ſia di detto piano, avranno le linee proſpettive tra loro parallele. Seguendo la coſtruzione, che ſi è poc' anzi ſpiegata, conviene con-

durre per l' occhio O, e per il punto, a cui ſono dirette le linee obbiettive, una retta linea, e queſta prolungarla fino a che tagli la parete; ma giacchè i predetti due punti ſono in un piano parallelo alla parete, ſarà pure ad eſſa parallela la linea deſcritta, e però non l' incontrerà mai; oppure ſe vogliamo parlare col linguaggio conceduto ai geometri, l' incontrerà ad una infinita diſtanza. Per la qual coſa eſſendo le linee proſpettive dirette a un punto infinitamente lontano, ſaranno tra loro parallele, e avranno tutte la ſteſſa inclinazione colla linea fondamentale. Per conoſcere queſta inclinazione, immaginiamoci un piano H G (*Fig.*14.), che paſſi per l' occhio, e che ſia parallelo alla parete, e ſia in eſſo un punto N, a cui concorrano quante linee ſi vuole. Sia O F il raggio principale, e ſia N X condotta perpendicolarmente all' uno, e all' altro piano, e ſi prolunghi oltre la parete in Q; indi ſi congiungano i punti F, X. Egli è chiaro, che la proſpettiva di Q X giace nella linea F X; imperocchè deſcrivendoſi O Q deve queſta neceſſariamente trovarſi nel piano del rettangolo F N, e tagliare F X in un qualche punto Z. Abbiamo dunque X Z proſpettiva di Q X, e prolungando X Z fino alla linea fondamentale, avremo l' angolo in A eguale alla inclinazione di X Z, e di tutte le linee proſpettive corriſpondenti a quelle linee, che concorrono al punto N. Per O, e per N ſi tiri O N, che tagliando la B G in un punto B farà ivi un angolo eguale all' angolo in A, giacchè per eſſere parallele le due linee F X, O N incontreranno con eguale inclinazione il piano geometrico ne' due punti A, B. Ora pertanto chi vuol ſapere la inclinazione delle linee proſpettive, baſta condurre per l' occhio O, e per il punto N una retta, la quale per

le

le cose dette farà un angolo in B, cioè un angolo col piano geometrico eguale alla inclinazione cercata. Valendo questa costruzione quando si tratta di più linee, che concorrono ad un medesimo punto, come N, dovrà pure valere trattandosi di una sola linea, di cui si cerchi la inclinazione, che avrà nel piano di prospettiva colla linea fondamentale. Imperocchè essendo notato il punto, come N, ove la linea data incontra il piano H G, ed essendo condotta una linea per l' occhio O, e per N resta dimostrato, per ciò che si è detto, essere la inclinazione di questa linea col piano geometrico eguale alla inclinazione della linea prospettiva.

4 Per trarre tutto quel vantaggio, che si può dalle cose dette in questa sezione, ci proporremo ora come problema di trovare sulla parete quel punto, a cui concorrono le linee prospettive essendo data di posizione la retta linea (*Fig.*15.), che passa per l' occhio O, e per il punto N, ove concorrono le linee obbiettive. Questa linea ON sia data di posizione per mezzo di due angoli, che ora indicheremo. Si prolunghi ON fino al piano geometrico in Q. Per Q, e per S punto della stazione, si tiri QS sul piano geometrico, che incontri la linea fondamentale in L. Chiamerò questa linea QL *base*, *o pianta* della QN, perchè se da ciascun punto di QN si fanno cadere sul piano geometrico delle perpendicolari, si viene a disegnare QL. Posto che sia dato l' angolo, che fa la base in L colla linea fondamentale, e che sia dato l' angolo OQS inclinazione di QN col piano geometrico, e che in oltre si sappia da qual parte rispetto all' occhio la linea QN incontra il piano geometrico, la posizione della linea QN non può essere che una sola, e però resta determinata. Per trovare con questi dati, e col mezzo di

una

una coſtruzione fatta ſulla parete il punto X proſpettiva di N, avvertiremo in primo luogo, che condotta O A dall' occhio a quel punto della linea orizzontale, per cui paſſa L X, l' angolo O A F ſi fa eguale all' angolo dato in L, giacchè oltre all' eſſere parallele la linea orizzontale, e la fondamentale, ſono pure parallele le due O A, S L lati oppoſti del rettangolo A O S L. In ſecondo luogo che l' angolo A O X è eguale all' angolo dato in Q per le ſteſſe parallele A O, L Q. Nel punto principale F ſi alzi ſulla parete la linea F P ad angoli retti colla linea orizzontale, ed eguale alla diſtanza F O, e ſi tiri P A. I due triangoli P F A, A O F ſono eguali per eſſere rettangoli in F, e per eſſere F P eguale ad F O, e F A comune, onde avremo A O eguale ad A P, e l' angolo P A F eguale all' angolo F A O; per la qual coſa ſe ſarà condotta da P una linea per modo, che colla orizzontale faccia un angolo eguale all' angolo F A O, o all' angolo dato L, eſſa neceſſariamente incontrerà la linea orizzontale nel punto A. Si prenda A G eguale ad A P, e ſi congiunga G X. I triangoli X A G, X A O ſono eguali, perchè ſono rettangoli in A, e perchè A G è eguale ad A O, ed A X comune, e però l' angolo in G eguale a X O A, cioè all' angolo dato Q. Onde ſe trovato il punto G ſarà condotta una linea G X con angolo eguale al dato Q, eſſa neceſſariamente incontrerà la linea A X nel punto cercato X.

5 Per poco che ſi rifletta a queſta coſtruzione ſi manifeſta eſſere coſa indifferente il deſcrivere F P o di ſopra, o di ſotto della orizzontale, perchè dovendoſi determinare il punto A baſta che l' angolo in F ſia retto, e che ſia l' angolo oppoſto a P F eguale al dato L. Non così potrà dirſi della linea A X, e di tutto

il

il triangolo A G X, perchè ſe la linea O X, che paſſa per l' occhio O, invece d' incontrare il piano geometrico in un punto più lontano, che non è il punto S dalla parete, lo incontrerà in un punto più vicino, oppure in un punto, che ſi trovi di là dalla parete, allora il punto X con tutto il triangolo X A G cadrà di ſotto alla linea orizzontale. Ma qui ſenza perdere tempo in deſcrivere tutti i caſi poſſibili, che ponno occorrere, e che ciaſcuno ſcoprirà ſenza difficoltà, traſporteremo la preſente coſtruzione alle figure 16, 17, quali ſe le ſogliono rappreſentare i proſpettivi ne' loro diſegni. Sia F il punto principale, F A la linea orizzontale, L K la linea del piano. Sia data di poſizione quella linea, che paſſa per l' occhio, e per il punto, ove concorrono molte linee obbiettive. In F ſi alzi la perpendicolare F P eguale alla diſtanza dell' occhio, e ſi tiri P A di modo, che l' angolo P A F ſia eguale all' angolo, che fa la baſe della linea data di poſizione colla linea del piano. Come per eſempio ſe H R foſſe la baſe della data linea, converrà deſcrivere la P A in modo, che ſia parallela ad H R, perchè così facendo ſi avrà l' angolo in A della miſura, che ſi richiede; e il punto A cadrà da quella parte riſpetto ad F, che eſige la preſente ſuppoſizione. In A ſi deſcriva la perpendicolare A X, indi preſa A G eguale ad A P, ſi tiri per G una linea, che faccia colla orizzontale un angolo eguale alla inclinazione della linea data col piano geometrico. Il punto X trovato per la interſecazione delle due linee G X, A X è quello appunto, che ſi cerca. Per conoſcere da qual parte debba cadere il punto X riſpetto alla linea orizzontale, e però ſe abbia a ſervire per regola della coſtruzione la figura 16, o la 17, è neceſſario riflettere da qual parte ri-

ſpet-

ſpetto all' occhio incontri il piano geometrico la linea data di poſizione. Imperocchè ſe lo incontra da quella parte, ove ſta la parete, ſi farà la coſtruzione come moſtra la figura 17, e ſe dalla parte oppoſta, ſervirà di regola la figura 16.

6 Paſſando a trattare della proſpettiva delle linee parallele, ci riuſcirà comodo il riguardarle come linee, che concorrano ad un punto infinitamente lontano per valerci degli ſteſſi metodi, che abbiamo ora ſpiegati; e ſiccome ſi è dimoſtrato, che tutte le linee, che concorrono a qualunque punto N della linea O N (*Fig.* 13) ſono in proſpettiva convergenti al punto X, ciò deve verificarſi ancora nel caſo, che ſi ſupponga eſſere il punto N ad una infinita diſtanza dal punto O. Giacchè però tutte le linee, che concorrono colla O N ad una infinita diſtanza, ſono tra loro parallele, e altresì parallele alla O N, avranno la ſteſſa inclinazione col piano geometrico, e le loro baſi ſaranno angoli eguali colla linea fondamentale. Onde ſenza avere alcun riguardo a quella linea, che paſſa per l' occhio, data che ſia la poſizione di una delle parallele, queſta notizia baſterà per trovare ſulla parete il punto, ove concorrono le linee proſpettive. Ritornando alle figure 16, 17 immaginiamoci una linea obbiettiva, che s' innalzi in qual modo ſi vuole ſopra il piano geometrico, la quale incontri il piano in un qualche punto, come R, e abbia per baſe una linea, come H R. L' angolo, che forma la linea obbiettiva colla baſe in R, ſarà l' angolo della ſua inclinazione; e prolungandoſi la baſe H R fino alla linea del piano, ſi avrà in L l' angolo della baſe colla linea del piano. Con queſti due angoli, che ſono comuni a tutte le altre linee, le quali ſi ſuppongono parallele alla linea data, ſi determinerà il punto

X,

X, come si è fatto per le linee convergenti. In F si alzi una perpendicolare F P eguale alla distanza dell' occhio. Per P si tiri P A parallela ad H L per avere l' angolo P A F eguale all' angolo H L K. Si prenda A G eguale ad A P, e per A si descriva ad angoli retti colla orizzontale una linea, e un' altra se ne descriva in G, che faccia un angolo eguale alla inclinazione della linea obbiettiva; ove s' incontreranno queste due linee in X, ivi si avrà il punto del concorso di tutte le linee prospettive, come si raccoglie dalle cose dette negli articoli precedenti. Qui pure conviene avvertire, che il punto X può cadere e sopra, e sotto l' orizzontale, come nelle linee convergenti. Per ben distinguere questi casi differenti, che dipendono dalla posizione della linea data, proporremo ora questo esame nel supposto, che abbiamo fatto, che la linea data incontri il piano geometrico nel punto R trovandosi la parete tra l' occhio, e il detto punto. Si consideri la inclinazione di questa linea, per cui o sarà ottuso l' angolo dalla parte di L, o sarà acuto. Essendo ottuso l' angolo, egli è manifesto, che quella linea fra tutte le parallele possibili, la quale passa per l' occhio, andrà ad incontrare il piano geometrico in un punto, che avrà maggiore distanza dalla parete di quella dell' occhio, onde il punto X cadrà sopra la linea orizzontale, valendo lo stesso raziocinio, che si è fatto per le linee convergenti. Che se l' angolo in R fosse acuto verso L, giacchè la parallela condotta per l' occhio incontrerebbe il piano geometrico in un punto, che rispetto all' occhio si troverebbe da quella parte, ove sta la parete, è forza, che il punto X cada sotto l' orizzontale. Insomma per decidere della situazione del punto X, bisogna ricorrere a quella parallela, che passa per l' occhio, ed esa-

eſaminare da qual parte eſſa incontri il piano geometrico, giacchè da queſto dipende il luogo del punto X.

7 Accade ſpeſſo a chi diſegna di dovere mettere in proſpettiva una ſerie di frontiſpizii rettilinei, i quali eſſendo ſimili, ſomminiſtrano molte linee rette fra loro parallele, ed inchinate al piano geometrico. Gioverà per facilitare l'operazione il trovare il punto, a cui in proſpettiva concorrono le linee predette. Sia per eſempio (*Fig.* 16.) HR la icnografia di un muro, che abbia uno, o più ordini di fineſtre coi frontiſpizii rettilinei. Ciaſcun frontiſpizio può riguardarſi come un triangolo, in cui i due lati, che ſi alzano ſopra la baſe, fanno con eſſa angoli eguali in tal modo però, che un lato ſia nella ſerie di quelle linee, che rivolgono l'angolo acuto verſo la parete, mentre le linee, che formano l'altro lato, rivolgono l'angolo ottuſo. Non oſtante queſta diverſa poſizione trovaſi per le une, e per le altre la ſteſſa linea della baſe, la quale eſſendo parallela al muro, può ſervire nella preſente coſtruzione per linea della baſe la ſteſſa linea HR; onde condotta per P la PA parallela ad HR, e preſa AG eguale ad AP reſta ſolo da deſcrivere in G una linea, che faccia colla orizzontale un angolo eguale a quello, che fanno le linee dei frontiſpizii colla baſe, o ſia col piano geometrico. Queſto angolo ſecondo Vitruvio è di gradi ventidue e mezzo, onde condotta in G una linea, che faccia colla orizzontale il predetto angolo, ove queſta incontra la perpendicolare, che paſſa per A, ivi ſi avrà il punto cercato. Perchè abbiamo ora due ordini di linee parallele, delle quali le une rivolgono l'angolo acuto verſo la parete, e le altre l'angolo ottuſo, due ſaranno i punti, che ſoddisfanno uno ſuperiore, e l'altro inferiore alla linea orizzontale; e perchè

l'anl' angolo della inclinazione è eguale per tutte le linee, dovranno farsi eguali gli angoli in G col descrivere da questo punto due linee, una delle quali s' alzi, e l' altra s' abbassi egualmente sotto l' orizzontale; con che si rende manifesto, che i due punti cercati si trovano nella stessa perpendicolare, ed egualmente distanti dalla linea orizzontale.

8 Ciò che si è detto (§. 6.) supplirà a quello, che abbiamo ommesso nella Sezione II., e III, mentre può servire a mettere in chiaro lume quale sia la legge, con cui le linee parallele per cagione della prospettiva si trasformano in linee convergenti. E in primo luogo supponiamo, che le linee parallele abbiano ciascuna per base una linea R H perpendicolare alla linea del piano. Per la costruzione è manifesto, che il punto A coinciderà col punto F, e che il punto X cadrà nella linea F P prodotta indefinitamente e di sopra, e di sotto della orizzontale. Dunque nel caso presente il punto di convergenza di tutte le linee prospettive si trova in quella linea, che passa per il punto principale, e che fa angoli retti colla orizzontale; e giacchè F G diviene ora eguale ad F P, se l' angolo della inclinazione, a cui si costruisce eguale l' angolo G, sarà semiretto, il punto di convergenza sarà distante dalla linea orizzontale, quanta è la distanza dell' occhio dalla parete. Nelle inclinazioni minori dell' angolo semiretto il detto punto si accosterà al punto F, e si allontanerà nelle maggiori. Se la inclinazione fosse nulla, cioè se le linee obbiettive giacessero nel piano geometrico, oppure fossero parallele al detto piano, il punto di convergenza cadrebbe nel punto F; dal che ne segue, che tutte le linee perpendicolari al piano della parete poste in prospettiva si facciano convergenti al

punto principale. Finalmente ſe la inclinazione foſſe di gradi 90, il punto X, cioè il punto di convergenza ſi ſcoſterebbe all' infinito dal punto F per cagione dell' angolo retto in G; lo che fa vedere, che tutte le linee parallele fra loro, e perpendicolari al piano geometrico rimangono paralleſe nella parete, e ſi alzano perpendicolarmente ſopra la linea del piano.

9 Supponiamo in ſecondo luogo, che qualunque linea R H faccia angolo ſemiretto colla linea del piano, il perchè ſarà pure ſemiretto l' angolo P A F, ed F A eguale ad F P; e però il punto A cadrà nel punto della diſtanza. Dunque nel caſo preſente tutte le linee proſpettive ſi fanno convergenti ad un punto di quella linea, che paſſa per il punto della diſtanza, e che è perpendicolare alla linea orizzontale. Se l' angolo della inclinazione, a cui è eguale l' angolo G, foſſe nullo, cioè ſe le linee obbiettive foſſero parallele al piano geometrico, il punto X cadrebbe nel punto A, e le linee proſpettive diverrebbero convergenti al punto della diſtanza. Se la inclinazione foſſe di gradi 90, e però retto l' angolo in G, tutte le linee proſpettive concorrerebbero ad un punto infinitamente lontano dal punto A, e perciò ſarebbero tra loro parallele, e perpendicolari alla linea del piano; lo che appunto ſi accorda con quello, che per ultimo ſi è dimoſtrato nell' articolo precedente.

10 Finalmente ſe ſupponiamo, che ciaſcuna baſe R H ſia parallela alla linea del piano L K, giacchè PA ſi conduce parallela ad R H, ſi troverà il punto A ad una infinita diſtanza dal punto principale F, e il triangolo X G A ſarà infinito. Per la qual coſa tutte le linee, che ſono convergenti al punto X, ſaranno parallele alla linea G X; ma l' angolo in G per coſtruzione

è eguaè eguale all'angolo della inclinazione; dunque le linee prospettive egualmente che le linee obbiettive saranno tra loro parallele, e avranno la stessa inclinazione colla linea del piano, che anno queste col piano geometrico.

11 Nella seconda Sezione dopo di avere dimostrato quella proposizione, che è il fondamento della icnografia prospettiva, abbiamo da essa dedotte alcune conseguenze, che riguardano i punti particolari, o sieno que' punti, a' quali sembrano concorrere per cagione della prospettiva le linee parallele descritte nel piano geometrico. Le stesse conseguenze si sono ora dedotte in una maniera più universale; anzi se restringeremo il discorso alla sola icnografia, la costruzione eseguita nella figura 16, e 17 si renderà più semplice; imperocchè trattandosi di linee, che giacciono sul piano geometrico, e che perciò coincidono colle loro basi, e fanno con queste un angolo nullo, svanisce affatto il triangolo A G X, e il punto X coincide col punto A. Per trovar dunque il punto di convergenza rispetto alle linee parallele descritte nel piano geometrico, essendo (*Fig.* 18.) F il punto principale, F X la linea orizzontale, L K la linea del piano, e H R una delle parallele descritta nel piano geometrico, si tiri F P ad angoli retti colla orizzontale, e di lunghezza eguale alla distanza dell'occhio; indi per P si tiri una parallela ad H R, il punto X, che essa incontra nella orizzontale, sarà il punto cercato. Per questa costruzione si riconoscerà facilmente quando il punto X cada nel punto principale, quando nel punto della distanza, e il tutto si troverà accordare con quello, che si disse nella seconda Sezione.

SE-

SEZIONE V.

Della Profpettiva delle ombre.

1 PEr nome d' ombra fuole intenderfi dai pittori una fuperficie, a cui fia impedito il lume per la interpofizione di un corpo opaco. Qualunque punto, che fpanda raggi di luce può dare occafione, che fi formino ombre; onde parlandofi in tutto rigore infinite fono le ombre, che i corpi producono, giacchè effendo illuminati, ogni punto della loro fcabra fuperficie fpande raggi d' intorno, ed effendo opachi, fono d' impedimento alla propagazione del lume. Per la mefcolanza delle ombre fi fcorgono le parti di ciafcun oggetto altre più altre meno ofcure; anzi pare, che tra i pittori quefto termine d' ombra fia relativo, poichè la fteffa fuperficie, che foffe mezzanamente illuminata rifpetto ad un' altra, che il foffe maggiormente, fi prenderebbe per ombra, e quella fteffa fi direbbe efpofta al lume rifpetto ad una, che foffe più ofcura.

2 Egli è molto importante di ben conofcere la natura delle ombre, mentre da effa principalmente dipende l' arte della pittura. In fatti tutto fi riduce a mefcolanza di colori più, o meno chiari, e poffiamo dire ancora più, o meno ofcuri. Dal chiaro, e dall' ofcuro difpofti con maeftria fi rapprefentano le ombre, che fanno parere il dipinto come di rilievo, e dal confine di un colore con un altro, o di un chiaro con un' ofcuro apparifce non folo il contorno di una figura, ma di ciafcuna fua parte. Quefta fcienza della profpettiva poco può giovare per ciò, che riguarda in generale la defcrizione delle ombre, non tanto per colpa

fua,

ſua, quanto che mancano le notizie, che debbono precedere le regole di proſpettiva. Imperocchè ſebbene foſſe baſtantemente nota la diſpoſizione di tutte le parti di un oggetto, non per queſto ſarebbe facile il conoſcere tutte le condizioni delle ombre, che ſi formano per le prominenze delle parti, ricevendo l' oggetto raggi di luce da tutti i corpi, che ſono a lui d' intorno; ed è aſſai manifeſto, che da queſti riceve tanta luce, che ſe reſtaſſe privo dei raggi, che provengono direttamente dal ſole, baſterebbe il lume riſleſſo per renderlo chiaramente viſibile. Per deſcrivere queſte ombre, che ſi formano dai raggi riſleſſi, e che i pittori ſogliono chiamare coi nomi di *chiaro-oſcuro*, di *ombre sfumate*, e di *sbattimenti*, niuna regola ſi può ſtabilire a vantaggio, e comodo dei pratici. Che ſe vorremo conſiderare quell' ombra ſola, che ſi forma da un corpo opaco, allorchè ſi preſenta a un corpo lucido, che ſpande raggi d' intorno, come fa il ſole, e la luna, e qui fra noi una candela acceſa, o altra ſimile fiamma, ſarà più facile il dar precetti, che giovino al proſpettivo. Per meglio intendere ciò, che ſiamo per dire, conſidereremo prima queſte ombre come ſono in ſe ſteſſe ſenza riguardo a ciò, che debbono comparire in proſpettiva.

3 Sia un punto lucido in B, e ſia (*Fig.* 19.) un corpo in A C, che ſupporremo di figura sferica. Sieno condotte da B le tangenti come B A, B C, le quali ponno riguardarſi come raggi di luce, che partono dal punto B. Queſte tangenti condotte d' intorno al corpo formano una ſuperficie conica, che ha per vertice il punto B, e ſervono non ſolo per diſtinguere quella parte del globo, che riceve lume da quella, che non ne riceve punto, ma ancora per far vedere in qual

mo·

modo, e con qual direzione ſi propaghi l'ombra. Tutti i punti dentro il cono dalla parte riſpetto al globo oppoſta al punto B non ponno ricevere lume, onde tutto ciò, che s'incontra dentro alla detta ſuperficie del cono rimane immerſo nell'ombra. Lo ſteſſo corpo A C eſſendo opaco ſarà da una parte illuminato, e dall' altra oſcuro, e i punti del contatto di quelle linee, che formano il cono, preſcriveranno il confine della parte illuminata, e della oſcura. La ſuperficie del globo rivolta verſo il punto lucido non reſta egualmente illuminata per la ragione, che ciaſcun punto non riceve i raggi, che vengono dal punto B, colla ſteſſa inclinazione. Per ſpiegar ciò più chiaramente ſia (*Fig.*20.) un punto lucido in B, e ſia un piano in C A, e un altro in C D più obbliquo del primo riſpetto ai raggi provenienti da B. Egli è certo, che tolto di mezzo il piano C A, tutti que' raggi, che illuminavano il piano C A, ſerviranno ora a illuminare il piano C D, che per eſſere più obbliquo, ſarà ancora più eſteſo dell' altro, onde la ſteſſa luce dilatandoſi per uno ſpazio maggiore diverrà più rara. Dunque per la maggiore obbliquità dovrà parimente ſuccedere, che nella ſuperficie del globo vi concorra più luce verſo il punto di mezzo, che verſo i punti eſtremi A, C. Ho avvertito ciò, non già per proporre alcuna regola di diſtribuire i lumi nel dipingere, ma perchè così eſigea la natura di ciò, di cui ſi parla; imperocchè per diſtribuire i lumi non ſi anno a conſiderare gli oggetti come ſono in ſe ſteſſi, ma come appariſcono; e chi guarda un globo illuminato, come ſi è detto, non vede il maggior lume nel punto di mezzo, ma bensì là dove la rifleſſione dirige il lume all' occhio; e potrebbe eſſere tale la ſituazione di chi guarda, che poco a lui pareſſe illuluminato il globo nel punto di mezzo, ove riceve maggior luce.

4 Quanto più lontano sarà il punto B dal globo A C (*Fig.* 19.), tanto più si accosteranno ad essere tra loro parallele le tangenti B A, B C per cagione della diminuzione dell' angolo in B; di modo che se il punto B fosse ad una infinita distanza, sarebbero paralleli i raggi di luce da esso provenienti, e l' ombra in vece di essere conica acquisterebbe la forma di cilindro.

5 L' ombra considerata a questo modo si trova per tutto della stessa densità, giacchè ciascun punto dentro il cono ombroso o sia vicino al confine dell' ombra, o nel mezzo resta affatto privo di luce; onde se tale ombra incontrasse la superficie di un altro corpo, sopra di essa comparirebbe radente, cioè senza penombra. Non così potrà dirsi, se in vece di un punto lucido ne supporemo altri ancora. Sieno per esempio due i punti lucidi B, b (*Fig.* 21.). Condotte le tangenti per definire quelle ombre, che ciascun punto cagiona, mescolandosi queste insieme faranno si, che l' ombra totale non resti egualmente oscura in ogni sua parte. In fatti prolungandosi le due linee B A, b C, comprenderanno esse uno spazio in FACe, dentro a cui non può insinuarsi per retta linea alcun raggio di luce proveniente o dal punto B, o dal punto b. Prolungandosi poi le altre due linee B C, b A si avranno due spazj F A f, E C e, dentro a' quali non cadranno se non i raggi provenienti da un sol punto, essendo intercetti quelli dell' altro; e se un piano ricevesse l' ombra in E f, vi si scorgerebbe una differente densità, essendo quanto può essere oscura l' ombra in F e, e meno oscura di quà, e di là in E e, F f. Per ciò, che ora si è detto, resta bastantemente distinta l' ombra dalla penombra,

perchè nel caſo propoſto tutto il tratto F e appartiene all' ombra, e F f, ed E e appartengono alla penombra, la quale eſſendo meſcolata con alcuni raggi di luce, nè può dirſi ombra, e nè meno può andar del pari con quella luce, che non reſta per alcun modo impedita dalla interpoſizione del corpo opaco.

6 La figura dell' ombra prodotta dai due punti lucidi B, b, e ricevuta ſopra un piano, o ſi conſideri unita alla penombra, o ſenza di eſſa non potrà mai eſſere circolare. Per riconoſcerne la forma, biſogna vedere in qual modo ſtieno le ſezioni, che ſi fanno dal piano E f ſopra i due coni ombroſi. Eſſendo i due punti B, b egualmente lontani dal centro del globo, e fra loro diſtanti quanto è il diametro di A C, le due linee B F, b e ſaranno tra loro parallele, e la dimenſione dell' ombra preſa nel piano, in cui ſi trovano i due punti B, b, e il centro del globo, ſarà ſempre la ſteſſa in qualunque diſtanza dal globo; ma la penombra ſi andrà dilatando nelle maggiori diſtanze. Se la linea B b foſſe maggiore del predetto diametro, le linee B F, b e ſarebbero convergenti dalla parte dell' ombra, la quale perciò terminerebbe in un punto a quella diſtanza, che richiedeſſe la proporzione tra il diametro del globo, e la linea B b, ed inſieme la diſtanza dei punti B, b dal globo A C. Oltre a quel punto ſeparandoſi i coni l' uno dall' altro ſvanirebbe affatto l' ombra, e ſolo ſi vedrebbero ſul piano due circoli, o piuttoſto due elliſſi egualmente oſcure, e diviſe fra loro, una delle quali ſarebbe l' ombra del punto B, e l' altra del punto b; ma così l' una come l' altra dovrebbe dirſi penombra. Finalmente ſe B b foſſe minore del diametro, le linee B F, b e ſarebbero divergenti dalla parte dell' ombra, la quale perciò ſi andrebbe

be ſempre dilatando nello ſcoſtarſi dal globo, e ſi eſtenderebbe all' infinito.

7 I corpi, che tramandano tanta luce, che ſia capace di illuminare ſenſibilmente gli oggetti, non ponno riguardarſi come punti; onde ſarà neceſſario, che alle ombre ſieno ſempre congiunte le penombre: e per ben comprendere queſta unione gioverà la teoria, che abbiamo dato, ſebbene non ſi ſieno conſiderati ſe non due punti lucidi. Suppongaſi pure, che tra B, b vi ſia una ſerie continuata di punti lucidi, oppure che eſſi non ſolo ſieno diſpoſti in una retta linea tra B, b, ma che compongano una ſuperficie o circolo, che abbia per diametro la linea Bb; ſarà ſempre vero, che niun raggio di luce potrà inſinuarſi dentro lo ſpazio FACe, e che l' ampiezza dell' ombra verrà definita nello ſteſſo modo. Sarà pur vero, che dentro l' angolo FAf, o ECe vi ſarà qualche luce, che meſcolandoſi coll' ombra cagionerà la penombra. Queſto ſolo conviene avvertire di più, che la penombra non ſarà della ſteſſa intenſione per tutto, come dovea ſuccedere nel caſo precedente, ma ſi avrà una continuata degradazione, per cui la penombra diverrà più oſcura quanto più ci accoſteremo all' ombra, e più chiara quanto più ci ſcoſteremo da eſſa. E la ragione è, perchè preſo un punto come h, e condotte le tangenti intorno al corpo AC, queſte incontreranno il corpo lucido dividendolo in due parti talmente che quella, che reſta verſo B ſarà incapace di tramandare raggi di luce al punto h, il quale però ne riceverà da tutta la parte, che reſta verſo b; e ſiccome quanto più il punto h ſi accoſterà ad e, tanto maggiore ſarà la parte del corpo lucido, che ſi naſconde dietro al corpo AC, così l' ombra verſo e ſarà più denſa. Non ſarebbe difficile aſſegna-

gnare con qual proporzione procedano questi gradi di densità, dovendo essere proporzionali ai segmenti del corpo lucido, che fanno le linee tangenti; ma non essendo utili alla pratica queste ricerche, noi le tralascieremo. Anzi non credo nè men necessaria per la pratica una esatta descrizione delle penombre, bastando conoscere la direzione di ciascuna ombra, lo che si ottiene supponendosi, che il corpo lucido sia come un punto. Per la qual cosa noi il supporemo tale; e chi volesse usar maggior diligenza, e valersi delle regole di prospettiva per determinare precisamente ancor le penombre, dovrebbe cercare ciascuna ombra particolare, che producono diversi punti presi nel contorno del corpo lucido, e dalla mescolanza di queste verrebbe in cognizione della penombra.

8 Essendo un corpo lucido in B (*Fig.* 22.), che riguardo ora come un punto, ed una linea M N, di cui si vuole saper l'ombra projettata sul piano, a cui suppongo M N perpendicolare, dal punto B si tiri al piano la perpendicolare B C, e si descrivano B N, C M prolungandole, finchè s'incontrino in V. Dico essere M V l'ombra della linea M N. Per essere M N, e C B perpendicolari al medesimo piano, si troveranno esse in un piano medesimo, in cui parimente vi sarà tutto il triangolo C V B; dal che ne segue, che ciascun punto di M V debba restar nascosto al punto lucido B per la interposizione di M N, che è lo stesso che dire, l'ombra si propaga per tutta M V. Se l'altezza del punto lucido B C fosse eguale, o minore di M N, l'ombra si estenderebbe all'infinito, perchè le due linee B N, C M non potrebbero mai incontrarsi dalla parte dell'ombra. Se la linea M N fosse inclinata al piano, converrebbe allora cercare l'ombra del punto estre-

eſtremo N, e poſcia condurre pel punto ombroſo ritrovato, e per il punto M una linea, la quale darebbe l'ombra di una linea inclinata. Per trovar l'ombra del ſolo punto N biſogna ſupporre condotta da eſſo una perpendicolare ſul piano, e determinare la lunghezza dell'ombra di queſta linea, perchè il punto eſtremo di eſſa darà l'ombra del punto N. Stimo ſuperfluo di ſpiegare come ſi determini l'ombra di un piano o retto, o inclinato al piano C V; imperocchè trovata l'ombra di ciaſcun punto eſtremo di quelle linee, che chiudono il piano, e congiunti i punti ombroſi con linee rette, ſi avrà l'ombra di tutto il piano: e ſe ſi trattaſſe di un corpo ſolido, trovate le ombre dei piani, che chiudono il ſolido, ſarebbe pure deſcritta l'ombra di eſſo. Si vede dunque, che il problema di trovare l'ombra di qualunque oggetto ſi riduce ſempre a determinare la lunghezza, e la direzione dell'ombra di una linea retta perpendicolare al piano; e giacchè per qualunque data linea vale la ſteſſa coſtruzione, ſe ne raccoglie, che tutte le ombre delle linee perpendicolari al piano geometrico ſieno convergenti a quel punto C, a cui corriſponde a perpendicolo il punto luminoſo, e che qualunque linea come B V, che determina il punto eſtremo dell'ombra, è ſempre diretta al punto lucido B. Per la qual coſa ſe foſſero propoſte da deſcrivere in proſpettiva tutte le ombre, che formano diverſe linee date perpendicolari al piano geometrico, affine di rendere più facile, e ſpedita la pratica, gioverà prima ſegnare ſulla parete i due punti C, B al primo de' quali ſono convergenti le ombre, e al ſecondo le linee, che ne determinano la lunghezza. Per ſegnare ſulla parete i due punti C, B ricorreremo a que' metodi, che abbiamo ſpiegati nella Sezione precedendendente, e ſecondo eſſi opereremo nel ſeguente modo.

9 Stabilito che abbia il proſpettivo quel punto, in cui vuole ſupporre il centro del lume, e condotta da eſſo la perpendicolare B C ſul piano geometrico (*Fig.*23.), ſarà l' ombra di qualunque linea obbiettiva come M N ſul piano geometrico convergente al punto C, e qualunque linea, che determina la lunghezza dell' ombra, ſarà convergente al punto B. Conſideriamo in primo luogo ciò, che appartiene al punto B, e in ſecondo luogo ciò, che appartiene al punto C. Condotta una linea per B, e per O, che tagli il piano geometrico in un qualche punto Q, e condotta la baſe Q S, che tagli la linea fondamentale in un punto L, ſi miſuri l' angolo in L, e quello in oltre, che fa O Q col piano geometrico. Provveduti di queſte miſure, colle quali reſta determinato ſulla parete il punto X, paſſiamo all' altra figura, quale ſe la rappreſentano i diſegnatori. Nel punto principale F (*Fig.* 24.) ſi alzi una perpendicolare F P eguale alla diſtanza dell' occhio. Si tiri P A, che faccia in A un angolo eguale a quello, che ſi è trovato fare la baſe colla linea fondamentale, e detta linea P A ſia deſcritta da quella parte riſpetto al punto principale F, ove nell' altra figura la linea della baſe incontra la linea fondamentale. Si prenda A G eguale ad A P, e per A ſi tiri una perpendicolare alla orizzontale. Per G ſi conduca una linea, che faccia in G un angolo eguale all' angolo in Q dell' altra figura. Ove queſta linea incontra A X, ivi ſi avrà il punto cercato X, a cui concorrono in proſpettiva tutte le linee convergenti al punto lucido dato. Paſſiamo ora a coſtruire l' altro punto Z, a cui concorrono tutte le ombre. Nella figura 23 ſi tiri O C, che prolungata incontri la parete in Z; e per C, ed S ſi tiri

una

una linea, che sarà base di O C. Non v' ha dubbio, che questa non coincida con quella, che è base di O B per essere le linee O S, B C in quel medesimo piano, in cui sono O B, O C, C S; onde serviranno gli stessi punti A, G della figura 24 trovati colla precedente costruzione. Si misuri l'angolo O C S, e si tiri per G (*Fig.* 24.) una linea G Z, che faccia un angolo in G colla orizzontale eguale all'angolo O C S. Il punto Z, che si ha per lo incontro di A Z, e della perpendicolare condotta per A, sarà quello, a cui concorrono le ombre di ciascuna linea. Facciasi, che il punto M sia pianta di una linea M N retta al piano geometrico, e sia m n la prospettiva di essa linea trovata colle solite regole. Per avere l'ombra si tiri per Z, e per m una linea, che darà la direzione dell'ombra. Si tiri per X, e per n un' altra linea, che incontri la Z m in v, e si avrà la lunghezza dell'ombra m v. Facendosi lo stesso per qualunque altra linea, si avranno speditamente le prospettive di tutte le ombre.

10 Giova avvertire, che il punto Z, a cui sulla parete sono convergenti tutte le ombre, può cadere sotto la linea fondamentale, oppure tra la fondamentale, e l'orizzontale, o sopra l'orizzontale. Ciò si rende manifesto riguardandosi la figura 23, mentre se il centro del lume si trova tra l'occhio, e la parete, è assai chiaro, che il punto Z, il quale corrisponde in prospettiva al punto C, cade sotto l'orizzontale. Se il centro del lume è posto di là dalla parete, il detto punto Z cade tra la fondamentale, e l'orizzontale: e finalmente se il centro del lume rispetto all'occhio si trova dalla parte opposta alla parete, il punto Z, a cui concorrono le ombre, viene ad essere superiore alla linea orizzontale. Sarà facile ancora l'intendere ciò, che

che debba ſuccedere del punto X corriſpondente al centro del lume, il quale trovandoſi dalla ſteſſa parte riſpetto all' occhio, in cui è la parete, o l'altezza del lume è maggiore dell' altezza dell' occhio, e allora il punto X cadrà ſopra l'orizzontale, o è minore, e allora cadrà ſotto di eſſa. Succederebbe poi tutto il contrario, ſe il lume foſſe riſpetto all' occhio dalla parte oppoſta. Quando il centro del lume foſſe collocato nella medeſima diſtanza dell' occhio dalla parete, che vale a dire ſi trovaſſe in quel piano, che paſſa per l'occhio, e che è parallelo alla parete, allora le linee convergenti al punto X, e le convergenti al punto Z diverrebbero in proſpettiva tra loro parallele (§. 3. *Sez.* IV.), e in queſto caſo le ombre proſpettive ſarebbero tutte tra loro parallele, e ſarebbero altresì fra loro parallele le linee, che determinano l' eſtremo punto di ciaſcun ombra. Per la qual coſa i triangoli ombroſi ſarebbero tutti equiangoli, e le altezze delle linee proſpettive paragonate colle lunghezze delle ombre ſi troverebbero per tutto avere la ſteſſa proporzione.

11 Eſſendo per lo più coſa arbitraria il collocare il lume o da una parte, o da un' altra riſpetto agli oggetti, che ſi vogliono rappreſentare, ſarà lecito al diſegnatore ſenza intraprendere alcuna coſtruzione ſcegliere a modo ſuo due punti ſulla carta, che ſieno i regolatori delle ombre, purchè però l'uno, e l'altro punto ſia preſo ſopra una medeſima linea perpendicolare alla linea orizzontale; poichè, come ſi raccoglie dalle coſe dette, queſta condizione è ſempre neceſſaria per qualunque ſituazione del lume. Serva d' eſempio la figura 25, e la 26, nelle quali eſſendo diſegnato un parallelepipedo in proſpettiva, ed eſſendo preſi due pun-

punti X, Z nella medesima perpendicolare alla linea orizzontale, sono le ombre convergenti al punto Z, e i raggi, che prescrivono il termine di ciascun ombra sono convergenti al punto X. Regolandosi a questo modo le ombre non vi è pericolo di commettere alcuno errore di prospettiva. Se poi si vorrà render conto della situazione del lume, ciò potrà farsi, sebbene i punti X, Z sieno stati presi a capriccio. Nella figura 25 il punto Z giace tra la linea orizzontale, e la fondamentale, e però deve il lume trovarsi di là della parete, ove sono gli oggetti, ed egli stesso sarà un oggetto visibile allo spettatore, e il prospettivo dovrà disegnarlo unitamente cogli altri oggetti, quando però non cadesse fuori di quello spazio, che è stato destinato per il disegno. Il punto X, che resta superiore alla orizzontale, mostra che l'altezza del lume sia maggiore di quella dell' occhio. Nella figura 26 trovandosi il punto Z sopra l'orizzontale è segno, che il lume rispetto all' occhio è dalla parte opposta a quella della parete, cioè l'occhio si trova tra il lume, e la parete; e perchè il punto X cade sotto l'orizzontale, bisogna che il centro del lume sia più alto dell' occhio sopra il piano geometrico.

12 Non sempre le ombre si estendono sul piano geometrico, ma incontrandosi in altri corpi ricevono quelle figure, che anno le superficie di questi. Chi volesse trattare diffusamente delle sezioni, che si fanno dalle superficie dei corpi colle ombre, intraprenderebbe una ricerca lunga, e difficile. Basterà per la pratica considerare attentamente qual corpo resti o in parte, o in tutto immerso nell' ombra, e quale ne resti affatto libero, giacchè i triangoli ombrosi il dimostreranno assai chiaramente. Che se la superficie del

 cor-

corpo, che riceve l'ombra, fosse retta al piano geometrico, facendosi la sezione col triangolo ombroso parallela a quella linea, che getta l'ombra, allora sarebbe facile il definire la quantità dell'ombra, che il corpo riceve. Non è possibile disegnare ogni cosa colla scorta delle regole, ma non per questo dobbiamo trascurare que' metodi generali, che ci somministrano molti lumi, e molte cognizioni necessarie a ben operare.

13 Dopo tutto ciò sarà facile applicare le stesse regole, quando si supponga il corpo lucido ad una infinita distanza, per cui i raggi provenienti da un medesimo punto divengono tra loro paralleli. Ritornando alla figura 23, se il punto lucido B si scostasse dall'occhio stando sempre nella medesima linea BQ, quando egli si trovasse ad una distanza infinita, ancora il punto C diverrebbe infinitamente lontano; e però le ombre, che concorrono al punto C sarebbero tra loro parallele, e sarebbero paralleli i raggi, che partono dal punto B, e danno termine alle ombre. Per segnar dunque sulla parete i punti B, C, che sono regolatori delle ombre, conviene ricorrere a que' teoremi, che si sono spiegati per le linee parallele, i quali, come abbiamo veduto, non sono punto dissimili da quelli delle linee convergenti.

14 I corpi, che tramandano luce, e che anno tale distanza, che i raggi di un medesimo punto ponno riguardarsi come paralleli, sono i corpi celesti, come il sole, e la luna. Questi corpi appariscono sotto un diametro assai sensibile, per cui le ombre sono sempre accompagnate dalle penombre; ma noi considereremo i raggi, e le ombre come se altro punto lucido non vi fosse, che il centro. Immaginiamo il piano della parete esteso da ogni parte, così che vada a terminare

alla

alla sfera del ſole, con che ſi divida eſſa sfera in due parti. Quella parte, in cui ſi trovano gli oggetti, la chiameremo emisfero degli oggetti, e l'altra emisfero dello ſpettatore. Il circolo, che ſi forma per detta ſezione ſarà un circolo verticale, giacchè il piano della parete è perpendicolare al piano geometrico, che fa le veci di orizzonte. Sia un raggio B O (*Fig.* 23.), che ſupporemo ora provenire dal centro del ſole, e giungere all' occhio O, e paſſando oltre incontrare il piano geometrico in Q. Condotta Q S, che chiamaſi baſe della B Q, ſi farà in Q un angolo eguale alla inclinazione della B Q col piano geometrico. Queſto ſteſſo angolo è miſura dell' altezza del ſole ſopra l' orizzonte, come gli aſtronomi inſegnano; onde ſenz' altra ricerca ſe foſſe data l' altezza del ſole, ſarebbe ancora dato il detto angolo. Queſto sì che biſogna avvertire, che il punto Q cadrà o da una parte, o dall' altra del punto S, ſecondo che il ſole ſi troverà o nell' emisfero degli oggetti, o in quello dello ſpettatore, del che biſogna tener conto per la coſtruzione, che intraprenderemo fra poco. Il piano, in cui ſono le linee B Q, e Q S, e in cui ſi trova il ſole, è perpendicolare al piano geometrico, e però ſarà un piano verticale, e l' angolo, che fa queſto piano col piano della parete è eguale all' angolo, che fa Q S colla linea fondamentale; onde ſe ſarà dato l' angolo, che fa il verticale, che paſſa per il ſole, col verticale della parete, ſi avrà l' angolo della linea della baſe colla linea fondamentale. Paſſiamo ora alla coſtruzione per la proſpettiva. Nel punto F, punto principale (*Fig.*16., 17.), ſi alzi ſopra l' orizzontale ad angoli retti F P eguale alla diſtanza dell' occhio. Sia H L la ſezione del verticale del ſole col piano geometrico, e però l' angolo in L quello, che fa il piano verticale del ſole colla parete. Si tiri P A parallela ad H L, e ſi avrà l'angolo P A F eguale all'angolo dei predetti due piani. Per A ſi deſcriva una linea perpendicolare alla orizzontale, e preſa A G eguale ad A P ſi tiri G X, che faccia in G un angolo eguale all'altezza del ſole ſopra l'orizzonte. Queſta linea G X dovrà condurſi ſopra l'orizzontale, come nella figura 16, ſe il ſole ſarà nell'emisfero degli oggetti, e dovrà condurſi di ſotto, come nella figura 17, ſe il ſole ſarà nell'emisfero dello ſpettatore. Trovati i due punti A, X al primo ſaranno convergenti tutte le ombre, e all'altro ſaranno convergenti tutti i raggi, che danno il termine di ciaſcun ombra.

15 Se pareſſe a qualcuno, che il problema trattato a queſto modo eccedeſſe quelle notizie, che ſi anno a ſupporre nei pratici, i quali per l'ordinario niente ſanno d'aſtronomia, rifletta, che per mettere in eſecuzione il metodo propoſto non vi è queſto biſogno di miſurare l'altezza del ſole, e l'angolo, che fa il piano verticale del ſole col piano della parete; imperocchè eſſendo permeſſo al dipintore il prendere il lume da qual parte egli vuole del quadro, potrà ſceglierе a ſuo piacimento i due punti A, X, purchè ſia il primo ſulla linea orizzontale, e il ſecondo nella retta, che è perpendicolare all'orizzontale nel punto A; e regolando poſcia le ombre con que' due punti, ſarà ſicuro della giuſtezza del diſegno, e laſcierà il penſiero a chi foſſe vago di ſapere il luogo del ſole, di dedurlo dagli angoli, che fanno le linee diſegnate in proſpettiva. E' degno di rifleſſione, che trattandoſi di un corpo lucido infinitamente lontano, come abbiamo ſuppoſto il ſole, tutte le linee delle ombre concorrono ad

un

un punto della linea orizzontale; ma trattandosi di un corpo lucido a noi vicino, cade sempre il punto del concorso delle ombre o sopra, o sotto la linea orizzontale. La ragione di ciò si rende manifesta col riflettere, che le linee parallele giacenti sul piano geometrico concorrono in prospettiva ad un punto della linea orizzontale, e che le linee descritte sul piano geometrico convergenti ad un punto, che non sia infinitamente lontano, non ponno in prospettiva concorrere ad un punto della orizzontale, ma bensì ad un punto o superiore, o inferiore ad essa linea.

16 Sarà più espediente il descrivere, o l'accennare le penombre a giudicio d'occhio, che colla scorta di alcuna regola geometrica, quando non si voglia intraprendere un lavoro di una fatica insoffribile. Chi però fosse scrupoloso a questo segno, non avrà bisogno di studiare nuove regole, ma tenendo dietro a ciò, che si disse (§. 5., 6., 7.) dovrà supporre, che la luce non provenga da un punto, ma da un piano circolare, come apparisce il disco del sole, il quale da noi si vede sotto un angolo in circa di 32 minuti. Succederebbe il più delle volte, che fosse superflua una tal diligenza per la piccolezza della penombra, e tanto più se riguardiamo quella sola, che cade sotto i nostri sensi; imperocchè prendendola molto dappresso al confine dell' ombra, non sarà da questa sensibilmente differente, e se la prenderemo ove confina colla luce, non ci accorgeremo di alcun segno di penombra. Sarà dunque obbligo principale del prospettivo il cercare coi metodi spiegati le direzioni, e le lunghezze delle ombre, che si fanno dai corpi luminosi; perchè in quanto alle penombre potrebbe essere superflua qualunque diligenza; e in quanto alle ombre, che si formano dai

lu-

lumi ſecondarii, i quali ſono rifleſſi da' corpi poſti all' intorno, niuna regola ſe ne può preſcrivere, e in queſte dovrà maggiormente ſpiccare l' intendimento, e l' accortezza di chi opera.

SEZIONE VI.

Della Prospettiva delle linee curve.

1 Le curve sono di numero infinite, ma poche sono quelle, che sogliono proporsi da disegnare; onde per non entrare in una ricerca, da cui ne verrebbe al pratico più di molestia, che di vantaggio, restringerò il mio discorso alle sezioni coniche, e darò particolarmente un metodo per descrivere le ellissi, che nascono nelle prospettive dei circoli, delle quali l' uso è molto frequente.

2 E' noto a chiunque abbia qualche cognizione delle scienze matematiche, che tagliandosi un cono in diverse maniere ponno aversi quattro curve differenti, cioè il circolo, l' ellisse, la parabola, e l' iperbole. Per ridurre ciò, che siamo per dire a idee chiare, e semplici consideriamo, che la superficie del cono si può riguardare come una serie, o aggregato di linee rette, che partono da ciascun punto della circonferenza del circolo, che è base del cono, e che tutte vanno ad unirsi nel vertice, delle quali ciascuna si chiama lato del cono. Qualunque piano, che taglia il cono, taglia altresì le predette linee eccettuatene quelle, che ad esso piano sono parallele. Imperocchè se niun termine si concepisce nella linea, e niuno nel piano, potendosi e l' una, e l' altro prolungare all' infinito, è forza che una volta s' incontrino, fuori del caso del parallelismo. Se il piano, che taglia il cono sarà parallelo alla base, la sezione sarà un circolo, e allora restano intersecate dal piano tutte le linee; se il detto piano si andrà inclinando, purchè restino intersecate tutte

le

le linee, o i lati del cono, ſi avranno colle ſezioni diverſe elliſſi; ma toſto che il piano giunge ad eſſere parallelo ad un lato del cono, la ſezione diviene una parabola, e allora il piano taglia tutte le linee fuori di quella, che ad eſſo è parallela; anzi ſecondo le eſpreſſioni dei geometri incontra eſſa pure ad una diſtanza infinita dal vertice, eſſendo le altre linee tagliate quali ad una maggiore, quali ad una minore diſtanza. Finalmente ſi avranno diverſe iperboli, ſe più ſi continua ad inclinare il piano, il quale perciò non potrà più incontrare tutte le linee della ſuperficie del cono, ſe non quando s' intendano queſte prolungate dalla parte del vertice, ove formano un cono oppoſto. Così per eſempio il lato OD (*Fig.* 27.) non può incontrare il piano della ſezione iperbolica nel cono DOB, ma l' incontra nel cono oppoſto bOd. Chi voleſſe diſtinguere quali linee ſieno tagliate in un cono, e quali nell' altro, intenda per il vertice O condotto un piano parallelo al piano della iperbole, il quale formando colla ſua ſezione due triangoli oppoſti nei due coni dà a conoſcere, che di tutte le linee componenti la ſuperficie quelle, che nel cono DOB rimangono riſpetto al triangolo dalla parte della ſezione iperbolica, ſono tagliate nel cono DOB, e le altre linee nel cono oppoſto.

3 Queſte rifleſſioni ponno farſi in altro modo; perchè ſe de' due piani, che abbiamo immaginato, de' quali uno è piano della baſe, e l' altro è piano della ſezione, ſe ne permuterà l' ufficio, e quello, che era baſe, ſi prenderà per ſezione, e quello, che era ſezione, ſi prenderà per baſe, allora avremo un cono, la cui baſe ſarà una parabola, o una iperbole, o una elliſſe, e che tagliato da un piano darà un circolo. An-

zi

zi perchè niente impediſce, che due qualunque ſezioni ſi paragonino inſieme, potremo ancora immaginare un cono, che abbia per baſe una delle predette quattro curve, e una di eſſe ne abbia per ſezione. Tutto ciò traſportandoſi alla proſpettiva facilmente s' intende, che per le circoſtanze diverſe dovrà rappreſentarſi or l' una, or l' altra delle dette curve. Imperocchè ſe l' occhio riguarda un circolo, o una elliſſe, o una parabola, o una iperbole, ecco che ſi preſenta all' animo una ſuperficie conica per cagione delle linee viſuali, che partono dall' occhio, e vanno a terminare a ciaſcun punto della curva, che riguardaſi ora per oggetto; e giacchè ſi vuole, che il piano di proſpettiva tagli la detta ſuperficie conica, ſarà neceſſario, che in eſſo reſti impreſſo il veſtigio di una di quelle quattro curve.

4 Non debbono parere affatto vane queſte ſpeculazioni, ne rigettarſi come idee puramente aſtratte, mentre ponno ſuccedere tali caſi in pratica, de' quali eſſendo provocato il proſpettivo a render ragione, ſenza queſte notizie non gli ſarà facile il ſoddisfare un indiſcreto cenſore. Qualunque volta fra gli oggetti vi foſſe una sfera, che ricevendo il lume da una candela acceſa gettaſſe l' ombra ſopra un piano, la figura dell' ombra eſſendo conica (§. 4. *Sez.* V.), e il piano, che riceve l' ombra, tagliando il cono ombroſo, ſi avrebbe per oggetto una ſezione, la quale ſarebbe o circolo, o elliſſe, o parabola, o iperbole. Se fingiamo, che il lume ſia ſuperiore alla sfera riſpetto al piano, che riceve l' ombra, ſarà l' ombra o circolo, o elliſſe; ſe la diſtanza del lume dal piano ſia tale, che condotta una linea tangente la sfera nel punto di eſſa più lontano dal piano, ſi trovi il lume nella detta tangente,

ſarà l' ombra una parabola; ſe il lume reſta inferiore alla tangente, ſarà l'ombra una iperbole. L'occhio in ciaſcuno de' predetti caſi avrà per oggetto una delle quattro curve, e formando le linee viſuali un cono, che reſta tagliato dal piano della parete, ſarà neceſſario, che la ſezione, o la proſpettiva di un tale oggetto ſia una di quelle curve.

5 Abbiaſi in primo luogo un iperbole (*Fig.* 28.) Z V R, il cui piano abbia qualſivoglia inclinazione col piano geometrico, e ſia l' occhio in O. Condotte a tutti i punti V, R le linee viſuali O R, O V, formeranno queſte una ſuperficie conica; e perchè il piano della parete L G taglia la detta ſuperficie, naſcerà per tale ſezione una curva, che ſarà proſpettiva della iperbole. Conviene ora riflettere, che il piano di una iperbole, come ſi è detto di ſopra, non incontrando tutti i lati del medeſimo cono, non può la ſerie delle linee O V, O R &c. chiudere la ſuperficie conica, ma eſſere neceſſario ricorrere all' iperbole oppoſta, e queſta ſia z v r. Condotte poi O v, O z, O r lati del cono oppoſto, ſe queſti ſi prolungheranno verſo T, ſi avrà O T lato del primo cono, in quel modo, che prolungandoſi O V in t ne riſulta O t lato del cono oppoſto. Dunque colle due iperboli ſi viene a deſcrivere la intiera ſuperficie dei due coni oppoſti, uno de' quali ha nel vertice l' angolo V O T, e l'altro l' angolo v O t. Ora per conoſcere la natura di quella curva, che ſi forma ſul piano di proſpettiva, biſogna eſaminare la poſizione di eſſo piano per riconoſcere ſe tagli tutti e due i coni, o ſe ne tagli un ſolo, ed in qual modo. S' intenda condotto un piano parallelo al piano di proſpettiva, che paſſi per l' occhio O, e che tagli il piano geometrico nella linea K H. Ciò poſto io dico, che ſe queſto piano taglia l' iperbole oppoſta r u z, co-

me

me in h k, di modo che una porzione di eſſa reſti tra il piano, che paſſa per l'occhio, e la parete, non v' ha dubbio, che i lati del cono, come O v, prolungati che ſieno, non incontrino il piano di proſpettiva, il quale per conſeguenza taglierà l' uno, e l'altro cono, con che reſta dimoſtrato, che la ſezione, o la proſpettiva della data iperbole Z V R ſia eſſa pure un iperbole. Se poi il piano, che abbiamo detto paſſare per l'occhio, non taglia la iperbole oppoſta, ma ſolo la tocca in un qualche punto, allora tutti i punti della curva iperbolica z v r reſteranno da una ſteſſa parte riſpetto al piano, che paſſa per l' occhio, onde il piano di proſpettiva non potrà mai incontrarſi con alcun lato di queſto cono. Giacchè però abbiamo ſuppoſto, che il piano condotto per l' occhio ſia tangente dell' iperbole, ſe per O, e per il punto del contatto ſi condurrà una linea, avremo un lato del cono parallelo al piano di proſpettiva, onde naſcerà una parabola colla ſezione, che ſi fa del cono O Z V R, e la proſpettiva della iperbole ſarà una parabola. Finalmente ſe la iperbole oppoſta z v r nè ſarà ſegata dal piano, che paſſa per l' occhio, nè ſarà tangente ad eſſo, chiaramente appariſce, che il piano di proſpettiva non può a meno di non tagliare tutti i lati del cono O Z V R, con che verrà deſcritto ſul detto piano o un circolo, o una elliſſe. Dal fin qui detto ſi raccoglie, che una iperbole poſta in proſpettiva può trasformarſi in ciaſcuna delle quattro ſezioni coniche.

6 Sebbene la data iperbole ſi eſtenda ad uno ſpazio infinito, non oſtante la curva proſpettiva può avere una eſtenſione limitata, e non eſſere, che una porzione o d' iperbole, o di parabola, o di circolo, o di elliſſe. S' intenda condotto per l' occhio O, che è ver-

tice del cono, un piano parallelo al piano della data iperbole, il quale tagli il piano di profpettiva nella linea E G. E' certo che la curva da defcriverfi non oltrepaffa quefta linea, perchè, come fi diffe, il piano O E G (§. 2.) divide il cono lafciando da una parte le linee, o i lati del cono, che vanno alla iperbole Z V R, e dall' altra parte quelli, che vanno ad incontrare l' iperbole oppofta, fe fieno prolungati oltre il vertice. Ora quì non fi tratta della profpettiva della iperbole oppofta, la quale non può effere veduta fulla parete, ma folo appartiene al noftro problema la fezione, che fi fa di quella fuperficie conica, che nafce dall' iperbole Z V R, che refta da una parte del piano O E G, e però una fola porzione o d' iperbole, o di parabola, o di circolo, o di elliffe farà profpettiva di una intiera iperbole, che fi diffonde ad uno fpazio infinito. Quando poi fi fupponeffe, che il piano della iperbole foffe parallelo al piano della parete, fcoftandofi all' infinito la linea E G, la profpettiva della iperbole farebbe effa pure un iperbole confiderata fecondo tutta la fua infinita eftenfione.

7 Cerchifi ora la profpettiva di una parabola pofta di là della parete con qualfivoglia inclinazione al piano geometrico, e fingiamo effere quefta la curva Z V R della propofta figura prefcindendo dalla curva oppofta z v r, che niente ha che fare colla parabola. Sieno condotte le vifuali O V, O R a tutti i punti della parabola, le quali formeranno una fuperficie conica, e la formeranno tutta intiera fenza che bifogno vi fia d' immaginare il cono oppofto, perchè la parabola appartiene ad un folo cono, e va ad incontrare tutti i lati del medefimo eccettuatone quel folo, che è parallelo al piano della curva. Quefto lato fi troverà nel piano,

che

che ſi conduce per l' occhio parallelo al piano della parabola, e che ſupporremo tagliare la parete in E G. Colla linea E G avremo ſulla parete il limite, oltre il quale non può eſtenderſi la curva proſpettiva; e giacchè tutta intiera la ſuperficie conica viene interſecata dalla parete, reſta dimoſtrato eſſere la curva, che naſce per queſta ſezione o un intiero circolo, o una intiera elliſſe. Chi ſuppone ſſe il piano della parabola parallelo al piano della parete, poichè la linea E G ſi ſcoſterebbe all' infinito, e il lato del cono parallelo al piano della curva diverrebbe parallelo alla ſezione, ſarebbe eſſa pure una parabola quella curva, che per tale projezione verrebbe deſcritta.

8 Altre vicende naſcere debbono nella proſpettiva delle curve, quando queſte non rimangono tutte intiere da una parte riſpetto alla parete, come finora le abbiamo ſuppoſte. Fingiamo che traſportandoſi la parabola di quà dal piano della parete giunga ad eſſere tangente del piano O K H. Allora la proſpettiva di ciaſcun arco della parabola, che reſta di là dalla parete ſarà un arco parabolico, perchè condotta una linea per l' occhio O, e per il punto del contatto ſi avrà un lato del cono parallelo al piano della ſezione. Che ſe la parabola ſi traſporta più oltre, e ſi fa traſcorrere dall' altra parte del piano O K H, la ſezione, che ſi fa dal piano della parete, diviene un iperbole, il che ſi prova facendo vedere, che il piano della parete taglia il cono oppoſto. Queſto ſteſſo diſcorſo può egualmente convenire alla iperbole, che noi abbiamo ſempre ſuppoſta negli articoli precedenti rimanere tutta intiera di là della parete. Imperocchè ſenza ricorrere colla immaginazione all' iperbole oppoſta, ſe noi fingeremo, che la data iperbole giunga fino a toccare, o

ad

ad oltrepaſſare quel piano, che paſſa per l'occhio, e che è parallelo al piano della parete, ne verranno per la proſpettiva della curva tutte quelle vicende, che abbiamo ora notate trattandoſi di una parabola.

9 Avendo l'ellíſſe, e il circolo molta parte nelle architetture, tratteremo di queſte curve più diffuſamente, e diremo in primo luogo, che ſe un ellíſſe o un circolo ſaranno poſti di là della parete, qual che ne ſia la loro poſizione, non potranno mai eſſere le curve proſpettive o parabole, o iperboli, ma dovranno eſſere o circoli, o elliſſi, giacchè in tal caſo il piano di proſpettiva taglia tutte le linee componenti la ſuperficie del cono. Che ſe il circolo, o l'elliſſe non reſtaſſe tutta di là dalla parete, potrebbero allora formarſi le altre curve delle ſezioni coniche, e potrebbe un arco di parabola, o d'iperbole eſſere proſpettiva di un arco di circolo, o di elliſſe per le ragioni, che abbiamo dette nell'articolo precedente. Richiamando queſte ſpeculazioni alla pratica fingiamo, che foſſe propoſto da diſegnare in proſpettiva la metà di un anfiteatro di pianta circolare, o ellittica, e che ſi doveſſe porre l'occhio in modo che la perpendicolare condotta ſul piano geometrico incontraſſe un punto o della circonferenza, o dell'area di eſſa pianta; nel primo caſo ſarebbe la icnografia proſpettiva un arco di parabola; e nel ſecondo un arco d'iperbole. Anzi perchè vi ſogliono eſſere diverſi ordini di gradini tutti della ſteſſa forma o circolare, o ellittica, ſe l'occhio reſtaſſe ſopra ad uno di eſſi, ſi avrebbero nelle proſpettive diverſi archi d'elliſſe per i gradini interiori, e uno di eſſi potrebbe eſſere circolare, e ſi avrebbe un arco di parabola per quello, ſu cui inſiſte l'occhio, e diverſi archi d'iperbole per i gradini eſteriori. E' ben poi vero, che

tut-

tutti questi archi sarebbero tanto poco differenti dagli archi ellittici, che niuno, che non abbia il compasso negli occhi, potrebbe accorgersi della differenza; onde si dovrà assolvere il prospettivo dal debito di distinguerli con una precisione geometrica.

10 Abbiamo detto, che un circolo potrebbe rimanere circolo in prospettiva. Per dimostrare la verità di questa proposizione conviene prima spiegare una proprietà del cono scaleno. Sia un cono scaleno O I H (*Fig.* 29.), e sia dal vertice condotta la perpendicolare O S sopra il piano della base, e in oltre s' intenda tagliato il cono con un piano, che passi per O S, e per il centro della base, la qual sezione dia il triangolo O I H. Si prenda ad arbitrio un punto nel lato O H, come h, e per esso s' intenda un piano perpendicolare al piano del triangolo O I H, che tagli il cono come in h i, oppure in h g. E' stato dimostrato dai geometri, che di tutte le sezioni, che ponno farsi nella maniera detta, due saranno circolari, e le altre tutte saranno ellittiche, purchè però la linea h i, o qualunque altra vada ad incontrare O I, lo che succederà sempre che i due angoli O h i, i O h presi insieme sieno minori di due retti. Le due sezioni h i, h g saranno circolari, quando l' una sia parallela alla base H I, e l' altra sia ad essa antiparallela, cioè sia h g condotta in modo, che l' angolo g h O si trovi eguale all' angolo O I H, con che verranno ad essere ancora eguali gli altri due O g h, O H I. E' stato pure dimostrato, che tutte le sezioni, che si fanno tra h i, e h g sono ellissi tali, che l' asse minore si trova nel piano del triangolo O I H, al contrario di quello, che succede nelle altre ellissi, che nascono tra g, ed O, oppure tra i, ed I, nelle quali trovasi l' asse maggiore sul piano del predetto triangolo.

golo. Perchè però una ſezione, che paſſa per h, e incontra O I tra g, ed i fa un angolo con O h minore di O h i, o ſia di O H I, e maggiore di O h g, o ſia di O I H, ſtabiliremo, che ſe la ſezione farà un angolo con O h, che paragonato con quelli della baſe H, ed I reſti fra il più grande, e il più piccolo, cioè ſia minore di uno, e maggiore dell' altro, la linea, che giace nel triangolo O I H ſarà l' aſſe minore dell' elliſſe, e negli altri caſi ſarà l' aſſe maggiore. Quando il cono foſſe retto non ha luogo queſto diſcorſo, perchè gli angoli alla baſe eſſendo eguali, la ſezione parallela, e l' antiparallela ſi confondono inſieme, e fanno una ſola ſezione.

11 Ritornando alla proſpettiva ne ſegue dalle coſe dette, che in due maniere un circolo può rimanere circolo in proſpettiva, o ſe la parete ſi trovi in ſituazione parallela al piano del dato circolo, o non eſſendo tale faccia però nel cono la ſezione antiparallela. Perchè ſia la ſezione parallela biſogna, che il circolo ſia verticale, come gli archi, che ſi fanno ſopra i pilaſtri. Eſſendo queſti diſpoſti in modo, che il loro piano ſia parallelo alla parete, rimangono ſemicircoli nel diſegno, ſiccome è noto ai proſpettivi, i quali ſono di ciò abbaſtanza avvertiti dalla pratica iſteſſa. Reſta ora a vederſi quale diſpoſizione di coſe ſi richiegga, perchè la ſezione divenga antiparallela, e per rendere più facile la ſpiegazione voglio prima ſupporre, che il dato circolo giaccia ſul piano geometrico. Queſto circolo deve eſſere talmente ſituato per ciò, che ſi è detto (§. 10.), che condotto il diametro, che è perpendicolare alla linea del piano L Q (*Fig.* 30.), e prolungato oltre la parete incontri il punto della ſtazione S. Tutte le linee condotte da O alla circonferenza del cir-

circolo I H formano la ſuperficie del cono, che viene ſegata dalla parete in h i. Ora ſe queſta ſezione foſſe antiparallela alla baſe, cioè ſe l' angolo O h i foſſe eguale all' angolo O I H, non v' ha dubbio, che ſi avrebbe in h i un circolo, che ſarebbe proſpettiva del circolo H I. Si alzi una linea perpendicolare nel punto H, che incontri il raggio principale O F in T. Giacchè ſi vuole, che l' angolo O h i ſia eguale all' angolo O I H, ſarà pure O I H eguale ad O H T; onde ſaranno ſimili i due triangoli O I S; O H T, e però proporzionali i lati S I : S O : : H T : T O; ma S O è eguale ad H T, e T O è eguale ad H S; dunque ſaranno continuamente proporzionali le ſeguenti linee S I, S O, S H, lo che dimoſtra, che la ſezione ſarà antiparallela, ſe l' altezza dell' occhio ſia media proporzionale tra le due diſtanze del punto S della ſtazione dai punti eſtremi del diametro H I.

12 Perchè i proſpettivi anno per legge di non porre l' altezza dell' occhio maggiore della diſtanza di eſſo dalla parete, e ciò per isfuggire certi inconvenienti, de' quali parleremo in altro luogo, il caſo poc' anzi eſpoſto non potrà ſuccedere in pratica, giacchè O S altezza dell' occhio ſi è trovata maggiore di S H, che eccede la diſtanza dell' occhio dalla parete. Pure non ſarà inutile l' avere avvertito, che un circolo, il quale non ſia poſto in ſituazione parallela alla parete, può non oſtante rimanere circolo in proſpettiva; e chi ſupponeſſe il dato circolo I H non già diſteſo ſul piano geometrico, ma con certa inclinazione, che procureremo ora di ſtabilire, allora potrebbe accadere, che la proſpettiva foſſe circolo, ſenza che ſi veniſſe a contravvenire ad alcuna di quelle regole, che vengono preſcritte da' pratici.

13 Sia un cono ſcaleno O I H (*Fig.* 31.) formato ſopra un circolo, che abbia per diametro la linea I H. Sia l' altezza O S, o la perpendicolare condotta dal vertice O ſopra il piano del circolo. Condotta poi per S, e per il centro della baſe la linea I S, col diametro H O ſi deſcriva un circolo, il quale paſſerà neceſſariamente pel punto S, giacchè è retto l' angolo in S. Si deſcriva nel ſemicircolo H T O una corda O T, che faccia col diametro in O un angolo eguale ad I O S, e ſi congiunga H T, per cui paſſando un piano retto al triangolo O I H ſi avrà la ſezione antiparallela, giacchè l' angolo T H O riſulta eguale all' angolo H I O. Con queſta coſtruzione ſi apre un campo facile di diverſificare a ſuo piacimento il problema cangiando i dati per rinvenire quelle quantità, che ſi avranno per incognite. Ma noi laſcieremo queſte rifleſſioni a chi ſtudia, e ci accoſteremo alla pratica cercando di diſporre gli oggetti, affinchè nella proſpettiva ſegua il caſo della ſezione antiparallela. E prima ſi rifletta, che qualunque altra ſezione parallela ad H T ſarà circolare nel cono, e che però eſſendo il circolo obbiettivo in H I, e l' occhio in O poſſiamo fingere la parete in F B, purchè ſia parallela ad H T. Conſervando le linee quel rapporto, e quella diſpoſizione, che loro abbiamo aſſegnata, ſe intenderemo che tutta la figura ſi raggiri intorno alla linea O T, ſebbene cangi di ſituazione il piano del circolo I H, avremo non oſtante in B F la ſezione antiparallela, e però circolare. Supponiamo il diametro I H in ſituazione orizzontale, come ſono i diametri degli archi, che ſi formano ſopra i pilaſtri. Per le coſe dette ſarà H I nel piano ſteſſo orizzontale, che paſſa per l' occhio, ſarà B F la linea orizzontale, F il punto principale, e O F la diſtanza dell'

dell' occhio. Con questi dati, e coll' angolo IBF della inclinazione del piano del circolo colla parete facendosi la costruzione in quel modo, che sogliono praticare i disegnatori, si potrà far prova colla esperienza di ciò, che si è dimostrato colla ragione.

14 Succedendo spesse volte nelle architetture, che molti archi sieno disposti in modo, che i loro diametri si trovino in una stessa linea retta, dimostreremo ora, che se uno di essi ritiene nella prospettiva la figura di circolo, come si è detto di IH, quelli che a lui succedono da una parte divengono ellissi tali, che l' asse maggiore si addatta alla linea orizzontale, e quelli che a lui succedono dall' altra parte anno l' asse minore sulla medesima linea. Quando si è parlato del cono (§.10.), e della sezione antiparallela, si è avvertito, che se l' angolo della sezione col lato del cono è o maggiore, o minore di ciascuno degli angoli alla base, l' asse sopra il triangolo del cono è il maggiore; e se il predetto angolo fosse maggiore di uno, e minore dell' altro, l' asse sopra il triangolo sarebbe il minore. Nelle circostanze, in cui siamo, dovrà succedere questa apparenza, perchè presa HG come diametro di un altro semicircolo, e condotta OG l' angolo Ohg, che fa la sezione della parete col lato del cono OH è maggiore di ciascuno degli angoli alla base H, G. Imperocchè essendo Ohg maggiore di Oih per essere quello esterno, e questo interno, ed essendo Oih per costruzione eguale ad OHI, sarà Ohg maggiore di OHI; ma OHI è maggiore di OGH, il quale è interno, e l' altro esterno; dunque Ohg è maggiore di OGH. E' pure manifesto, che il predetto angolo Ohg è esterno rispetto all' angolo in H del triangolo hBH, e perciò di lui maggiore. Chi prolungasse HI dall' altra par-

te prendendo I R per diametro di un altro ſemicircolo, con un diſcorſo ſimile ſi proverebbe, che l'angolo della ſezione ſarebbe e maggiore di uno, e minore dell' altro angolo della baſe, e che però l'aſſe minore della elliſſe cadrebbe ſulla orizzontale B F. Queſte coſe non avvertite dai pratici potrebbero talvolta condurli in errore, maſſimamente ſe troppo ſi fidano della loro immaginazione. Noi pure gli avvertiremo, che nel prepararſi le miſure, che ſi richieggono, per ottenere nei circoli quelle apparenze, delle quali abbiamo ora ragionato, ſcelgano tali miſure, per le quali l'angolo, che fa O G col raggio principale O F non ecceda quella grandezza, che ſogliono preſcrivere i pratici, affine di non incorrere in quelle deformità nel diſegno, che procurano eſſi di sfuggire, e delle quali parleremo in altro luogo.

15 Due ſono le maniere ſicure di non errare nel diſegno. L'una conſiſte nell' eſeguire la proſpettiva di tanti punti del dato circolo, e così vicini tra loro, che togliendoſi qualunque arbitrio al diſegnatore, reſti la curva baſtantemente indicata; l'altra ſuppone una qualche regola di deſcrivere la elliſſe eſſendo dato un certo numero di punti. La prima di queſte due maniere altro non eſige, che lunga briga, e pazienza in chi opera, e l'altra ſuppone una qualche cognizione de' metodi geometrici, la quale acquiſtata che ſiaſi una volta, riſparmierà quella molta fatica, che vi vorrebbe in ogni operazione. Onde parendomi per queſta ragione da anteporſi la ſeconda maniera alla prima, inſegnerò come traſportati ſulla parete tre ſoli punti di un circolo, ſi deſcriva ſpeditamente quella elliſſe, che ne è la proſpettiva.

16 Già è noto, che dati tre punti, che non ſieno

di-

disposti in linea retta, infinite sono le ellissi, che per essi si ponno descrivere; ma se si aggiunge questa condizione, che due dei punti dati sieno i punti estremi di un diametro, e il terzo punto sia uno degli estremi del diametro conjugato (si spiegherà fra poco ciò, che s' intenda per diametro conjugato) allora sarà una sola la ellisse, e questa si descriverà nel seguente modo. Sieno dati i tre punti A, B, C (*Fig.* 32.), e si congiungano con una linea i due A, B estremi di un diametro. Si divida per metà A B in E, e si tiri E C; si conduca dal punto C la perpendicolare C D, e si prolunghi fino in H di modo che sia C H eguale ad A E. Per E, e per H si tiri una retta linea, che formerà quattro angoli colla A B, dentro i quali facendosi scorrere una riga L Q eguale ad H D, e divisa in M così che sia Q M eguale ad H C, il punto M col suo moto continuato descriverà la ricercata ellisse A C B. Veggasi la dimostrazione nel libro II. prop. XIII. delle sezioni coniche dell' Hospital.

17 Per valerci di questo metodo nella prospettiva non basta segnare sulla parete tre punti, che corrispondano a tre punti del dato circolo, ma bisogna scegliere tre punti nel circolo, che in prospettiva sieno punti estremi di due diametri conjugati. Nè giova al nostro intento scegliere due punti diametralmente opposti nel circolo, perchè succederebbe il più delle volte, anzi succederebbe sempre, fuorchè in un caso solo, che si avessero due punti estremi di una corda, e non già di un diametro della ellisse. E che sia vero, immaginiamoci un cono, su cui sia fatta una sezione ellittica, e immaginiamoci in esso un triangolo fatto sopra un diametro del circolo, che è base del cono. Giacchè questo triangolo non divide per metà la ellisse,

se, se non quando sia perpendicolare al piano di essa, il diametro del circolo non può corrispondere ad un diametro della ellisse fuori del caso, che i due piani del triangolo, e della ellisse facciano angoli retti fra loro.

18 Affine di ben comprendere l' artificio di sceglie-re i tre punti nel circolo, gioverà premettere alcune riflessioni. In qualunque ellisse condotte due tangenti a due punti, che sieno diametralmente opposti, esse sono parallele fra loro; e per lo contrario se due tangenti saranno tra loro parallele, congiunti i punti dei contatti con una linea passerà questa pel centro, e però sarà diametro dell' ellisse. Che se descriveremo un altro diametro, che sia parallelo alle due tangenti, questo conforme il linguaggio dei geometri si chiama il diametro conjugato dell' altro, che termina ai punti del contatto. In oltre bisogna avvertire, che essendo condotta la tangente a un circolo, fatta la prospettiva non solo del circolo, ma ancora della tangente, si avrà nella parete una linea retta, che sarà essa pure tangente della ellisse, o di quella curva, che sarà prospettiva del circolo. La ragione si è, perchè altro non essendo la tangente di qualunque curva se non un latercolo prodotto, e la prospettiva di un circolo essendo l' aggregato delle prospettive di ciascun latercolo, ne segue, che la tangente del circolo trasportata sulla parete rimanga un latercolo prodotto della nuova curva, che si genera, cioè una tangente di essa.

19 Sia pertanto un circolo B A B disegnato sul piano geometrico (*Fig.* 33.), in cui L Q è linea del piano, F il punto principale. Sia condotta una linea G H parallela ad L Q, e tanto lontano da essa, quanta è la distanza dell' occhio dalla parete. Si tirino due tangen-

genti al circolo ciascuna delle quali sia parallela alla linea L Q, e queste si avranno nei punti B, B il più lontano, e il più vicino alla parete. Si descriva il diametro B B, e si prolunghi fino che incontri la G H in un qualche punto G, e da G si tiri una tangente al circolo. Questa tangente non servendo ad altro, che a determinare il punto A nella periferia del dato circolo, invece di descriverla tornerà più comodo dividere C G per metà, e fatto centro nel punto di mezzo col raggio eguale alla metà di C G descrivere un arco di circolo, che tagliando B A B in A determina il punto, ove la linea condotta da G tocca il circolo. Cerchisi la prospettiva dei tre punti B, A, B, e sia in b, a, b. Perchè i punti b, b sono i punti estremi di un medesimo diametro nella ellisse da disegnarsi, come ora dimostreremo, e il punto a è un estremo del diametro conjugato, valendoci del metodo poc' anzi spiegato, descriveremo la ellisse, che sarà prospettiva del dato circolo. Per restar convinti, che b b sia diametro della ellisse basta riflettere, che se si facesse la prospettiva delle due tangenti al circolo B, B, sarebbero esse tangenti all' ellisse in b, b, e sarebbero tra loro parallele, essendo stato dimostrato (§. 6. *Sez.* II.), che due linee parallele alla parete come B, B rimangono parallele in prospettiva. Che poi sia a un punto estremo del diametro conjugato, si prova con ciò, che la tangente all' ellisse condotta per a non può a meno di non essere parallela al diametro b b, giacchè (§. 3. *Sez.* IV.) le loro linee obbiettive sono convergenti a un punto G di quel piano, che passa per l' occhio, e che è parallelo alla parete.

20 Supporremo ora il circolo in una posizione verticale, come stannò in architettura gli archi sopra i pi-

pilaſtri. Sul piano geometrico ſieno (*Fig.* 34.) ſegnate le piante in B, B di due pilaſtri, che ſoſtengono un arco eguale al ſemicircolo, e ſia pianta di eſſo la linea B B eguale al diametro. Sieno poi le altre linee deſcritte come nella precedente figura. Per eſecuzione del propoſto metodo biſogna in primo luogo ſcegliere nel ſemicircolo due punti tali, che condotte per eſſi le tangenti, ſieno queſte parallele al piano della parete. Poichè però ſi ſuppone il ſemicircolo verticale, egli è manifeſto, che i due punti eſtremi del diametro avranno le tangenti quali ſi ricercano; onde traſportati ſulla parete daranno nella elliſſe proſpettiva due punti diametralmente oppoſti. Per ſtabilire il terzo punto ſi deſcriva ſul piano geometrico il ſemicircolo B A B, e prolungato il diametro B B, finchè incontri G H in G, ſi tiri dal punto G la tangente al ſemicircolo. Il punto del contatto così ritrovato determina il terzo punto, che ſi cerca. Nè oſta a ciò, che il ſemicircolo ſiaſi deſcritto nel piano geometrico; imperocchè ſe fingeremo, che eſſo ſi aggiri intorno al diametro B B, e con eſſo la tangente G A, finchè ſi ottenga la poſizione verticale, ſarà ſempre vero, che la tangente in A concorra col diametro B B in un punto di quel piano, che paſſa per l' occhio, e che è parallelo alla parete; onde fatta la proſpettiva del punto A, ſupponendo il circolo verticale, ſi avrà un punto eſtremo del diametro conjugato. Se il dato ſemicircolo inſiſteſſe ſul piano geometrico, ſarebbe I pianta del punto A, ed I A altezza. Quando poi ſi ſupponga l' arco collocato in alto, ſiccome il dimoſtra la preſente figura, altro artificio di più non ſi richiede, che quello di aggiungere all' altezza del diametro B B la ordinata A I per avere l' altezza del punto A. Trovati ſulla parete i tre punti ti b, a, b ſi deſcriva col diametro b b, e col punto eſtremo a del diametro conjugato la ſemielliſſe, e ſi avrà la proſpettiva del dato ſemicircolo. Trattandoſi di un arco ſolido, che è terminato da due ſemicircoli, ſe ſi farà del ſecondo ciò, che ſi è fatto del primo con quelle avvertenze di omettere le linee, che reſtano occulte all' occhio, niente rimarrà da deſiderare per ciò, che ſi aſpetta alla proſpettiva dell' arco.

21 Vale lo ſteſſo metodo per diſegnare la proſpettiva di qualunque elliſſe, che o giaccia ſul piano geometrico, o ſia ad eſſo perpendicolare; anzi atteſe le coſe dette può facilmente dedurſi una ſoluzione di queſto problema propoſto in termini più generali. Immaginiamo o un circolo, o una elliſſe ſituata in qualſivoglia modo riſpetto al piano geometrico; e ſia O G H (*Fig*.35.) quel piano, che paſſa per l' occhio, e che è parallelo alla parete, la quale non viene indicata nella figura, perchè ſenza di eſſa s' intenderà abbaſtanza ciò, che ſiamo per dire. Si tirino due tangenti B H, B H, che s' incontrino in un punto H del predetto piano, e ſi deſcriva la corda B B, prolungandola fino a che incontri il piano in un punto G. Da G ſi tiri la tangente G A. Fatta queſta coſtruzione i tre punti B, A, B poſti in proſpettiva danno tre punti ſulla parete, che anno la condizione ricercata. In fatti le due tangenti B H, B H per eſſere convergenti a un punto del piano H O G diverranno in proſpettiva parallele, e però i due punti corriſpondenti ai B, B ſaranno gli eſtremi di un diametro. Per la ſteſſa ragione le due linee G A, G B diverranno in proſpettiva parallele, e però il terzo punto avrà per tangente una linea parallela al diametro già deſcritto, onde ſarà un punto eſtremo del diametro conjugato. Queſte rifleſſioni potrebbero ancora giovar

K mol-

molto a chi dovesse mettere in prospettiva le altre curve delle sezioni coniche, massime quando fosse la loro prospettiva o un circolo, o una ellisse, ma non essendo d' alcun uso a quelli, che attendono alla pratica, le lascieremo ai geometri, e ci contenteremo di quanto abbiamo spiegato nella presente Sezione.

SE-

SEZIONE VII.

Della Proſpettiva de' corpi regolari.

1 CORPO *o ſolido regolare* ſi chiama quello, che ha tutti i lati, e tutti gli angoli eguali. I geometri dimoſtrano non potere eſſere eguali gli angoli, e i lati, ſenza che ſieno equilatere, equiangole, ed eguali le figure, che compongono la ſuperficie. Per cagione di queſta egualianza ponno i corpi regolari iſcriverſi, e circoſcriverſi ad una sfera, come appunto ſuccede delle figure regolari, le quali ſono capaci di eſſere al circolo iſcritte, e circoſcritte. Queſte ſono di ſpecie infinite, ma i corpi, o ſolidi regolari ſono riſtretti al numero di cinque. Volendo io trattare di queſti corpi per conto della proſpettiva, gioverà prima d'ogni altra coſa il conſiderare come ciaſcuno di loro ſia coſtrutto, ed eſaminare quelle principali proprietà, per le quali eſſi abbaſtanza ſi diſtinguono dagli altri corpi. Anzi io conſiglierei chi ſi applica a queſto ſtudio, il procurarſi tai corpi in rilievo, perchè avendoli ſotto gli occhi, ſenza fatica della immaginazione chiare ſi renderanno le idee di ciò, che proporremo, e che ſenza un tale ajuto potrebbe riuſcire alquanto difficile da comprenderſi, maſſimamente da quelli, che poco eſercizio anno di geometria.

2 Il più ſemplice fra corpi regolari è la piramide triangolare, ed equilatera che diceſi *tetraedro (Fig.36.)*. Eſſa reſta d'intorno chiuſa da quattro facce, o piani triangolari. Due altri corpi anno le facce triangolari, cioè l'*ottaedro (Fig. 38.)*, e l'*icoſaedro (Fig. 41.)*; il primo ne contiene otto, e il ſecondo venti. Uno ve n'ha

composto di sei quadrati detto perciò *esaedro*, e comunemente cubo (*Fig.* 39.). E finalmente quel solido, che si forma con dodici pentagoni, dicesi *dodecaedro* (*Fig.*42.). Il tetraedro ha tanti angoli quante sono le facce, le quali abbiamo detto essere quattro. Gli altri solidi a due a due si permutano il numero delle facce, e degli angoli. L' ottaedro ha sei angoli quante sono le facce del cubo, il quale contiene otto angoli, essendo altrettante le facce dell' ottaedro. L' icosaedro ha dodici angoli, e appunto dodici sono le facce del dodecaedro, il quale contiene venti angoli, quante abbiamo detto essere le facce dell' icosaedro. Con queste notizie sarà facile il determinare il numero de' lati di ciascun solido, il qual numero dipende e dal numero de' lati, che chiudono la figura, che è faccia del solido, e dal numero delle facce, avvertendo però, che ciascun lato serve a due facce. Per la qual cosa se si moltiplicherà il numero de' lati della figura per il numero delle facce, e questo prodotto si dividerà per due, risulterà il numero cercato de' lati. Per esempio essendo il dodecaedro chiuso da dodici pentagoni, sarà il numero 5 quello de' lati della figura, il quale moltiplicato per 12 numero delle facce darà 60, e questo diviso per 2 darà 30, onde conchiuderemo essere 30 i lati del dodecaedro. Con questa regola troveremo, che il tetraedro ha sei lati, che l' ottaedro, e il cubo anno dodici lati, e che l' icosaedro, e il dodecaedro ne anno trenta.

3 Immaginiamo ora uno di que' cinque solidi, qualunque sia, iscritto ad una sfera. E' già noto, che quel punto, che è centro della sfera, è parimente centro del solido, di cui gli angoli vanno a terminare alla superficie della sfera. E' parimente noto, che tagliandosi in qualsivoglia modo la sfera con un piano, la sezione è sem-

pre

pre circolo, il quale diviene maggiore, o minore ſecondo che il piano ſecante paſſa più da vicino, o da lontano dal centro. Allorchè il piano paſſa pel centro, il circolo diceſi maſſimo, e diceſi minore il circolo, ſe il piano non incontra il centro. Qualunque faccia del ſolido può riguardarſi come un piano, il quale avendo qualche diſtanza dal centro, prolungato che ſia da ogni parte, taglierà la sfera in un circolo minore. A queſto circolo rimane iſcritta la figura, che è faccia del ſolido, giacchè la ſezione vien fatta dal piano della ſteſſa figura, che va a terminare alla ſuperficie della sfera.

4 Conviene avvertire, che il ſolo tetraedro è di natura ſua talmente coſtrutto, che a ciaſcun angolo vi ſi oppone una faccia, e a ciaſcuna faccia reſta oppoſto un angolo; ond' è, che ſe immagineremo una linea, che parta da un angolo, e che paſſi pel centro della sfera, a cui è iſcritto il tetraedro, prolungata che eſſa ſia, andrà a cadere perpendicolarmente ſopra una faccia. Negli altri corpi qualunque angolo è diametralmente oppoſto ad un altro angolo, e qualunque faccia è diametralmente oppoſta ad un' altra faccia, eſſendo queſte tra loro parallele. Supponendoſi ciaſcuno di queſti ſolidi collocato ſopra un piano orizzontale, di maniera che una faccia ſi addatti ad eſſo piano, e ſia baſe del ſolido, la ſola piramide, o tetraedro avrà nella cima un angolo, e gli altri ſolidi avranno un piano parallelo a quello della baſe. Premeſſe queſte poche rifleſſioni paſſeremo a trattare di ciaſcun ſolido in particolare inſegnando il modo di farne la proſpettiva.

5 Abbiaſi il diametro V H della sfera (*Fig. 36.*), a cui ſia iſcritto un tetraedro. S' intenda fatta una ſezio-

zione nella sfera con uno di que' piani, che ſono faccia del tetraedro, e ſia queſta ſezione in E F. Dunque un circolo, che abbia per diametro E F, ſarà capace di un triangolo equilatero eguale alla baſe del tetraedro, il quale avendo un angolo ſolido diametralmente oppoſto alla baſe, dovrà eſſo cadere nel punto eſtremo V del diametro perpendicolare alla ſezione, e però G V ſarà l' altezza del tetraedro. E perchè poſſiamo fingere, che il triangolo iſcritto nel circolo, che ha per diametro E F, e che è baſe del ſolido, abbia un angolo nel punto E, condotta E V ſarà queſta un lato del tetraedro. Dico ora che prendendoſi G H eguale alla terza parte del diametro V H, la ſezione in E F ſarà capace di un triangolo, o di una faccia del tetraedro, ſiccome ſi raccoglie da ciò, che Euclide inſegna prop. XIII. lib. III. de' ſolidi. Pertanto ſe vorremo coſtruire la pianta di queſto ſolido iſcritto in una data sfera V E H F, e preparare tutto ciò, che al diſegno è neceſſario; preſa G H terza parte del diametro, e condotta la perpendicolare E F ſi deſcriva un circolo col raggio A C eguale ad E G, e iſcrivaſi in eſſo un triangolo equilatero A, il quale per ciò, che ſi è detto, avrà ciaſcun lato eguale alla linea E V. Si faccia la proſpettiva di queſto triangolo, e in oltre ſi cerchi la proſpettiva di un punto, che abbia per pianta il centro del circolo C, e per altezza una linea eguale alla linea G V. Trovato queſto punto ſulla parete, e condotte le linee, che moſtra la figura, a ciaſcun angolo del triangolo già deſcritto, ſarà compita la proſpettiva del tetraedro.

6 Prima di trattare degli altri ſolidi ſi vuole premettere un teorema, che ſerve a trovare ſpeditamente il raggio di un circolo capace di contenere un dato trian-

triangolo equilatero. Dimostra Euclide lib. III. de' solidi prop. XII. essere il lato del triangolo equilatero triplo in potenza del raggio del circolo circoscritto, cioè a dire il quadrato del primo essere triplo del quadrato del secondo. Posto ciò si descriva un semicircolo con qualsivoglia diametro AB (*Fig.* 37.), e si distenda come corda il lato AD del dato triangolo, e tirisi l'ordinata CD. Si prenda la terza parte di AC, e sia questa AE. In E si alzi l'ordinata EF, e congiungasi AF, la quale sarà eguale al raggio del circolo, che si cerca. Per dimostrare ciò basta provare, che posta questa costruzione il quadrato di AD sia triplo del quadrato di AF. Infatti essendo il quadrato di AD eguale al rettangolo di $AB \times AC$, e il quadrato di AF eguale al rettangolo di $AB \times AE$, ed essendo la ragione di questi rettangoli la stessa, che quella delle linee AC, AE, avranno parimente i quadrati la ragione delle linee AC, AE; ma per costruzione AC è tripla di AE; dunque ancora il quadrato di AD è triplo del quadrato di AF. Se si trattasse di cercare il raggio di un circolo capace di un dato quadrato, giacchè il quadrato iscritto è doppio del quadrato del raggio, egli è evidente, che in tal caso si dovrebbe prendere AE eguale alla metà di AC.

7 Sia HV (*Fig.* 38.) un diametro della sfera, a cui s' intenda iscritto l' ottaedro. Dimostra Euclide lib. III. de' solidi prop. XIV. essere il lato di esso eguale alla corda di gradi 90 di un circolo massimo della sfera VPH. Dividasi il diametro HV in R di maniera che sia HR la sesta parte del diametro, oppure, che è lo stesso, la terza parte del raggio. Si tiri l' ordinata RP, e la corda HP. Questa sarà eguale al raggio del circolo capace di un triangolo equilatero fatto sopra

la corda di gradi 90 per il teorema antecedente; e perchè la corda di gradi 90 è lato dell' ottaedro, il raggio H P ci somministra quel circolo, che nasce nella sfera per la sezione di un piano, che sia faccia dell' ottaedro. Pongasi la linea H P ad angoli retti col diametro in H Q, e si alzi in Q la perpendicolare, che tagli il circolo ne' punti E, M. Per E, M s' intendano condotti nella sfera due piani E F, M N perpendicolari al diametro, i quali formeranno nella sfera due sezioni circolari, parallele, ed eguali, delle quali ciascuna sarà capace di un triangolo dell' ottaedro avendo per semidiametro una linea eguale ad H Q. Per la qual cosa supponendosi, che una faccia dell' ottaedro iscritto nella data sfera si addatti al piano E F, la faccia opposta si troverà necessariamente sul piano M N, e preso per base del solido il piano E F, sarà l' altezza di esso eguale alla linea E M. Sebbene i triangoli opposti nel solido sieno piani paralleli, non sono però similmente posti, poichè se nel piano inferiore fingiamo, che un angolo del triangolo cada in E, nel piano superiore non potrà cadere in M, ma bensì in N, dovendo essere per quello, che si notò da principio, diametralmente opposti gli angoli nel solido. Questa avvertenza gioverà per la icnografia, che ora intraprenderemo. Con semidiametro eguale ad H Q si descriva sul piano geometrico un circolo, che sarà pianta de' due circoli fatti nella sfera per le due sezioni E F, M N. Se ne divida la circonferenza in sei parti, e sopra tre divisioni si formi il triangolo equilatero A. Prendendosi esso per base dell' ottaedro, colle altre tre divisioni si avrà un altro triangolo equilatero B, che sarà pianta del triangolo opposto alla base, giacchè debbono detti triangoli incrocicchiarsi per la opposizione, che abbiamo mo detta degli angoli ſolidi. Se poi dagli angoli di un triangolo ſi condurranno linee rette agli angoli proſſimi dell' altro triangolo, ſarà compita tutta la pianta del ſolido, in cui ſarà facile il riconoſcere gli otto triangoli corriſpondenti a ciaſcuna faccia. Si traſporti ſulla parete la baſe A con gli uſati metodi di proſpettiva, e poſcia il triangolo B, che ha ſopra il piano geometrico un' altezza eguale alla linea E M. Deſcritti queſti due triangoli, e congiunte le linee, che dagli angoli del piano ſuperiore vanno agli angoli dell' inferiore, ſarà compita la proſpettiva dell' ottaedro, come ſi vede nell' anneſſa figura.

8 Per deſcrivere il cubo in proſpettiva non abbiſogna alcuno particolare artificio. Solamente richiede il buon ordine, che ſi dimoſtri il rapporto, che ha il lato di eſſo col diametro della sfera, a cui è iſcritto, ſiccome abbiamo fatto degli altri corpi regolari. Sia un cerchio maſſimo della sfera V P H (*Fig.* 39.), e deſcritto un diametro V H ſe ne prenda la terza parte H R; indi condotta l' ordinata R P, e la corda H P ſarà queſta eguale al lato del cubo (*Euclid. prop. XV. lib. III. de' ſolidi*). Dividaſi H R per metà nel punto E. La corda corriſpondente H F ſarà per la dimoſtrazione (§. 6.) eguale al raggio del circolo capace di un quadrato, che abbia per lato la linea H P, e però H F ſarà eguale al raggio di quella ſezione, che ſi farebbe nella sfera con una faccia del cubo. Ora non ſarà inutile il riflettere, che eſſendo H E la ſeſta parte del diametro, la coſtruzione, che ſerve ora per il cubo affine di determinare il raggio di quella ſezione della sfera, in cui trovaſi una faccia di eſſo cubo, è affatto la ſteſſa, che ha ſervito per l' ottaedro; onde ſi rende manifeſto, che queſti due ſolidi iſcritti ad una sfera anno la facce

ad eguali diſtanze dal centro, e però diremo di loro ciò, che Euclide dimoſtra dell' icoſaedro, e del dodecaedro, cioè che eſſendo iſcritti alla medeſima sfera poſſono ad una ſteſſa sfera eſſere circoſcritti. Conchiuderemo parimente, che eſſendo le facce dell' ottaedro, e del cubo ad eguale diſtanza dal centro della sfera, ſaranno eguali le diſtanze de' piani oppoſti; e l' altezza dell' uno eguale all' altezza dell' altro. Ciò ci ſomminiſtra un metodo facile per deſcrivere in proſpettiva l' ottaedro ſenza ricorrere alla sfera, a cui è iſcritto; e ritornando alla figura 38 abbiaſi un triangolo A, che ſia baſe dell' ottaedro, e un altro triangolo B, che ſia pianta della faccia oppoſta. Per avere l' altezza della faccia B ſopra il piano geometrico ſi cerchi la corda di gradi 90 del circolo AB, a cui ſono iſcritti i predetti triangoli. Queſta corda eſſendo il lato del quadrato, di cui è capace il circolo AB, ſarà parimente il lato del cubo, la cui altezza è eguale a quella dell' ottaedro.

9 Molto più compoſta delle precedenti ſarà la coſtruzione dell' icoſaedro a cagione del maggior numero degli angoli ſolidi. Noi determineremo in primo luogo il lato di eſſo eſſendo dato il diametro della sfera. Sia AB (*Fig.* 40.) il diametro della sfera, ed AC eguale al ſemidiametro, e ſieno queſte due linee ad angoli retti. Si congiunga CB, e in eſſa ſi tagli CD eguale a CA, e tiriſi AD, che ſarà il lato cercato dell' icoſaedro (*Euclid. prop. XVIII. lib. III. de' ſolidi*). Trovata AD per avere il raggio del circolo capace di un triangolo equilatero fatto ſopra AD, ſi deſcriva col centro C, e col ſemidiametro CA eguale a CD un arco di circolo, e ſi tiri l' ordinata DL; indi preſa AF terza parte di AL ſi alzi l' ordinata FE, e ſi deſcriva la corda AE, la quale ſarà eguale al raggio del circo-

lo

lo (§. *6.*). Per la qual coſa ſe nella data sfera intenderemo fatta una ſezione, che abbia per raggio la linea A E, cadrà eſſa a quella diſtanza dal centro della sfera, in cui trovaſi un piano, o faccia dell' icoſaedro. Sia per tanto H V (*Fig.* 41.) il diametro della data sfera, e pongaſi ad angoli retti in H Q una linea eguale al raggio trovato del circolo capace del triangolo dell' icoſaedro, e in Q ſi alzi una perpendicolare, per cui ſi avranno nella sfera due punti E, M, per i quali condotti due piani E F, M N ad angoli retti col diametro V H, ne verranno due ſezioni capaci del triangolo dell' icoſaedro; onde ſe ſupponiamo, che una faccia cada in E F, dovrà la faccia oppoſta cadere ſul piano M N, e ſe ſi prende la faccia in E F come baſe del ſolido, ſarà l' altezza eguale alla linea E M. Sebbene nella pianta i due circoli E F, M N formino un ſolo circolo, non ſuccederà però lo ſteſſo ai triangoli iſcritti, i quali dovranno incrocicchiarſi tra loro per la ſteſſa ragione, che abbiamo detto trattando dell' ottaedro. Egli è pure manifeſto, che ſe avremo un angolo nel punto E, dovrà un altro angolo cadere nel punto oppoſto N. Prendaſi ora il lato trovato dell' icoſaedro, e ſtendaſi ſulla circonferenza del circolo in E P, come pure in N S. Con queſta coſtruzione reſtano determinati due altri punti nella sfera P, S, ove cadono due angoli del ſolido iſcritto, del che ciaſcuno reſterà facilmente perſuaſo riflettendo in qual modo ſieno nel ſolido diſpoſti i lati intorno a ciaſcun angolo. Per i due punti P, S ſi facciano nella sfera due ſezioni P R, O S parallele alla baſe. Queſte incontreranno gli altri angoli dell' icoſaedro. Imperocchè eſſendoſi determinato l' angolo ſolido P, come ancora l' angolo ſolido S col deſcrivere una linea E P, oppure N S eguale al lato dell' icoſaedro, e che parte da un angolo E della baſe, oppure da un angolo N del piano oppoſto; ſe intenderemo fatta la ſteſſa coſtruzione riſpetto a ciaſcun angolo della baſe, o del triangolo ad eſſa oppoſto, è chiaro, che nella ſezione P R, come pure nella O S dovranno trovarſi tre angoli ſolidi diſtribuiti ad eguali intervalli; ma noi ſappiamo eſſere dodici gli angoli dell' icoſaedro; dunque non è poſſibile avere altro angolo ſolido oltre a quelli, che abbiamo detto cadere nelle quattro ſezioni E F, M N, P R, O S. Le due ſezioni P R, O S eſſendo eguali, e parallele, dovranno confonderſi inſieme nella pianta, e rappreſentarſi con un ſolo circolo, come interviene alle altre due ſezioni E F, M N. Laonde ſe deſcriveremo due circoli concentrici A, D, uno con diametro eguale ad E F, e l' altro con diametro eguale a P R, ſarà certo, che la pianta di ciaſcun angolo dovrà cadere ſulla periferìa di uno di queſti circoli. Conviene pure riflettere, che qualunque circolo maſſimo della sfera come V P H R, che ſia retto ſopra la baſe del ſolido, ſi trasforma nella pianta in una linea retta, che paſſa pel centro dei circoli già deſcritti; onde qualunque linea retta, che giaccia ſul piano del detto circolo maſſimo, avrà per pianta una linea, che prolungata dovrà paſſare pel centro. Premeſſe queſte rifleſſioni ſi deſcrivano i due triangoli A, B il primo de' quali ſia baſe del ſolido, e il ſecondo ſia pianta della faccia oppoſta. Da ciaſcun angolo di queſti triangoli ſi tirino altrettante linee rette A C, B D, che vadano a terminare alla periferìa dell' altro circolo, e ſieno tutte dirette al centro. Egli è manifeſto per le coſe dette, che ciaſcuna di queſte linee corriſpondenti alle P E, N S &c. darà ſulla periferìa del circolo eſteriore la pianta degli ango-

li

li ſolidi delle due ſezioni P R , O S . Che ſe vorremo compiutamente deſcritta la pianta dell' icoſaedro , altro a fare non reſta , che condurre per ciaſcun angolo le linee , che moſtra la figura . Stabilita la pianta troveremo facilmente per mezzo del circolo maſſimo della sfera l' altezza di ciaſcun angolo . Imperocchè eſſendo il triangolo B la pianta della faccia oppoſta alla baſe , ſarà l' altezza dei tre angoli B eguale alla diſtanza, che anno le due linee M N , E F . Così pure i tre angoli C , che appartengono nella sfera alla ſezione P R , avranno per altezza una linea eguale alla diſtanza delle due P R , E F ; e finalmente i tre angoli D corriſpondenti alla ſezione O S avranno per altezza una linea eguale alla diſtanza delle due O S , E F . Con ciò reſta ſtabilito quanto abbiſogna per deſcrivere l' icoſaedro .

10 Con metodo non diſſimile dall' antecedente intraprenderemo a deſcrivere il dodecaedro . Inſegna Euclide (*prop. II. lib. IV. de' ſolidi*) , che il medeſimo cerchio comprende il pentagono del dodecaedro , e il triangolo dell' icoſaedro iſcritti alla medeſima sfera ; dal che ſi raccoglie , che le facce dell' uno , e dell' altro ſolido anno la ſteſſa diſtanza dal centro , e che la ſteſſa coſtruzione , che abbiamo fatta per l' icoſaedro affine di trovare i punti E , M , e le due oppoſte ſezioni E F , M N , ſervirà egualmente per il dodecaedro . Stabilite per tal modo le due ſezioni E F , M N (*Fig.* 42.) capaci di contenere il pentagono del dodecaedro , ſi deſcriva un circolo A B A B col diametro eguale ad E F , e ſe ne divida la circonferenza in dieci parti con que' metodi , che i geometri inſegnano ; indi ſi deſcrivano i due pentagoni A , B , i quali ſebbene corriſpondono a due facce tra loro parallele , non ſi trovano però ſimil-

milmente posti per la ragione, che abbiamo altre volte accennato della opposizione degli angoli solidi. Descritti questi pentagoni il lato di essi sarà lato del dodecaedro; onde stendendo sulla periferia del circolo massimo della sfera in E P, ed in N S il detto lato, verranno a determinarsi due angoli solidi P, ed S, e fatte nella sfera due sezioni P R, O S parallele alla E F, oppure alla M N, ciascuna di esse incontrerà cinque angoli solidi, valendo le stesse ragioni, che si sono dette per l'icosaedro. Per compire la pianta del solido si descriva nel piano geometrico un circolo concentrico al primo con diametro eguale a P R, il quale corrispondendo alle due sezioni P R, O S, dovrà contenere le piante di quegli angoli solidi, che si trovano in dette sezioni. Per determinare questi punti basterà condurre da ciascun angolo A, B delle rette linee dirette al centro, poichè dove queste incontreranno il circolo esteriore, ivi si avrà la pianta dei predetti angoli. Descritte poi quelle linee, che mostra la figura, sarà compita la pianta del dodecaedro. Avremo in oltre l'altezza di ciascun angolo per mezzo della sfera. Imperocchè essendo i punti B le piante di que' cinque angoli solidi, che si trovano nella sezione M N, sarà l'altezza di ciascuno eguale alla distanza delle due sezioni M N, E F; e parimente essendo i punti C le piante di quegli angoli, che appartengono alla sezione P R, sarà l'altezza di essi eguale alla distanza delle due sezioni P R, E F; e finalmente gli angoli, che soprastanno ai punti D, e che si trovano nella sezione O S avranno l'altezza eguale alla distanza delle sezioni O S, E F.

11 Il metodo, che abbiamo tenuto per descrivere in prospettiva i cinque corpi regolari, non comprende tut-

tutti i casi possibili, ne' quali potrebbero i problemi essere proposti; mentre dalle cose dette non apparisce in che modo dovesse regolarsi il prospettivo, quando il corpo non posasse con una sua faccia sul piano geometrico, ma giacesse sopra un piano inclinato, oppure si riguardasse il corpo come sospeso ad un filo, nel qual caso potrebbe esso naturalmente ricevere qualunque inclinazione. La ricerca in termini così generali sarebbe da principio riuscita troppo difficile; e per lo contrario io spero, che riuscirà molto facile dopo le cose spiegate, giacchè non abbisognano nuovi teoremi, e serve la stessa regola per ciascuno de' cinque corpi. Per tanto io prenderò a dimostrare come descrivasi l' ottaedro in prospettiva, qualunque sia la sua positura rispetto ad un piano orizzontale, e ciò basterà per far comprendere quello, che debba farsi per gli altri corpi regolari.

12 Sia in GK un piano orizzontale (*Fig.* 43.), a cui sia retto il piano del circolo massimo VEHF della sfera posta a qualsivoglia distanza dal piano GK. Si prenda ad arbitrio un diametro VH inclinato al piano GK, e si facciano nella sfera due sezioni perpendicolari ad VH capaci di contenere i due triangoli opposti dell' ottaedro (§. 7.). Stabiliti questi due piani EF, MN non perciò resta determinata nella sfera la positura del solido, poichè se faremo conto, che esso si aggiri intorno al diametro VH scorrendo gli angoli solidi sulla periferia dei due circoli, che anno per diametro EF, MN, in infinite maniere diverse si troverà situato dentro la sfera restando però compreso fra i due piani EF, MN. Dovendosi assegnare al solido una certa positura tra le infinite, che può avere fra i predetti due piani, sarà espediente valersi di quella figu-

gu-

gura, che da principio fu defcritta, e che rapprefenta la pianta dell' ottaedro giacente ful piano geometrico. In effa condotto un diametro qualunque X Z fi dee far conto, che corrifponda al diametro E F, oppure M N, giacchè, come è noto, la fezione, che ha per diametro E F oppure M N è eguale al circolo A B A B. Sopra X Z fi tirino da ciafcun angolo le perpendicolari A 1., A 2., A 3., e prefe nella precedente figura E 1. eguale ad X 1., E 2. eguale ad X 2., E 3. eguale ad X 3. verranno ftabiliti i punti ful diametro E F, ove cadono le perpendicolari da ciafcun angolo della faccia ifcritta alla fezione E F nella fuppofta fituazione del folido. Nello fteffo modo condotte dagli angoli B fopra X Z le perpendicolari B 4., B 5., B 6., fi troveranno fulla linea M N i punti 4., 5., 6, ove cadono le perpendicolari dagli angoli della faccia ifcritta nella fezione M N. Per l' icofaedro, e pel dodecaedro niuna altra differenza vi farà nella pratica di quefto metodo, fe non quella, che effendo la pianta dell' uno, e dell' altro folido compofta di due circoli concentrici, dovrà farfi in ciafcuno dei circoli quello, che ora fi è fatto per riguardo al circolo A B A. Ritornando alla sfera egli è facile intendere, che le perpendicolari, che cadono dagli angoli fulla E F, e fulla M N effendo rette al piano del circolo maffimo V E H F, è forza che fieno parallele al piano orizzontale; per la qual cofa le linee 1. 1., 2. 2., 3. 3., 4. 4. &c. condotte perpendicolarmente dai punti 1., 2., 3., 4. &c. fopra G K fono mifura dell' altezza di ciafcun angolo. S' intende ancor facilmente, che fe ful piano orizzontale fi defcriverà ad angolo retto colla G K nel punto 1. una linea eguale all' ordinata della fezione, cioè eguale ad A 1., il punto eftremo di effa linea fi troverà a piombo bo ſotto l'angolo, e però ſarà pianta di eſſo. Veniamo ora alla pratica di queſto metodo. Si ſegni ſul piano geometrico una g k coi punti 1., 2., 3., 4. &c., che abbiano quella diſtanza fra loro, che anno nella linea GK. In 1. ſi tiri una perpendicolare eguale ad A 1., in 2. una perpendicolare eguale ad A 2., in 3. una perpendicolare eguale ad A 3. da quella parte riſpetto alla linea g k, ove cadono le ordinate nel circolo A B A B riſpetto al diametro XZ. Per le coſe dette i punti eſtremi di queſte perpendicolari daranno le piante degli angoli, che ſi trovano nella ſezione EF, ſecondo che eſige la ſuppoſta poſizione del ſolido. Facciaſi lo ſteſſo per gli altri punti 4., 5., 6., e ſi avranno le piante degli angoli, che appartengono alla ſezione MN. Per deſcrivere compiutamente la pianta del ſolido, converrebbe diſegnare diverſi triangoli ſopra i punti A, B notati ſul piano geometrico, ma ſi tralaſciano non eſſendo neceſſarii al rimanente della operazione, che potrà poi eſeguirſi colle ſolite regole di proſpettiva, giacchè ſono date le piante A, B degli angoli, e ſono date le altezze per mezzo delle linee 1. 1., 2. 2., 3. 3., 4. 4. &c. Anzi perchè in queſta operazione, come ancora in tutte le altre precedenti ſi tratta di cercare la proſpettiva di un punto ſuperiore al piano geometrico, potrebbe riuſcire comodo il metodo ſpiegato (§. 4. *Sez.* III.) per le ragioni addotte nell' articolo precedente della ſteſſa ſezione. Se mai s' incontraſſe qualche difficoltà nel diſtinguere tutte le linee, che dagli angoli A vanno agli angoli B potrà ſervire di regola la pianta eſpreſſa col circolo A B A B, in cui ſappiamo, che qualunque angolo A ſi congiunge con due linee ai due proſſimi angoli B, B; cioè il punto A, che ha per ordinata A 2. reſta congiunto ai due punti B, B, uno de' quali ha per ordinata B 4., e l'altro B 6. Faccendosi questa riflessione sulla pianta, che abbiamo ultimamente descritta, si vede tosto quali linee s' abbiano a condurre dai punti A ai punti B; e questa stessa riflessione servirà di guida per distinguere sulla parete que' lati, che nell' ottaedro congiungono i due triangoli opposti A, B.

13 Per far uso in un caso particolare del metodo spiegato nel precedente articolo, facciamo conto, che fosse proposto da disegnare l' ottaedro quale apparirebbe stando con un angolo sul piano geometrico di maniera, che non inclinasse da alcuna parte. In primo luogo s' intenda condotta nella pianta espressa col circolo A B A B un diametro X Z per modo, che incontri due angoli opposti A, B; indi condotte dagli angoli le ordinate sopra questo diametro si notino i punti corrispondenti sulle due sezioni E F, M N; con che si viene a supporre, che nella sfera un angolo del solido cada in F, e l' opposto in M. Tirando per F una tangente alla sfera, o sia al circolo V E H F, se questa tangente sarà riguardata come una linea orizzontale, e si farà rispetto ad essa ciò, che si fece rispetto alla G K, le misure, che verranno da tal costruzione saranno quelle, che daranno alla prospettiva del solido l' apparenza, che si domanda. La cosa è tanto chiara per se, che non abbisogna di dimostrazione.

14 Abbiamo sempre supposto essere dato il diametro della sfera, a cui sono iscritti i corpi regolari, e quindi abbiamo cercata la misura di quelle linee, che abbisognano per descrivere le prospettive. Comechè io abbia tenuto quest' ordine, non è però, che i problemi non si potessero egualmente sciorre, se in vece di supporre dato il diametro della sfera, si prendesse per dato un lato del solido non richiedendosi cognizio-

ni

ni ulteriori a quelle, che ſi anno dalle precedenti dimoſtrazioni. Nel tetraedro eſſendo dato il lato E V (*Fig.* 36.) ſi cercherà il raggio E G di quel circolo (§. 6.), che è capace di un triangolo equilatero fatto ſopra il lato E V. Formandoſi poſcia colle due linee E V, E G un triangolo rettangolo in G, ſi conoſcerà l' altezza G V del tetraedro. Trattandoſi del cubo non vi è biſogno di un particolare artificio. Per l' ottaedro baſterà valerſi del metodo eſpoſto (§. 8.). Per gli altri due ſolidi converrà cercare in primo luogo il diametro della sfera, a cui reſta iſcritto il ſolido, che abbia il lato della data miſura, e nel rimanente ſi procederà come negli articoli precedenti. Per trovare queſto diametro della sfera eſſendo A D (*Fig.* 40.) eguale al lato dell' icoſaedro, ſi formi ſopra di eſſo un triangolo iſoſcele A D C, che abbia l' angolo in C tale, che il ſuo ſeno D L ſia doppio del coſino C L, e ſi avrà il lato C A (§. 9.) eguale al ſemidiametro, che ſi cerca. Se foſſe dato il lato del dodecaedro, ſi cerchi il raggio del circolo capace del pentagono fatto ſopra il detto lato, e nel medeſimo circolo ſi trovi il lato del triangolo equilatero iſcritto, e con queſto ſi determini come dianzi il ſemidiametro della sfera, giacchè ſappiamo, che la ſteſſa sfera è capace dell' uno, e dell' altro ſolido, qualora il triangolo dell' uno, e il pentagono dell' altro reſtano iſcritti al medeſimo circolo.

SEZIONE VIII.

Della Prospettiva delle soffitte, e delle scene.

1 COmprenderemo in questa sezione tanto la prospettiva delle soffitte, quanto quella delle scene, e tratteremo brevemente dell' una, e dell' altra essendo nostra intenzione non già di dar precetti per la pratica, ma di dimostrare a chi studia, che vagliono per queste operazioni le medesime regole da noi spiegate nelle precedenti sezioni, e che solo abbisognano alcune particolari avvertenze per le diverse circostanze, alle quali conviene adattarsi. Incominciando dalle soffitte, o esse sono piane, o curve come le volte. Se la soffitta sarà una superficie piana, la sola differenza, che trovasi per conto della esecuzione, consiste in ciò, che ove prima abbiamo sempre supposto il piano di prospettiva in una posizione verticale, lo considereremo ora situato orizzontalmente, e immaginando l' occhio nel mezzo della camera all' altezza di un uomo, si prenderà la distanza dal piano, o soffitta con una linea perpendicolare condotta dall' occhio, la quale determinerà nel piano il punto principale. Fingendo poscia, che gli oggetti sieno di là della soffitta, se ne farà la projezione con que' metodi, che abbiamo spiegati. In somma la figura prima di questo trattato somministra l' idea di ciò, che si ha a fare presentemente, bastando solo rivolgere la figura, e presentarsela alla mente in modo, che il piano geometrico acquisti una posizione verticale, e il piano di prospettiva una posizione orizzontale. Le piante sul piano geometrico riusciranno differenti da quelle, che sogliono

averſi

aversi negli altri disegni, perchè se l' oggetto sarà per esempio una colonna, la quale deve stare in una linea verticale, a cui ora è parallelo il piano geometrico, per formarne la pianta, bisogna immaginarla come distesa sul piano geometrico. Lo stesso dovrà dirsi della ortografia, la quale non corrisponderà all' altezza degli oggetti, ma bensì alla loro grossezza, o profondità.

2 Occorre alle volte di dovere supplire colla pittura a qualche difetto della fabbrica, e che per esempio sia a carico del pittore il far comparire più alta una camera, che fosse deforme per la troppa bassezza. Per spiegare con chiarezza l' artificio, che suole praticarsi, immaginiamo fatta una sezione verticale della camera (*Fig.* 44.), la qual sezione passi per l' occhio O, e sia parallela ad un muro. Sia in AB la soffitta, e i muri in AC, e BD; e supponiamo, che per ottenere l' altezza proporzionata alle altre dimensioni abbisognasse rialzare la soffitta fino in GH. Deve il prospettivo far conto, che gli oggetti da rappresentare sieno superiori al piano GH; e che restino compresi entro le linee, che dall' occhio O vanno ai punti G, H. Essendo poi essi projettati o sulla parete GH, colla distanza dell' occhio OF, oppure sulla parete AB colla distanza Of, compariranno sotto le stesse forme, e colle stesse proporzioni, e altra differenza non vi sarà, che nella grandezza delle immagini prospettive. Giacchè il disegno dovrà farsi sulla parete AB, non potrà esso occupare che lo spazio ab, che resta entro l' angolo GOH, lasciando d' ogni intorno uno spazio vano Aa, Bb. Perchè si vuole, che i muri sembrino alzarsi fino in G, e H converrà esprimere col dipinto la continuazione del muro nello spazio vano Aa, Bb, e per meglio riuscire in ciò gioverà fingere una cornice,

ce, o altro ſimile ornamento ſull' ideato muro B H, A G, la quale ſia poi diſegnata colle regole di proſpettiva in A a, e B b. Forſe non ſarebbe mal fatto per diſporre l' occhio a ben ricevere queſta apparenza, di dar principio alla pittura ſul muro ſotto di A, e di B formando quivi l' architrave, e ſopra di eſſo le menſole, e poi la cornice nei due piani A a, B b. Molte pitture ſono ſtate eſeguite a queſto modo dal Dentone gran maeſtro in queſto genere di proſpettiva, il quale ha ſaputo così bene eſeguire le ſue idee aggiungendo al diſegno i colori naturali, e i lumi confacenti al luogo, che l' occhio reſta ingannato nel giudicio, che forma della diſtanza, o dell' altezza della ſoffitta.

3 Quando la ſoffitta non foſſe piana, ma curva come una volta, ſarà più difficile l' operazione, e chi voleſſe tenervi dietro con ſpeculazioni geometriche, riuſcirebbe tanto malagevole, che non ſi apporterebbe alcun ſoccorſo alla pratica. Ciò ſi rende manifeſto toſto, che ſi conſideri, che nel caſo di una volta tutte le piramidi fatte dalle linee viſuali vengono intercette da una ſuperficie curva, e che la proſpettiva di qualunque oggetto ſarà quella ſezione, che ſi fa dalla detta ſuperficie curva colla piramide. Perchè poi le ſuperficie delle volte ſono di diverſe figure, o curvità, ciaſcuna delle quali richiederebbe un metodo particolare, ſarà più eſpediente ricorrere alle regole pratiche, giacchè ſopra tutto ſi ſtudia di eſeguire ciò praticamente. Nella proſpettiva del Vignola ſi propone un metodo, che in vero ſembra alquanto faticoſo in pratica. Si preſcrive di pigliare la circonferenza del ſeſto della volta con una centina, indi mettere le vere grandezze degli oggetti alla debita diſtanza, e poi colle linee condotte al punto dell' occhio oſſervare ove eſſe taglino

no la circonferenza per avere le altezze apparenti. Noi crediamo più ſpedita l'operazione ſe ſi farà nel modo ſeguente.

4 Trattandoſi dunque di una volta di qualunque ſiaſi curvità, ci immagineremo un piano ſotto di eſſa, per eſempio dove la volta ſi uniſce coi muri. Si divida queſto piano in tanti quadrati, lo che potrà ſempre eſeguirſi con facilità, dividendo i lati di eſſo in parti eguali, e diſtendendo delle funi per i punti corriſpondenti delle diviſioni dei lati oppoſti. Si chiuda la camera, così che il lume non entri da alcuna parte, e poſta una candela acceſa nel punto di veduta, reſterà la volta diviſa dalle ombre, che gettano le funi in tante parti, quanti ſono i quadrati delle funi; e ſebbene dette parti ſieno per eſſere ineguali, e di differente figura, ſarà però ciaſcuna la comune ſezione della volta con una piramide, che abbia il vertice nella fiamma, e per baſe un quadrato funicolare, giacchè prolungata la detta piramide fino alla volta reſterà intercetta preciſamente dentro ad un quadrilatero curvilineo. Si ſegnino le curve delle ombre, e queſta deſcrizione ſarà dopo di guida alla operazione. Supponiamo in luogo della fiamma ſoſtituito un occhio, e immaginiamoci diverſi oggetti di là della volta. E' certo che eſſi ſaranno veduti dall' occhio ſecondo le direzioni di quelle linee, che formano le piramidi, e che quella parte di oggetto, che occupa un quadrato funicolare, occuperà il quadrilatero curvilineo corriſpondente. Se accadeſſe, che le ombre delle funi non ſi manifeſtaſſero aſſai diſtintamente per l' ampiezza della camera, potrebbeſi allora ottenere la ſteſſa diviſione per mezzo di un filo, perchè tenendolo coll' un capo fiſſo nel punto deſtinato per l' occhio, e facendolo ſcorrere coll' altro capo

po ſulla ſuperficie della volta in maniera però, che reſtaſſe ſempre aderente ai lati dei quadrati funicolari, eſſo ſegnerebbe le ſteſſe curve, che naſcono per le ombre. In qualunque modo ciò ſia eſeguito, ſe il pittore avrà fatto a parte un diſegno ſecondo le regole di proſpettiva, come ſe doveſſero rappreſentarſi gli oggetti ſulla ſuperficie piana, e dividerà il diſegno nello ſteſſo numero di quadrati, ne' quali fu diviſa la ſuperficie piana ſotto la volta, eſſo ſervirà di norma per compartire gli oggetti ſulla ſuperficie curva ſecondo quella diſpoſizione, che eſige la proſpettiva. Sebbene queſto metodo non prometta tutta quèlla eſattezza, che pretenderebbe un geometra, pure ſarà ſufficiente per la pratica, ſe ſupponiamo in oltre molta accuratezza in chi opera, e molta abilità nel diſtribuire le tinte, e le ombre; le quali coſe tutte inſieme daranno come l' eſſere al dipinto, e perdendo l' occhio quaſi affatto il ſenſo della volta, crederà di vedere gli oggetti, quando però l' argomento ſia tale, che ſi adatti al luogo, e concorra a cagionare queſto piacevole inganno.

5 Dopo di avere dimoſtrato, che ſervono le ſteſſe regole per dipingere le ſoffitte, moſtreremo ora eſſere della medeſima condizione la proſpettiva delle ſcene. Qualunque volta foſſero le ſcene coſtrutte di pietra, o di legno, non vi ſarebbe neceſſità alcuna di regolarne la ſimetria colla proſpettiva, a cui conviene ricorrere per l' uſo, che vi è comunemente da tutti accettato di farle dipinte. Non oſtante però che abbiano alcuni fatte le ſcene di legno colle parti rilevate, pure anno creduto ben fatto d' aggiungervi una certa degradazione forſe per l' anguſtia del luogo, che voleano far comparire maggiormente ſpazioſo. Tale è la forma del teatro olimpico coſtrutto in Vicenza dall' inſigne Palla-

ladio, come ciascuno può intendere dall' esatta, ed erudita descrizione, che ne ha fatta il Montenari. A giorni nostri si fanno le scene di tela dipinta, e non si potrebbe altrimente, volendosi nella stessa rappresentazione far comparire ora un tempio, ora una boschereccia, ora una reggia contro il rigoroso precetto datoci dagli autori di osservare l' unità del luogo in ogni drammatico componimento. Costumavano gli antichi tre scene diverse, una per la tragedia, un altra per la commedia, e la terza per la satira; e volendo pure dilettare il popolo con nuovi oggetti senza pregiudicare all' unità del luogo provvedeano i loro teatri di macchine per far comparire o una deità, che discendesse fra le nubi dal cielo, o altri spettacoli di simil natura. Per questo triplice genere di scene ci parlano alcuni antichi autori di certe macchine triangolari, o prismi, che rivolgendosi intorno ad un perno presentavano quella faccia, che era adattata alla rappresentazione o tragica, o comica, o satirica. Lascieremo agli eruditi queste ricerche della forma delle scene praticata ne' tempi addietro, e ci restringeremo a parlare di ciò, che usa a' tempi nostri. Conviene in primo luogo esaminare la situazione del palco, su cui stanno le scene, il quale chiamasi da alcuni *Foro della scena*. Esso, come a tutti è noto, è un piano inclinato, la cui fronte resta superiore alla platea quanta è la statura di un uomo, o poco più, essendo essa fronte alta incirca piedi 5. La elevazione non si trova la stessa in tutti i teatri. L' anno fatta alcuni eguale alla nona parte della lunghezza; e quando l' altezza della fronte fosse minore di piedi 5, la pratica insegna, che la decima, o l' undecima, ed anche la duodecima parte sia sufficiente. Decideranno gli architetti sulla preferenza di queſte miſure, e noi intanto procureremo di regolare la proſpettiva per una data ſituazione del palco. Qualunque edificio ſuol ſtabilirſi ſopra un piano orizzontale, e ciò ſi oſſerva con più rigore quando ſi tratta della parte interna di eſſo; e però converrà riguardare la pendenza del palco come una apparenza, e come un effetto della proſpettiva, e mettere a calcolo queſta reale inclinazione, acciò non naſcono contraddizioni nelle idee, che ſi vogliono riſvegliare nella fantaſia degli ſpettatori. Conviene in oltre avvertire, che trattandoſi di un teatro non abbiamo una ſola parete, a cui riferire gli oggetti, conforme alla ſuppoſizione fatta in tutto il preſente trattato, ma abbiamo tante pareti, quanti ſono i telaj di ciaſcuna ſcena altri più vicini, altri più lontani dall' occhio.

6 Cominciando dal palco ſi eſamini la ſua inclinazione col piano orizzontale. S' intenda fatta una ſezione del teatro con un piano verticale, che paſſi per l' occhio O (*Fig.* 45.), e che ſia perpendicolare alla fronte del palco. Sia A B l' altezza della fronte, A 10 un piano orizzontale, A L il palco ſcenico, la cui pendenza, o angolo in A fatto colla orizzontale reſta determinata dalla proporzione, che ha la lunghezza A 10 colla elevazione L 10. Il piano orizzontale A 10 può riguardarſi come il piano geometrico, il quale prodotto fino in S darà l' altezza dell' occhio O S, e il punto della ſtazione in S. La pianta geometrica dell' edificio, che ſi vuole rappreſentare colla ſcena, dovrà diſegnarſi ſul piano orizzontale A 10. Queſta pianta non potendo eſſere veduta dall' occhio O per cagione della interpoſizione del palco A L, dovrà traſportarſi ſul palco A L, come ſe A L foſſe una parete. Per avere con facilità la corriſpondenza dei punti di un piano

con

con quelli dell' altro, basta dall' occhio condurre una linea ai punti del piano A 10, come O 8, e vedere in che punto incontri il piano AL. Per questa operazione il punto 8 della pianta geometrica cadrà in Z. Per trasportare speditamente la pianta da un piano all' altro, penso che sarebbe comodo il dividere il piano orizzontale in quadrati, che si trasformeranno in trapezii sul piano inclinato AL. La fronte del palco, o sia la comune sezione di esso col piano orizzontale si ponga in CD (*Fig.* 46.), e sopra di essa si costruisca un rettangolo CDHG capace di contenere la pianta ideata. Dividasi la CD in quante parti eguali si vuole, per esempio in otto, e lo stesso facciasi del lato opposto GH. Colla stessa misura si dividano i lati CG, e DH, che supporremo contenere dieci di quelle parti. Condotte per i punti delle divisioni tante linee rette resterà diviso lo spazio in quadrati. Per trovare i trapezii corrispondenti del piano inclinato, nel punto di mezzo A si alzi una perpendicolare AQ eguale alla AQ della figura precedente, indi si notino sulla linea QA prolungata entro il rettangolo le lunghezze A 1, A 2, A 3 &c. le quali si avranno dalla precedente figura; imperocchè condotta dall' occhio O una linea O 8, e presa AZ, e trasportata nella figura 46 in A 8, si avrà il punto 8, e nello stesso modo si determineranno gli altri punti 1, 2, 3 &c. Per questi punti descrivendosi altrettante linee parallele alla CD, si avranno gli spazii sul palco corrispondenti agli spazii del piano orizzontale chiusi entro l' intervallo delle parallele, e resterà solo da determinare la posizione delle altre linee, che scorrono secondo la profondità della scena. Prolunghisi CG, e DH in R, T per modo che l' una e l' altra linea CR, DT sia eguale ad AL della prece-

 den-

dente figura. Da R, e da T ſi tirino due linee al punto Q, le quali daranno i due termini alla linea condotta pel punto 10. Si divida queſta linea in otto parti eguali, giacchè in altrettante parti fu diviſa la fronte C D, e ſi deſcrivano le linee, che moſtra la figura, con che ſarà compita la coſtruzione, di cui non porteremo alcuna dimoſtrazione, eſſendo facile l'immaginarla. Pertanto ſe il foro della ſcena ſarà diviſo con queſta ragione, ſi conoſcerà facilmente a qual punto del palco appartenga la icnografia di qualunque oggetto, e per conſeguenza ſarà noto il punto, ove inalzare la ortografia. Affine di evitare ogni confuſione gioverà far a parte il rettangolo C D H G, e ſopra di eſſo deſcrivere la pianta, e dividere poſcia tutto lo ſpazio in quadrati, come ſi è detto, i quali ſerviranno di norma, e riſparmieranno una faticoſa coſtruzione per traſportare la pianta ſul palco. Queſto ſteſſo metodo ſi pratica con felice ſucceſſo nelle ſoffitte per traſportare i diſegni dalle ſuperficie piane alle curve, come di ſopra abbiamo ſpiegato.

7 Egli è facile il comprendere, che reſta determinata la lunghezza del palco, oltre a cui non può eſtenderſi la profondità della ſcena, e dipendere queſta lunghezza e dall' altezza dell' occhio, e dalla inclinazione del palco; imperocchè per quanto ſi eſtenda nel piano orizzontale la pianta geometrica, traſportata ſul palco non oltrepaſſerà mai quel punto, ove la orizzontale O F condotta per l'occhio ſi congiunge colla linea A L; anzi a quel punto non potrebbe giungere ſe non quando la pianta geometrica ſi eſtendeſſe all' infinito; perchè allora prendendo ſulla A 10 un punto infinitamente lontano, e condotta da eſſo all' occhio O una linea, coinciderebbe queſta colla O F, e però taglierebbe il pia-

piano AL nel punto, ove abbiamo detto farſi l' incontro colla OF. Da ciò ſi raccoglie, che poſta la ſteſſa inclinazione del palco ſarà più ampio, o più anguſto lo ſpazio capace della ſcena, ſecondo che ſia maggiore, o minore l' altezza dell' occhio; e poſta la ſteſſa altezza dell' occhio ſi avrà uno ſpazio tanto maggiore ſul palco, quanto ſarà minore la inclinazione.

8 Ogni telajo di una ſcena, come ſi diſſe da principio, fa le veci di una parete, ſopra cui ſi vuole eſprimere l' ortografia degli oggetti conforme richiede la proſpettiva; onde converrà in ciaſcun telajo, o nel piano di eſſo prolungato quanto abbiſogna, ſtabilire il punto principale colla perpendicolare condotta dall' occhio, ed eſſendo nota la diſtanza dell' occhio, e la ſituazione degli oggetti fare il diſegno coi metodi ſpiegati nelle precedenti ſezioni, ſe ſi vuole, che le apparenti grandezze corriſpondano alle vere. Supponendoſi i telaj paralleli tra loro, ed altresì paralleli al piano della fronte, il punto principale di ciaſcuno cadrà nella linea OF, ma la diſtanza dell' occhio non ſarà la medeſima per ciaſcheduno. Queſta uniformità nella ſituazione di ciaſcun telajo non è aſſolutamente neceſſaria, ſe ſi conſiderano le coſe in aſtratto; pure in pratica dovrebbe riuſcire vantaggioſa, mentre ſe lo ſpettatore non ſi troverà preciſamente nel punto di veduta, non così facilmente ſi accorgerà della deformità, che naſcer dee nelle apparenti grandezze, la quale riuſcirebbe molto ſenſibile per le differenti inclinazioni delle pareti. Per regolare le altezze proſpettive degli oggetti ſia N8 l' altezza vera, che ſi vuole rappreſentare in XZ. Condotta NO è manifeſto eſſere O8 ad OZ, come N8 ad XZ, cioè eſſere l' altezza vera alla proſpettiva come la diſtanza dell' oggetto dall' oc-

occhio alla diſtanza della parete. Ho ſuppoſto che il telajo, ſu cui ſi vuole traſportare la N 8, ſia collocato ſul palco in quel punto, che corriſponde alla pianta della linea N 8, cioè in Z. Potrebbeſi il piano di proſpettiva, o ſia il telajo XZ ſupporre ad una diſtanza dall' occhio o maggiore, o minore della predetta, come viene eſpreſſo dalle due linee punteggiate poſte di quà, e di là da XZ. Faccendoſi o l' uno, o l' altro ne naſcerebbono due inconvenienti per la pratica; perchè ſe prendiamo la parete nella linea più vicina all' occhio, traſportata ſopra di eſſa la linea N 8, reſterebbe queſta diſgiunta, e ſollevata ſopra il palco; e però nello ſpazio, che reſta, converrebbe dipingere la continuazione del palco, acciò non pareſſe l' edificio come ſoſpeſo in aria. Che ſe il piano della parete foſſe più lontano, reſterebbe la baſe della linea N 8 ſepolta ſotto il palco, e per farla comparire agli occhi dei riguardanti converrebbe diſegnarla colle regole di proſpettiva ſul palco ſteſſo in quel tratto, che rimane tra la linea punteggiata, e la linea XZ. Eſſendo difficile l' ottenere queſte apparenz. in modo, che reſti ingannato chi vede, dovrà il pittore aſtenerſene; e quando ancora ſi luſingaſſe di riuſcire nelle coſe più ardue, deve riflettere, che queſte operazioni, ſe vagliono ad appagare chi trovaſi nel punto di veduta, diverranno oltre modo moleſte, e deformi per poco, che ſi ſcoſti lo ſpettatore dal detto punto. Vero è però non eſſere poſſibile evitare del tutto queſta ſorta d' inconvenienti maſſime dipingendoſi oggetti di rilievo, che ſcorciano; come ſarebbe la baſe di una colonna, la quale eſſendo un parallelepipedo, e avendo un piano parallelo alla fronte, dovrà l' altro piano dirigerſi co' due lati oppoſti orizzontali al punto principale, e sfuggire

il

il piano del palco lasciando uno spazio vano sul telajo. Tuttavia se l' inconveniente di cui si tratta non si può del tutto evitare, non per questo dovremo abbandonare l' operazione a qualunque più sensibile deformità.

9 Il punto di veduta non può essere che un solo, che che ne dicano alcuni in contrario, i quali mostrano con una opinione così stravagante di non sapere cosa sia prospettiva. Sembra questa in vero una dura necessità, per cui debba in un spazioso luogo, ove concorre gran moltitudine di popolo, essere la rappresentazione adattata all' occhio d' un solo; e pure è questa la condizione comune a qualunque genere di pittura; e se ad alcuno paresse intollerabile, sappia, che altro ripiego non vi può essere, che quello di formare le scene di rilievo rinunciando al comodo di variare ad ogni momento gli oggetti, del che ognuno prende tanto piacere. Dall' altra parte si rifletta, che non essendo i nostri sensi di quella dilicatezza, e di quella severità, di cui si vanta la geometria, se questa non concede che un punto per un solo spettatore, concederanno i sensi uno spazio capace di soddisfare a molti in una volta. Dovendosi dunque servire a questa qualunque siasi necessità, sarà degno di molta lode colui, che sappia far scelta di tali oggetti, e disporre le scene in modo, che se la prospettiva non sottopone che in un sol punto agli occhi dei riguardanti quelle apparenze, che corrispondano esattamente agli oggetti, faccia però altrove sentirne meno che sia possibile la deformità.

SE-

SEZIONE IX.

Metodo per descrivere in prospettiva qualunque oggetto senza valersi della pianta geometrica.

1 Il metodo, che ora spiegheremo, è fondato principalmente sopra alcune proposizioni della sezione IV, per le quali si dimostra potersi descrivere in prospettiva un angolo, che corrisponda ad un angolo di una misura data, ed una linea, che rappresenti qualsivoglia data linea, senza che bisogno vi sia di premettere il disegno della pianta sopra il piano geometrico. Non sarà piccolo il vantaggio per quelli, che attendono alla pratica, se potranno eseguire i loro disegni conforme le regole di prospettiva, senza l' obbligo di tener conto della linea fondamentale, e del piano geometrico, e di tutte quelle costruzioni, che sopra di esso sogliono praticarsi, e che noi abbiamo spiegato nelle sezioni precedenti. Intenderemo solamente descritta nella (*Fig.* 47.), come nelle altre susseguenti, la linea orizzontale MH, e la distanza dell' occhio dalla parete FP, che nel punto principale F faccia angoli retti colla MH. Con queste sole linee procureremo di eseguire la prospettiva di qualunque oggetto, e tratteremo in primo luogo degli angoli, e delle linee, che giacciono sopra un piano orizzontale. Queste linee, e questi angoli essendo in un piano superiore al piano dell' occhio, saranno veduti sulla parete sopra la linea orizzontale; e saranno veduti sotto di essa, se il piano sarà inferiore al piano dell' occhio.

2. De-

2 Descritta sulla parete qualunque linea b d si vuole condurre un' altra linea b c di maniera, che l' angolo d b c sia prospettiva di un angolo dato. Si prolunghi b d fino all' orizzontale in H, e si tiri P H, indi per P si tiri P N, che colla P H faccia un angolo eguale al dato, e si descriva b N. Dico che l' angolo prospettivo N b H rappresenta un angolo della data misura. Si richiami alla memoria ciò, che fu esposto (*Sez.*IV.§.11.), ove per trovare i punti sulla linea orizzontale, a' quali si addirizzano le linee prospettive, s' insegnò di condurre dal punto estremo P le linee, come P H, e P N, parallele alle linee obbiettive descritte sopra il piano geometrico, o sopra qualunque altro piano orizzontale, che può far le veci del piano geometrico. Per la qual cosa se nel piano geometrico fosse descritta la linea, di cui abbiamo la prospettiva in b d, essa sarebbe parallela a P H, come altresì sarebbe parallela a P N la linea, che viene rappresentata in c b. Dunque l' angolo dato, che comprendono le due linee N P, H P, è eguale a quell' angolo obbiettivo, di cui abbiamo la prospettiva per mezzo delle linee b d, b c.

3 Colla stessa costruzione si avrebbe l' angolo, che si cerca, se il punto b si trovasse sopra la linea orizzontale. Nell' uno e nell' altro caso succederà sempre, che la stessa porzione della linea orizzontale, come nel caso presente N H, sottenda i due angoli corrispondenti, cioè il prospettivo c b d, e l' obbiettivo N P H; e però questa potrà prendersi per regola generale da valersene per conoscere prontamente le corrispondenze degli angoli. Chi per esempio cercasse a quale angolo corrisponda l' angolo segnato sulla parete colle due linee b c, d c, prolungate dette linee fino all' orizzontale in N, ed M, giacchè M N sottende l' angolo M c N

eguale al ſuo angolo al vertice b c d, e la ſteſſa M N ſottende l' angolo M P N, ſarà queſto il corriſpondente dell' angolo proſpettivo in c. Che ſe le linee, come c d, b d, le quali fanno angolo in d, prolungate che ſieno, incontrano la linea orizzontale dalla parte dell' angolo ſupplemento, come ſuccede ora ne' punti M, H, non potrà dirſi, che l' angolo M P H corriſponda all' angolo c d b, ma bensì al ſuo ſupplemento, cioè all' angolo M d H; onde prolungandoſi H P in G, avremo G P M eguale all' angolo dell' oggetto, a cui corriſponde c d b. Se l' uno de' lati, come b d, che formano l'angolo c d b, foſſe parallelo alla linea orizzontale, allora il punto H trovandoſi ad una infinita diſtanza dal punto F, ſarebbe cagione, che P H foſſe parallela anch' eſſa all' orizzontale; ma queſta circoſtanza non rende punto diverſe le corriſpondenze degli angoli; mentre la ſteſſa linea infinita preſa ſopra l' orizzontale ſottenderebbe l' uno, e l' altro angolo, cioè l' obbiettivo, e il proſpettivo.

4 Sopra una data linea b d abbiaſi a diſegnare la proſpettiva di un triangolo, di cui ſieno dati gli angoli. Si prolunghi b d fino a che incontri l' orizzontale in H, e ſi congiunga P H; deſcritta poſcia P N, che con P H faccia uno degli angoli dati, ſi congiunga b N; indi ſi tiri P M, che colla P N faccia un angolo eguale ad un altro angolo dato, e ſi congiunga d M. Chi voleſſe proſeguire queſta coſtruzione tirando per P un' altra linea, che colla P M faceſſe un angolo eguale al terzo angolo dato, giacchè ſi tratta di tre angoli di un triangolo, cadrebbe la linea in dirittura di P H, e non ſi avrebbe per eſſa ſulla orizzontale, che il punto H, il quale è già determinato. Baſtano dunque i tre punti N, H, M trovati col mezzo di due angoli

per

per diſegnare il triangolo d b c, che abbia la condizione propoſta.

5 Per mezzo degli angoli deſcriveremo le linee ſecondo qualſivoglia proporzione, e ciò baſta per eſeguire i diſegni, ne' quali non ſi ricerca una determinata grandezza, ma ſolo quella proporzione fra le parti, che negli oggetti appariſce. Tuttavia ſe ſi voleſſe definire la preciſa lunghezza, che conviene ad una linea proſpettiva corriſpondente ad una data linea dell' oggetto, quando queſta foſſe parallela alla parete, ſi otterrebbe l' intento coll' inſtituire una proporzione, che dipende dalle diſtanze e della linea obbiettiva, e dell' occhio dalla parete, come ſi raccoglie da ciò, che è ſtato dimoſtrato (§. 1. *Sez.* III.). Imperocchè come ſta la ſomma delle dette diſtanze alla linea obbiettiva, così la diſtanza dell' occhio dalla parete alla linea proſpettiva. Queſta regola di proporzione non può valere quando la linea obbiettiva ſia obbliqua al piano della parete, perchè allora la lunghezza della linea proſpettiva non dipende ſolamente dalle predette diſtanze, ma ancora dalla maggiore, o minore obbliquità della linea obbiettiva; onde ſe ſi trattaſſe di cercarne la lunghezza ſulla parete, ſarebbe ſempre neceſſario ricorrere a qualche coſtruzione geometrica. Paſſa un' altra differenza, che merita di eſſere conſiderata, tra le linee parallele, e le obblique. Eſſa conſiſte in ciò, che eſſendo le prime diviſe in qualſivoglia ragione, ſecondo la ſteſſa ragione reſtano diviſe le linee proſpettive, del che ciaſcuno ſi perſuaderà riflettendo, che qualunque linea obbiettiva è baſe di un triangolo fatto dalle linee viſuali, e che la linea proſpettiva altro non è, che una ſezione del detto triangolo parallela alla baſe. Perchè poi queſta ſezione non è parallela alla baſe quando le linee obbiet-

tive ſieno obblique alla parete, non potrà verificarſi di queſte ciò, che conviene alle prime. Non ſi può dare una regola generale per fare debitamente queſte diviſioni nelle linee obblique ſenza ricorrere a qualche coſtruzione, come faremo negli articoli ſeguenti dopo di avere trattato delle linee parallele alla parete.

6 Sia ſegnata ſulla parete (*Fig.* 48.) una linea b d parallela alla linea orizzontale, e non volendoſi concedere alcun arbitrio al proſpettivo, poſſiamo ſupporre, che queſta linea ſia ſtata fatta di quella lunghezza, che richiede la data linea obbiettiva, avutoſi riguardo alla proporzione poc' anzi indicata delle diſtanze. Sia in oltre dato un punto c, per cui s' abbia a deſcrivere una linea, che ſia proſpettiva di una linea parallela alla parete, e nello ſteſſo piano orizzontale dell' altra, e che abbia alla obbiettiva di b d una data ragione. Se la ragione foſſe d' egualità, condotta pel punto c una linea b c, e prodotta fino all' orizzontale in H, e quindi per l' altro eſtremo d condotta d H, e per c la parallela c a, è manifeſto eſſere la figura b c a d proſpettiva di un parallelogrammo, eſſendo i lati oppoſti paralleli; e in fatti ſe b c, e d a concorrono ad un punto della orizzontale, biſogna che ſieno parallele le linee obbiettive. Se poi la ragione non foſſe d' egualità, ſi prenda ſopra b d una linea, che abbia alla b d la ragione data, e ſi faccia con queſta la ſteſſa coſtruzione, e ſi otterrà l' intento. Se ſi trattaſſe di linee verticali inſiſtenti ſopra un medeſimo piano orizzontale, valerebbe lo ſteſſo diſcorſo, e la ſteſſa coſtruzione; dovendo eſſe pure rimanere fra due linee, che concorrano ad un punto della linea orizzontale. Con queſta ſemplice coſtruzione, per cui non ſi ha a tener conto nè del punto principale, nè di quello della diſtanza,

fa-ſarà facile ottenere la debita degradazione delle figure, che ſtiano ſopra il medeſimo piano orizzontale.

7 Supponiamo ora, che s' abbia a diſegnare ſecondo qualſivoglia direzione b H (*Fig.* 49.) una linea, come b c, di modo che le due d b, b c corriſpondano a due linee eguali, e ſia b d parallela alla parete. Per P ſi tiri P H, e G K parallela alla orizzontale. Si divida l' angolo G P H per metà colla linea P R, indi condotta R d, ove queſta taglia la b H in c reſta determinata la lunghezza della linea b c, che ſi cerca. In fatti il triangolo d b c è proſpettiva di un triangolo iſoſcele eſſendo per ciò, che abbiamo dimoſtrato (§.3.), l'angolo d b c proſpettiva di un angolo eguale ad H P K, e l' angolo d c b, oppure H c R proſpettiva di un angolo eguale ad R P H, e finalmente il terzo angolo c d b proſpettiva di un angolo eguale a G P R, il quale per coſtruzione è eguale ad R P H. Se in vece di cercare la linea da b verſo H, ſi cercaſſe con direzione oppoſta, cioè da b verſo h, biſogna riflettere, che i lati dell' angolo d b h incontrando l' orizzontale dalla parte dell' angolo ſupplemento, ſarà d b h proſpettiva di un angolo eguale a G P H; onde dividendoſi H P K per metà, e trovato il punto M, e condotta per eſſo la linea M d, reſterà determinata quella linea, che ſi cerca da b verſo h. Dividendoſi per metà l'angolo G P H colla propoſta coſtruzione ne ſegue, che il triangolo P H R ſia iſoſcele, giacchè l' angolo P R H è eguale al ſuo alterno G P R, che ſi fa eguale ad R P H; onde in vece di fare attualmente la diviſione dell' angolo G P H per trovare il punto R, ſi potrebbe prendere H R eguale ad H P; e per la ſteſſa ragione ſi avrà il punto M prendendoſi H M eguale ad H P. La coſtruzione in queſta ſeconda maniera rieſce

ſce più ſpedita, ma la prima è più generale, valendo ancora in que' caſi, ne' quali la linea b d non foſſe parallela alla linea orizzontale, come fra poco vedremo.

8 Servirà pure la ſteſſa coſtruzione a determinare ſulla direzione b H una linea, che paragonata colla b d faccia sì, che le linee obbiettive abbiano tra loro una data ragione. Prendaſi da b verſo d una linea, che abbia alla b d quella ragione, che anno le linee obbiettive, e pel punto eſtremo di eſſa ſi tiri una linea al punto R, la quale tagliando la b H darà la miſura della linea, che avrà la condizione propoſta; onde ſe ſi voleſſe dividere la b c in parti, che corriſpondeſſero a parti eguali, o diſuguali ſecondo qualſivoglia ragione, baſta dividere la b d in quel numero di parti o eguali, o diſuguali ſecondo la ragione data, e poi condurre dal punto R a tutti i punti delle diviſioni altrettante linee, le quali taglieranno la b c conforme richiede la proſpettiva delle parti della linea obbiettiva.

9 Per lo contrario ſegnata che foſſe ſulla parete la linea b c, ſe abbiſognaſſe trovare una linea proſpettiva parallela alla linea orizzontale, così che le due linee obbiettive aveſſero una data ragione fra loro, dovrebbeſi in primo luogo cercare la b d, come ſe ſi trattaſſe di due linee eguali nell' oggetto; e però ſi dovrebbe per R condurre R c, e per b una linea parallela alla orizzontale, perchè dall' incontro di eſſe ſi avrebbe la proſpettiva in b d di una linea eguale a quella, che ſi vede in b c. Prendaſi poi da b verſo d una linea, a cui b d abbia la ragione data, e ſarà fatta la proſpettiva, che ſi cerca.

10 Quando una data linea, come b d (*Fig.* 47.), non foſſe parallela alla orizzontale, e ſi cercaſſe un' altra linea ſulla direzione b N, che foſſe proſpettiva di una li-

linea eguale a quella, che viene rappresentata in b d; condotte dal punto P le linee P H, P N, e prolungata P H verso G dividasi l' angolo supplemento G P N per metà colla P M, e congiungasi M d, che tagliando b N in c darà la lunghezza cercata b c. Ciò si rende manifesto dalla corrispondenza degli angoli, per mezzo de' quali troveremo essere il triangolo d b c prospettiva di un triangolo isoscele. Che se in vece della ragione d' egualità supporremo qualunque altra ragione fra le linee obbiettive, converrà costruire a parte un triangolo, che abbia un angolo eguale ad N P H, cioè eguale all' angolo, che corrisponde all' angolo b, e prendere i lati aggiacenti al detto angolo di quella lunghezza, che esige la data proporzione; perché allora formandosi sopra b d la prospettiva di un triangolo simile a quello, che è stato costrutto (§. 4.), le linee b d, d c saranno prospettive di due linee, che avranno fra loro la data ragione.

11 Giacché qualunque poligono può risolversi in triangoli, se fosse proposto di disegnare sopra una data linea la prospettiva di un poligono, di cui fossero dati gli angoli, e la proporzione dei lati, diviso che questo fosse in triangoli, e fatta la prospettiva di ciascuno, come abbiamo dimostrato (§. 4.), ne risulterebbe la prospettiva di tutto il poligono. Daremo ora un esempio supponendo il poligono regolare, per cui riuscirà più facile, e più spedita la costruzione. Sopra il lato b d (*Fig.* 50.) si vuole descrivere la prospettiva di un pentagono. Si prolunghi b d fino in H, e si tiri P H; indi per P si tiri P M, che faccia con P H un angolo eguale a quello del pentagono, cioè di gradi 108, e si congiunga b M. Abbiamo ora nel punto b la prospettiva dell' angolo del pentagono, onde resta solamen-

te a determinarsi la lunghezza del lato. Prolunghisi la P H verso I, e dividasi per metà l'angolo I P M supplemento di M P H colla linea P R, la quale incontri l'orizzontale in un punto R. Per questo punto, e per d si tiri la linea d R, con che resta determinato il lato b c, il quale per le cose dette (§. 10.) sarà prospettiva di una linea eguale a quella, che si è presa per lato del pentagono. Per descrivere la prospettiva del terzo lato si tiri P Q, che colla P M faccia un angolo eguale a quello del pentagono, cioè di gradi 108, e prolungata essa linea, finchè incontri l'orizzontale in N, si descriva c N, sopra cui dovrà stendersi il terzo lato. Infatti l'angolo M c N supplemento di b c e corrisponde in prospettiva all'angolo M P N supplemento di Q P M. L'angolo M P N si divida per metà colla linea P L, e si congiunga b L, che determina la lunghezza c e del terzo lato. Proseguendosi a questo modo l'operazione si darà compimento al pentagono, che si vuole descritto in prospettiva.

12 Non solo si ottiene con questo metodo la prospettiva delle figure rettilinee, ma ancora delle curvilinee. Supponiamo che cada in b (*Fig.* 49.) la prospettiva di un punto, che sia centro di un circolo esistente sopra un piano orizzontale, e che b d sia la prospettiva di un semidiametro. Per descrivere la prospettiva del circolo basta condurre intorno al punto b quante linee si vuole, come b H, e prendere sopra di esse altrettante linee, come b c, che sieno prospettive di linee eguali. Tutti i punti c, che verranno segnati sulla parete con questa costruzione, daranno la prospettiva del circolo. Se il punto corrispondente al punto b non fosse centro del circolo, oppure se si trattasse di un'altra curva descritta sopra un piano orizzonta-

tale, ſieno prima condotte intorno al punto obbiettivo molte linee, che vadano a terminare al perimetro della curva; dopo ſi cerchi la proſpettiva di ciaſcuna linea per mezzo degli angoli, e della proporzione, che ha colla linea rappreſentata in b d, perchè i punti eſtremi di queſte linee ci daranno il perimetro della curva in proſpettiva.

13 Fin quì abbiamo parlato di quelle linee, e di quegli angoli, che giacciono in un piano orizzontale; giacchè però qualunque piano orizzontale può prenderſi per piano geometrico, potremo ancora riguardare le predette coſtruzioni, come appartenenti alla icnografia degli oggetti. Per trattare l' ortografia ſecondo gli ſteſſi principii, biſogna riflettere, che qualunque linea verticale eſſendo parallela al piano della parete, avrà tutte quelle proprietà, che da principio abbiamo detto convenire alle linee, che ſono parallele alla parete. Per la qual coſa ſe ſopra il punto b (*Fig.* 49.) doveſſe erigerſi una linea proſpettiva di una linea verticale, che aveſſe alla linea corriſpondente di b c qualſivoglia ragione data, ſi cerchi prima la linea b d parallela alla orizzontale, così che b c, e b d rappreſentino linee eguali; indi in b ſi alzi una linea ad angolo retto con b d, che abbia a b d la data ragione, e ſarà queſta la linea, che ſi cerca. E' facile la dimoſtrazione, poichè eſſendo la linea, che ſupponiamo ora deſcritta, come ancora la b d, proſpettive di linee parallele alla parete, e trovandoſi queſte alla ſteſſa diſtanza, quella proporzione, che avranno le linee proſpettive, l' avranno ancora le linee obbiettive.

14 Sia propoſto da diſegnare un priſma retto, che abbia per baſe un pentagono. Deſcritta in proſpettiva la baſe b c d (*Fig.* 51.) ſi alzi ſopra un angolo co-

me b la verticale b s, che per ora prenderemo ad arbitrio. Con questa altezza prospettiva cercheremo le altre, che insistono perpendicolarmente sopra ciascun angolo della base. Per trovare l'altezza in c si tiri dal punto s al punto M già ritrovato sulla linea orizzontale nel costruire il pentagono, la linea s M; indi in c si alzi una linea verticale c z, finchè incontri la s M. E' manifesto essere c z l'altezza prospettiva in c, giacchè i due lati opposti b c, s z, essendo nell'oggetto paralleli, debbono in prospettiva concorrere ad un medesimo punto M. Trovata c z si tiri z N, la quale servirà a determinare l'altezza prospettiva e t. Proseguendosi l'operazione con questa regola si avrà la intiera descrizione del prisma.

15 Si è presa ad arbitrio l'altezza del solido nella precedente costruzione. Supponiamo ora, che essendo descritta la stessa base si volesse rappresentare un prisma, la cui altezza avesse al lato della base una data ragione. Si tiri per b una linea b a parallela alla orizzontale, indi colla costruzione insegnata (§. 13.) si determini quella lunghezza b a, che corrisponda ad una linea eguale a quella, che viene rappresentata dalla b d. In b si alzi una linea verticale b s, che abbia a b a quella stessa ragione, che si domanda tra l'altezza del prisma, e il lato della base. Trovata b s si faccia la costruzione come nel precedente articolo, e ne verrà descritto il solido secondo la condizione richiesta.

16 Se la base del solido non fosse una figura regolare, e se le linee insistenti perpendicolarmente sopra la base non fossero eguali, come appunto succederebbe quando fosse il solido una porzione di prisma troncato superiormente con un piano inclinato; giacchè

sup-

ſupponiamo dato un tal ſolido, ſarà nota la proporzione di ciaſcuna linea, o lato verticale con ciaſcuno dei lati della baſe; e queſte notizie ſaranno baſtanti per deſcrivere la proſpettiva dei lati, valendo per ciaſcuno la ſteſſa coſtruzione, che ha ſervito per il lato b s paragonato al lato b d. Dopo tutto ciò ſi congiungeranno i punti eſtremi delle linee verticali già deſcritte per avere il piano ſuperiore, che chiude il ſolido.

17 Senza molto recedere dalle precedenti coſtruzioni deſcriveremo la proſpettiva di un priſma obbliquo, giacchè tutta la differenza ſi riduce a ciò, che ove nel primo caſo erano verticali i lati inſiſtenti ſopra la baſe, ora li ſupporremo inclinati. Queſta inclinazione viene indicata per mezzo di due angoli, come ſi diſſe (§. 4., §. 6. *Sez.* IV.). Imperocchè non baſta a determinare la poſizione di una linea obbliqua, che ſia dato l'angolo, che eſſa fa col piano orizzontale, ma conviene in oltre, che ſia noto l'angolo, che fa la baſe, o pianta di detta linea colla parete. Eſſendo F il punto principale (*Fig.* 52.), e P F la diſtanza, ſi tiri P A, che faccia colla orizzontale in A un angolo eguale all'angolo, che fa la linea della baſe colla parete; indi ſi prenda A G eguale ad A P, e condotta in A una linea perpendicolare, e in G un'altra linea, che faccia colla orizzontale un angolo eguale a quello della inclinazione della linea obbiettiva ſopra il piano orizzontale, per l'incontro di queſte due linee ſi avrà il punto X, a cui ſarà convergente la proſpettiva della linea data di poſizione, e a cui ſaranno pure convergenti le proſpettive di tutte le linee, che abbiano la ſteſſa poſizione, e che per conſeguenza ſieno tra loro parallele, come ora ſi ſuppongono i lati del priſma. Non ripeteremo ora in quali circoſtanze debbano le due li-

linee A X, G X condurſi ſopra la linea orizzontale, e quando ſotto di eſſa, mentre di ciò ſe n' è parlato abbaſtanza nella predetta ſezione. Sia la baſe del priſma il pentagono d b c e, che ſupporremo deſcritto ſulla parete conformemente al metodo inſegnato (§. 11.). Per la ſuppoſta inclinazione dei lati ſopra il pentagono, o baſe del priſma, dovranno eſſi concorrere al punto X; e però deſcritte le linee, come b X, c X, ſi avranno le direzioni dei lati in proſpettiva, e reſterà ſolo da determinare la lunghezza di ciaſcuno, la quale dipende dall' altezza, che ſi ſuppone, del priſma. Per tanto ſi tiri b a parallela all' orizzontale, ed eguale al lato del pentagono (§. 13.); ſi alzi in b una perpendicolare b v, che abbia a b a quella ſteſſa ragione, che ſi vuole tra l' altezza del priſma, e il lato del pentagono. Per v ſi tiri v A, che tagliando b X in s determina la lunghezza del lato b s. Per intendere la ragione di ciò ſi rifletta, che la baſe di ciaſcuna delle linee inclinate, ſe foſſe deſcritta in proſpettiva, concorrerebbe al punto A, onde ſarà v A proſpettiva di una linea parallela alla baſe di b s, e diſtante da eſſa baſe quanta è l' altezza del priſma, giacchè ſi ſuppone, che b v rappreſenti la detta altezza. Ciò poſto è evidente, che la v A non può a meno di non incontrare il lato obbliquo b s nel ſuo punto eſtremo s, e che però la lunghezza del lato viene ſtabilita con queſta coſtruzione. Lo ſteſſo potrebbe farſi per gli altri lati; ma dopo di averne determinato uno, cioè il b s, potremo deſcrivere gli altri con una coſtruzione più ſemplice. Eſſendo nel priſma i lati del piano ſuperiore paralleli a quelli del piano inferiore, concorreranno a due a due i lati oppoſti ad un punto della linea orizzontale, onde il lato oppoſto al lato b c ſarà convergente al punto M, a

cui

cui concorre b c. Si tiri dunque per s la linea s M, che tagli in z la linea c X, acciò resti determinato il lato c z, ed insieme il lato s z del pentagono opposto alla base. Trovato il punto z, ed essendo notato il punto sulla linea orizzontale a dirittura della c e, si avranno i due lati e t, z t; e così proseguendo si farà la intiera descrizione del solido.

18 Non staremo ora a spiegare ciò, che far si dovrebbe, se il solido proposto fosse un prisma troncato, in cui i lati insistenti sopra la base fossero bensì paralleli, ma non già eguali. Neppure proporremo di descrivere qualunque solido, in cui i lati insistenti sopra la base avessero diverse inclinazioni, e diverse lunghezze, giacchè le cose fin ora esposte suggeriscono il metodo da praticarsi. Certamente quanto più fosse irregolare il corpo, tanto più laborioso sarebbe il disegno, ma non per questo vi sarebbe bisogno di ricorrere a nuove regole. Quando sappiasi descrivere una linea di qualunque inclinazione, e di qualsivoglia lunghezza, niente può incontrarsi in un' oggetto, che non soggiaccia alle predette regole. Le stesse linee curve, qualunque sia l' inclinazione del piano, in cui sono descritte, potranno sempre trasportarsi sulla parete per mezzo delle linee ordinate, delle quali i punti estremi daranno il perimetro della curva. Dacchè però è molto frequente l' uso in architettura dei semicircoli situati in una posizione verticale, parleremo di questi senza impegnarci in altre costruzioni; mentre se si volesse tener dietro a ciascun problema da risolversi col metodo spiegato nella presente sezione, si farebbe con questa sola un intiero trattato di prospettiva.

19 Sopra una linea qualunque, come b d, (*Fig.* 53.) abbiasi a disegnare la prospettiva di un semicircolo

sup-

ſupponendoſi, che bd rappreſenti una linea poſta in un piano orizzontale, e che il ſemicircolo ſtia in un piano verticale. Si prolunghi b d fino all' orizzontale in H, e ſi tiri P H; indi condotta b a parallela alla linea orizzontale, che rappreſenti una linea parallela alla parete, e nello ſteſſo piano orizzontale dell' altra linea data, ſi cerchi in primo luogo quella lunghezza b a, per cui ſieno eguali le linee obbiettive di b a, e di b d. Eſſendo l' angolo K P H ſotteſo dalla ſteſſa porzione di linea orizzontale, che ſottende l' angolo a b d, ſarà queſto (§. 3.) la proſpettiva dell' altro, e però dividendoſi l' angolo ſupplemento G P H per metà con una linea, che incontri l' orizzontale in R, oppure preſa H R eguale ad H P, e condotta la R d, e prolungata fino alla b a, verrà determinata la lunghezza, che ſi cerca della b a (§. 9.), e qualunque altra linea, che ſi tiri per R, come R m, taglierà due porzioni b c, b m, che ſaranno proſpettive di linee eguali. Sopra b a ſi deſcriva un ſemicircolo, il quale può riguardarſi come la proſpettiva del ſemicircolo fatto ſopra la linea corriſpondente di b a, per eſſere detta linea parallela alla parete, e il ſemicircolo verticale, cioè parallelo anch' eſſo alla parete. Sopra qualunque punto, come m, del diametro b a ſi alzi un ordinata m n, e in c una parallela c e, finchè incontri la R n. Dico eſſere e un punto della proſpettiva del ſemicircolo ſopra b d. Si conſideri, che b c, b m eſſendo proſpettive di linee eguali, ſaranno eguali le ordinate condotte nei punti eſtremi di eſſe alle circonferenze dei due ſemicircoli. Ma le due linee c e, m n ſono proſpettive di linee eguali, giacchè reſtano fra le due R m, R n, le quali concorrendo al punto R della orizzontale, rappreſentano due linee parallele; dunque il pun-

punto e corrisponde ad un punto del semicircolo fatto sopra la linea obbiettiva di b d.

20 Termineremo questa sezione con una operazione pratica. Abbiasi a rappresentare in prospettiva un edificio ornato d'architettura. Bisogna in primo luogo formare la idea della simmetria, o della disposizione delle parti esterne. Riuscirà comodo esprimere questa idea con uno schizzo di quella grandezza, sotto cui si vuole rappresentare l'oggetto, senza però avere riguardo alla degradazione delle parti, di cui poscia terremo conto nella esecuzione della prospettiva. Sia per tanto la idea concepita, come viene descritta in Y Y (*Fig.* 54.). Si segni la linea orizzontale, il punto principale F, e la distanza F P, che si crede convenire all'occhio per vedere con distinzione il disegno. A comodo di chi opera intenderemo collocato un semicircolo col centro in P, e col diametro parallelo alla linea orizzontale. Trattandosi di un disegno, che si faccia sulla carta, potrà servire un semicircolo da tavolino di un diametro incirca di tre oncie; ma quando si dovesse eseguire il disegno sopra un quadro, che per la sua grandezza non potrebbe maneggiarsi con eguale facilità, situato che sia il quadro in una posizione verticale, sospendasi superiormente nel piano di esso un semicircolo a quella distanza, in cui si vuole il punto di veduta. Sia il semicircolo di una competente grandezza, cioè di un diametro di due piedi incirca, e sia diviso in gradi. Al centro di esso s'attacchi un filo, il quale portato in giro, e tenuto disteso colla mano indicherà nella linea orizzontale certi punti, che avremo bisogno di conoscere. Questa linea orizzontale potrà formarsi con un altro filo teso, e tenuto sempre immobile nella stessa positura, il quale

quan-

quanto ſarà più lungo, e più ſi eſtenderà e a deſtra, e a ſiniſtra del quadro, tanto maggior comodo darà per l' operazione. Ritornando al diſegno ſi traſporti l' altezza dell' edificio in B V, che faccia angoli retti colla orizzontale. Dal punto B tiro ad arbitrio una linea B H ad un punto della orizzontale proponendomi, che queſta eſſere debba la icnografia proſpettiva, e che però debba formarſi il diſegno ſopra di eſſa. Oppure ſe ſi vuole, che il muro, o facciata dell' edificio faccia un determinato angolo colla parete, ſi tiri prima P H, così che ſia P H F eguale all' angolo dato, e poi ſi congiunga B H. La coſtruzione, che intraprendiamo ora, comprende le ſole linee ſegnate ſul muro ſenza riguardo alcuno agli oggetti, o riſalti dei membri d' architettura. Stabilite le predette linee ſarà poi facile l' aggiungere ciò, che conviene per eſprimere i riſalti e delle cornici, e dei frontiſpicii, e dei pilaſtri, e di tutte le altre parti, che ſopravanzano il muro. Giacchè molte linee rette, e orizzontali ſcorrono ſulle parti ſimili della facciata, di cui abbiamo manifeſtata la idea in Y Y, come quelle dei davanzali, e degli architravi delle fineſtre, e quelle delle cornici, dovranno queſte in proſpettiva concorrere nel punto H; onde diviſa la B V in parti, che miſurino le diſtanze delle predette linee, ſi avrà la direzione di queſte, congiungendo i punti ſegnati ſulla B V col punto H. Tutto ciò non baſta per formare il diſegno, ma biſogna ſapere fino a qual punto D della B H ſi eſtenda la icnografia, come pure il termine di qualunque altra linea orizzontale, e in oltre come s' abbia a dividere la B D per ſegnare tutte le linee a piombo, che formano i pilaſtri, e gli ſtipiti delle fineſtre, o altre linee verticali, che vi foſſero. Si traſporti la baſe della facciata in B A parallela all' orizzontale, e ſi divida come ſe ſopra di eſſa cadeſſero i piombi dei pilaſtri, e degli ſtipiti. Dopo ciò ſi cerchi un punto R ſulla orizzontale nel ſeguente modo. Si oſſervi qual punto del ſemicircolo reſti interſecato dalla P H; indi ſi divida per metà l' angolo G P H colla linea P R, oppure ſi prenda H R eguale ad H P, giacchè (§. 7.) nell' uno, e nell' altro modo reſta determinato lo ſteſſo punto R. Dal punto R ſi tiri a ciaſcun punto delle diviſioni fatte ſulla B A una linea. Queſte linee interſecando la B H daranno i punti, ſu quali inſiſtono le predette verticali (§. 8.), e quella linea, che da R ſarà condotta al punto eſtremo A, darà il punto D, cioè il punto eſtremo della icnografia. Sopra i punti trovati nella B D ſi deſcrivano le linee verticali, le quali incontrandoſi colle linee condotte da ciaſcun punto della B V al punto H, daranno le proſpettive di ciaſcun membro d' architettura, e cancellandoſi poſcia le porzioni di linee, che ſono ſuperflue, ſi avrà il diſegno in proſpettiva conforme la idea eſpreſſa in Y Y.

21 Troppo vi vorrebbe ſe tutti gli ornamenti ſi aveſſero a diſegnare coll' ajuto di coſtruzioni geometriche, come ſono i capitelli, i fregi delle cornici, i contorni delle porte, e delle fineſtre. Per queſti dovrà il proſpettivo procurarſi quella avvedutezza, che ſi acquiſta diſegnando tali oggetti dal vero in diverſi punti di veduta, perchè oltre la pratica acquiſtata le parti grandi ſerviranno poi di guida alle piccole. Quando però ſi tratti di linee rette, ſiccome l' operazione non può riuſcire difficile, non ſarà mai impiegato male il tempo ricorrendo alle ſolite regole. I frontiſpicii delle fineſtre nel diſegno propoſto ſono formati da linee rette inclinate, e per eſſere ſimili detti frontiſpicii,

Q come

come ora li ſupporremo, ſi avranno due ordini di linee fra loro parallele, per ciaſcuno de' quali vi ſarà un punto ſulla parete, a cui dovranno concorrere le linee proſpettive. Di ciò abbiamo diffuſamente trattato (§. 7. *Sez.* IV.), e però ſeguendo il metodo ivi propoſto, ſi vedrà, che i due punti cercati ſi trovano nella linea H X condotta pel punto H ad angoli retti colla orizzontale, e che deſcritte due linee, che partano dal punto R una ſopra, e l'altra ſotto l'orizzontale, così che facciano con queſta due angoli eguali, ed altresì eguali alla inclinazione, che anno i lati del frontiſpicio coll'architrave della fineſtra, andranno ad incontrare H X in due punti egualmente diſtanti dal punto H uno ſopra, e l'altro ſotto l'orizzontale, ai quali ſaranno convergenti le linee dei frontiſpicii.

22 Per deſcrivere in proſpettiva i due archi propoſti col diſegno Y Y non vi è biſogno di ricorrere ad altre regole oltre a quella, che abbiamo ſpiegata (§. 19.).

23 Per l'altra facciata, che colla deſcritta fa angolo in B V potrà ſervire la ſteſſa linea B V, e le ſteſſe diviſioni fatte ſopra di eſſa, giacchè vuole il buon ordine d'architettura, che il comparto dei membri ſia ſimile dall'una, e dall'altra parte. Bensì accade ſpeſſe volte, che l'edificio non ſia un quadrato, e allora non potrà ſervire la ſteſſa B A. Comunque ſia ſi dovrà dall'altra parte ripetere la ſteſſa coſtruzione prendendo una linea come B A, che corriſponda e nella lunghezza, e nelle diviſioni a quella idea, che ſarà eſpreſſa in un diſegno a parte. Fu preſa ad arbitrio la direzione della B H, dopo di che non reſta arbitraria la direzione di quella linea, ſu cui ſi dee ſtabilire la icnogra-

grafia della ſeconda facciata, dipendendo queſta direzione dall' angolo, che fanno i due muri, che s' incontrano nella B V. Stabilita che ſia la miſura dell' angolo ſi contino ſul ſemicircolo i gradi corriſpondenti incominciando dal punto, ove lo interſeca la linea P H; per eſempio ſe l' angolo ſi vuol retto, ſi contino gradi 90; indi ſi tiri P M, che comprenda il dato angolo colla P H. A queſto punto M così ritrovato dovranno concorrere tutte le linee orizzontali, e fra queſte la icnografia proſpettiva, che perciò cadrà ſulla linea B M. Fatto nella ſteſſa maniera il diſegno, ſi avrà una eſatta proſpettiva dell' edificio, quale appunto dovrebbe apparire ad un' occhio ſituato in quella diſtanza ſopra il punto F, che da principio abbiamo ſtabilita.

24 I riſalti dei membri di architettura ſi miſurano, e ſi eſprimono con linee rette perpendicolari al muro; onde ſuppoſto, che la P M faccia angolo colla P H, che ſia proſpettiva di un angolo retto, dovranno le predette linee perpendicolari al muro concorrere in proſpettiva col punto M. Per la qual coſa prolungandoſi M B ſe ſopra di eſſa, come in B b, ſi prenderà quella lunghezza, che corriſponda al riſalto per eſempio della cornice, condotta b H ſi avrà in queſta linea la icnografia proſpettiva della linea, o del piano, che forma la parte anteriore di eſſa cornice. Trovata la icnografia alzandoſi ſopra di eſſa delle linee parallele alla B V, e operandoſi ſecondo i precetti degli articoli precedenti, ſi darà compimento al diſegno. Reſta ſolo da ſpiegare il modo di determinare ſulla B H la linea B b. Si prenda ſopra B A da B verſo A la miſura del riſalto, e giacchè queſta linea B A è parallela alla orizzontale, ſi formi (§. 7.) un triangolo, che

 ſia

sia prospettiva di un triangolo isoscele, per avere un' altra linea eguale in B b. Dividasi per metà l' angolo M P K colla linea P N, oppure si prenda M N eguale ad N P; indi dal punto N si tiri una linea al punto notato sulla B A, la quale prolungata incontrerà la M B in un punto b, che sarà distante da B quanto richiede il risalto della cornice.

25 Trattandosi di un' oggetto, in cui le parti sieno unite, e delle quali sappiamo la disposizione per mezzo degli angoli, e della proporzione delle linee, abbiamo insegnato di eseguirne la prospettiva senza ricorrere a quelle regole, che sogliono communemente adoperarsi, e che per avventura non sono sempre le più comode per la pratica. Solamente potrebbesi muovere un dubbio, se due essendo gli oggetti fra loro diversi, e posti a qualsivoglia distanza l' uno dall' altro, fosse poi lecito l' ottenere coll' istesso metodo non solo la prospettiva di ciascuno, ma ancora la debita situazione sulla parete di modo, che le apparenti distanze corrispondessero alle vere. Oltre all' idea, che avrà fatta il prospettivo degli oggetti, dovrà ancora immaginarsi la loro situazione, e questa potrà esprimersi intendendo condotta sopra un piano orizzontale una linea, che da un punto di un' oggetto vada a terminare a un punto dell' altro. Data che sia la lunghezza della linea, e dati gli angoli, che essa fa con ciascuno dei lati, che incontra nei due oggetti, resta abbastanza determinata la situazione di questi. Non sarà poi difficile dopo descritta la prospettiva di un' oggetto, descrivere la prospettiva di detta linea, e quindi per mezzo di essa intraprendere la prospettiva dell' altro oggetto, avendo sempre in vista gli angoli dati, e le proporzioni stabilite fra la linea, e i lati, che essa in-

con-

contra. Se l'operazione ſarà fatta con queſta avvertenza, otterremo ſicuramente quelle apparenze, che eſigono gli oggetti per quella ſituazione, che anno, e per le loro riſpettive grandezze.

SEZIONE X.

Data la prospettiva si cerca il punto di veduta, la pianta geometrica, e l' altezza vera dell' oggetto.

1 QUello, che spiegheremo, può chiamarsi metodo inverso di prospettiva, poichè se fino ad ora, seguendo l' ordine, che suol tenersi in questi trattati, data essendo la pianta, e l'altezza di un'oggetto abbiamo insegnato di disegnare la prospettiva, quale apparir dee ad un' occhio collocato in un dato punto, supporremo al presente dato il disegno di prospettiva, e cercheremo il punto di veduta, la pianta geometrica, e l' altezza, o le altezze vere di un' oggetto, che alla data prospettiva corrisponda. Il problema proposto in termini così generali può risolversi in infinite maniere; imperocchè per qualunque luogo dell' occhio potremo sempre fingere un' oggetto, che corrisponda alla data prospettiva; onde se non si aggiungono altre condizioni, e se non si prendono come stabilite, e conosciute alcune di quelle cose, che abbiamo proposto da cercare, resterà sempre indeterminato il problema. In diverse maniere ponno combinarsi i termini proposti, due de' quali essendo dati, si verrà facilmente in cognizione del terzo. Questi problemi particolari, de' quali ora tratteremo, serviranno per far meglio intendere lo stato della quistione, e per far strada, per quanto è possibile, alla soluzione del problema generale.

2 In primo luogo supporremo oltre la prospettiva dato il punto di veduta, cioè il punto principale, e

la

la diſtanza dell' occhio, e cercheremo la pianta geometrica, e l' altezza vera dell' oggetto. Per la ſoluzione di un tal queſito baſta invertere l' ordine, che ſi è tenuto (*Sez.* II., e III.) per diſegnare la proſpettiva di un dato oggetto. Abbiaſi ſulla parete un punto Z (*Fig.* 2.) della icnografia proſpettiva, e ſieno dati nella linea orizzontale i due punti F, D, il primo principale, e l' altro della diſtanza. Si tiri per F, Z la linea FZ, e per D, Z, la linea DZ, che prolungate incontrino la linea fondamentale ne' punti L, Q. In L ſi alzi una perpendicolare LM, che prendaſi eguale ad LQ. Ciò fatto è manifeſto eſſere M per le coſe dimoſtrate (*Sez.* II. §. 2.) il punto obbiettivo di Z. Paſſando ad altri punti della icnografia proſpettiva, e valendo ì della ſteſſa coſtruzione, ſi verrà a diſegnare tutta la pianta geometrica, che corriſponde alla proſpettiva. Similmente troveremo l' altezza vera di un punto ſuperiore al piano geometrico ſeguendo un metodo inverſo di quello, che ſi tenne (*Sez.* III. §. 1.). Imperocchè nel triangolo FNL (*Fig.* 6.), ove prima era data LN altezza vera, e ſe ne cercava la proſpettiva ZX, colla ſteſſa coſtruzione eſſendo data ZX ſi troverà la LN.

3 Siami permeſſo di fare una digreſſione, che ſpero non ſia per eſſere affatto inutile. Supponiamo un' oggetto inacceſſibile, di cui ſi vorrebbe conoſcere la vera grandezza. Per eſempio ſi cerca il contorno, o pianta di una fortificazione, che ſi vede di lontano. Si diſegni in proſpettiva queſto oggetto col mezzo del vetro ottico, o dello ſportello d' Alberto Durero, o d' altro ſimile ſtrumento, tenendo l' occhio fiſſo in un punto, e il vetro ottico, o piano di proſpettiva in una ſituazione verticale. Eſeguito il diſegno con tutta la poſſibile diligenza, per cui eſſendo data la proſpetti-

va,

va, ed in oltre essendo cogniti i due punti della linea orizzontale, cioè il punto principale, e quello della distanza, saremo sicuri di ottenere colla precedente costruzione la pianta geometrica. Certamente si richiede nella operazione una somma esattezza, la quale dipende e dalla perfezione degli strumenti, e dalla diligenza di chi opera; imperocchè dovendosi dalle cose piccole passare alle grandi, qualunque omissione può cagionare nei risultati un errore di molta conseguenza; ma ciò non toglie la precisione geometrica al metodo, nè la libertà di rigettarlo, quando si avesse in pronto un metodo più sicuro.

4 Conviene riflettere, che nella precedente pratica operazione il suolo, su cui è costrutta la fortificazione, dee riguardarsi come il piano geometrico, siccome l' altezza dell' occhio sopra il detto suolo ci da la distanza della linea fondamentale dalla orizzontale; onde non essendo possibile formare un disegno, che nelle stesse misure ci dia la pianta dell' oggetto, si potrà prendere ad arbitrio la situazione del piano geometrico, cioè la distanza della linea fondamentale dalla orizzontale; perchè terminata che sia la pianta geometrica, sebbene questa si trovi di gran lunga inferiore alla vera, sarà però ad essa affatto simile; e chi dopo desiderasse conoscere le vere grandezze potrà ritrovarle speditamente; imperocchè come sta la distanza, che si è presa ad arbitrio, della linea fondamentale dalla orizzontale alla distanza vera, così deve stare ciascun lato della pianta geometrica, che si è descritta, a ciascun lato omologo della vera. Per intendere la ragione di ciò immaginiamoci un' occhio, che guardi l' oggetto attraverso del vetro, e immaginiamo condotte dall' occhio a ciascun punto dell' oggetto le linee visuali, che

tut-

tutte insieme formano una piramide avente per base la pianta della fortificazione proposta, e per vertice l'occhio. S'intenda un piano parallelo al suolo, su cui sta l'oggetto, che tagli la piramide. Con questa sezione si avrà una figura simile alla base della piramide tanto più piccola nella sua circonferenza, quanto minore sarà l'altezza dell'occhio sopra il piano della sezione, e secondo questa proporzione dovrà essere minore qualunque lato della pianta sul detto piano paragonato col lato omologo della vera. Se si trattasse non della sola icnografia, ma ancora della ortografia, si proverebbe nello stesso modo che presa ad arbitrio la distanza della fondamentale dalla orizzontale, l'altezza trovata col disegno avrebbe all'altezza vera di un punto dell'oggetto sopra il suo piano geometrico quella proporzione, che ha l'altezza dell'occhio sopra il piano preso ad arbitrio all'altezza sopra il vero piano geometrico. Questo metodo pratico dedotto dalle regole di prospettiva ci da occasione di riflettere, che chi disegna, e vuole rappresentare un'oggetto non potendo mettere in carta la vera pianta di esso per la troppa sua estensione, e perciò valendosi di una pianta a quella simile, comechè di gran lunga inferiore in grandezza, ciò non ostante ottiene l'intento; imperocchè potrà sempre immaginare, che la pianta disegnata sulla carta sia nata dalla sezione di un piano parallelo a quello, su cui posa l'oggetto. Per quello poi che riguarda l'inganno di far comparire l'oggetto a quella distanza, che si vorrebbe, questo è particolare ufficio della prospettiva aerea, per cui i raggi riflessi sulla parete giunger debbono all'occhio con quelle modificazioni, che avrebbono se procedessero da un'oggetto lontano.

5 Per compimento del metodo spiegato aggiunge-

remo, che trattandosi di misurare qualche angolo inaccessibile, che si vede di lontano, e che giaccia sopra un piano orizzontale, non è necessario descrivere la pianta geometrica delle linee, che lo comprendono. Preparato il vetro ottico, come si è detto, e segnata in esso la linea orizzontale, e il punto principale, si noti ove le linee prospettive dell' angolo, prolungate che sieno, vanno a ferire la linea orizzontale. Per esempio le linee prospettive b d, b c (*Fig.* 55.) prolungate incontrando l' orizzontale ne' punti N, M, si alzi nel punto principale F una perpendicolare F P eguale alla distanza dell' occhio, e da P si tirino le linee P N, P M: l' angolo, che comprendono dette linee, è eguale all' angolo dell' oggetto veduto sulla parete in d b c (*Sez.* IX. §. 2.)

6 Un altro problema da risolvere col metodo inverso di prospettiva sarà quello di cercare il luogo dell' occhio essendo dato l' oggetto, e la prospettiva; e per ridurre le cose alla pratica, fingiamo, che a noi si presenti un disegno, in cui oltre la prospettiva sieno descritte geometricamente e le piante, e le altezze, e sia data la linea fondamentale, che divide il piano geometrico dal piano della parete, ma che niuna orma apparisca del punto principale, e del punto di distanza, i quali punti danno a conoscere la situazione dell' occhio. Un sol punto dell' oggetto col punto corrispondente di prospettiva non basta a determinare il problema. In fatti se immagineremo, che un' occhio guardi un punto attraverso della parete, condotta una linea per l' uno, e l' altro punto, obbiettivo, e prospettivo, e prolungata oltre la parete, purchè l' occhio si trovi in essa linea, vedrà sempre il punto di prospettiva incontro al punto obbiettivo; ma se aggiungeremo un' altra

tra linea, che parta da un altro punto dell' oggetto, e passi pel suo punto corrispondente di prospettiva, dovrà questa incontrare la prima nel punto dell' occhio, il quale resta perciò determinato. Per dare un esempio di ciò potremo valerci di due punti dell' oggetto qualunque sieno o della icnografia, o della ortografia. Abbiamo (*Fig. 6.*) X Z, che è prospettiva di una linea perpendicolare al piano geometrico, la quale ha per base il punto M, e per altezza la linea L N, e però i punti estremi di essa corrispondono ai punti X, Z. Con questi si vuole determinare il luogo dell' occhio. Si tenga un' ordine inverso a quello, che si spiegò (*Sez.* III. §. 1.), in cui essendo dato il punto principale F, la distanza F D, il punto M, l' altezza L N, si trovò X Z; ed ora in vece del punto F, e del punto D essendo data X Z, condurremo le linee L Z, N X, e troveremo nel punto del loro concorso il punto principale F; indi condotta per F una linea parallela alla fondamentale avremo la linea orizzontale, e finalmente presa L Q eguale ad L M, e condotta Q Z andrà questa ad incontrare l' orizzontale nel punto di distanza D.

7 Questi problemi ci danno a conoscere, che non è possibile, come si disse da principio, trovare con sicurezza il punto di veduta, ed in oltre la pianta geometrica, e l' altezza dell' oggetto, quando altro non s' abbia, che la prospettiva; pure se gli oggetti saranno di una figura regolare, secondo che sogliono per lo più costruirsi le fabbriche, potremo lusingarci coll' ajuto di alcune conghietture fondate sulle leggi costanti dell' architettura di sciorre il problema in quei termini generali, ne' quali fu proposto da principio.

8 In architettura è legge costante, che le linee

delle basi, dei capitelli, delle cornici, e altre di simil sorta sieno tra loro parallele, e orizzontali; ond' è che poste in prospettiva si fanno convergenti a un punto della linea orizzontale; parimente è legge costante, che certe linee stieno a piombo, come quella dell' angolo, che fanno due muri, l' asse di ciascuna colonna, e altre simili, le quali trasportate sulla parete rimangono a piombo, cioè perpendicolari alla linea orizzontale. Prolungandosi dunque nella data prospettiva due di quelle linee, che sappiamo doversi incontrare sulla orizzontale, avremo un punto, per cui condotta una linea perpendicolare o all' asse di una colonna, o alla linea dell' angolo, che fanno due muri, saremo certi essere quella la linea orizzontale.

9 Un' altra legge, e questa pure può dirsi costante in architettura, consiste in ciò, che due muri sieno tra loro ad angolo retto, quando qualche circostanza non lo impedisse, o si trattasse di una pianta, a cui convenisse una figura regolare, che non fosse quadrata. Nella prospettiva si scelgano due linee, che ragion vuole, che sieno nell'oggetto ad angolo retto, ed insieme in un piano orizzontale. Potrebbero servire le linee di una cornice, che gira d' intorno all' edificio, e fa lo stesso angolo, che fanno i muri, oppure le linee della icnografia degli stessi muri. Sieno queste linee le b d, b c (*Fig.* 55), e si prolunghino fino all' orizzontale ne' punti N, M. Dico in primo luogo, che il punto principale dee trovarsi tra N, e M; e in secondo luogo, che essendo descritto un semicircolo sopra N M, qualunque sia per essere il punto principale F, dovrà la distanza dell' occhio dalla parete essere eguale alla ordinata del circolo condotta nel punto principale. L' uno e l' altro si prova con ciò, che abbiamo esposto nella

la precedente ſezione: imperocchè eſſendo retto l'angolo nel ſemicircolo N P M, ovunque ſi prenda il punto F nel diametro N M, e per diſtanza la ordinata F P, ſarà ſempre ſalva la condizione, che le due linee proſpettive corriſpondano ad un angolo retto.

10 Fin ad ora reſta indeterminato il problema; e per meglio comprendere tutte le poſſibili ſituazioni dell' occhio, immaginiamo il ſemicircolo, che ha per diametro N M, ſituato ad angolo retto colla parete. Scorrendo l' occhio ſulla circonferenza vedrà ſempre incontro alle linee proſpettive b d, b c un angolo retto ſul piano geometrico, o ſopra altro piano ad eſſo parallelo. Che ſe l' occhio ſi ſcoſtaſſe dalla detta circonferenza, vedrebbe un' angolo o acuto, o ottuſo; perchè ſe la linea della diſtanza foſſe maggiore dell' ordinata, condotte dal punto eſtremo le linee ai punti N, M, comprenderebbero eſſe un' angolo acuto; e ſarebbe ottuſo l' angolo, ſe la diſtanza foſſe minore. Acciocchè non reſti indeterminato il problema cercheremo ſul diſegno un' altro angolo, come a, che ſia proſpettiva di un' angolo retto, e prolungate le linee del nuovo angolo fino all' orizzontale, ſe queſte incontreranno gli ſteſſi punti N, M, ſarà indicio, che il primo angolo retto abbia i lati paralleli a quelli del ſecondo, il quale perciò ſarà incapace di determinare il problema. Ma ſe le linee prolungate incontreranno due altri punti, come H, G; facciaſi un ſemicircolo ſopra H G, il quale darà tutti i punti di veduta, ne' quali le due linee, che comprendono l' angolo a, fanno la proſpettiva di un angolo retto. Tagliandoſi queſti due ſemicircoli in un punto P, e da P condotta l' ordinata P F, ſarà neceſſariamente F il punto principale, e P F la diſtanza

dell'

dell' occhio, essendo manifesto, che prendendosi qualunque altro punto fuori di P non può più reggere la supposizione, che abbiamo fatta, dei due angoli retti negli oggetti.

11 Qualora un angolo retto si trovi con un lato parallelo alla parete, disegnato in prospettiva rimane il lato colla stessa direzione, cioè parallelo alla linea orizzontale, e l' altro lato, che è perpendicolare alla parete s' indirizza al punto principale. Per la qual cosa se uno degli angoli scelti nella prospettiva a questo fine di trovare la situazione dell' occhio, fosse tale, del che sarà indicio l' essere un lato parallelo alla orizzontale, per mezzo dell' altro lato potremo segnare il punto principale. Quì pure conviene avvertire in qual modo resti indeterminato il problema. Nell' articolo precedente si dimostrò, che non era sufficiente un solo angolo per decidere la questione, mentre soddisfacevano egualmente tutti i punti di un semicircolo, in cui scorrendo un' occhio avrebbe veduto in ogni punto l' angolo dato come prospettiva di un angolo retto. Ma ora in vece di un circolo abbiamo una retta linea perpendicolare alla orizzontale; imperocchè qualunque sia la distanza dell' occhio dalla parete, purchè il punto principale sia quello, a cui termina nella orizzontale il lato prodotto, dovrà sempre l' occhio vedere un angolo retto nell' oggetto per cagione del dato angolo prospettivo. Coll' ajuto poi d' un' altro angolo descrivendosi un semicircolo, dalla intersecazione di esso colla linea retta, oltre al punto principale, si avrà ancora la distanza.

12 Posto che nella prospettiva non vi fosse che un solo angolo retto, oppure se essendone molti, fossero tutti egualmente posti, lo che non rade volte succede,

con-

converrà esaminare se sia possibile di riconoscere un qualche angolo di gradi 45 nel seguente modo. E' legge costante in architettura, che certi intervalli sieno eguali, come gli intercolonii, gli spazii tra i pilastri, e le finestre. Parimente le sculture nel fregio, come le metope, e i triglifi, oppure i modiglioni, e i dentelli nelle cornici ci danno eguali distanze. Posto ciò non sarà difficile trovare due punti ne' due lati dell' angolo retto, che sieno nell' oggetto egualmente distanti dal vertice dell' angolo. Sieno di tal natura i due punti c, d. Per essi si descriva una linea c d, la quale per il supposto fatto deve corrispondere ad una linea, che nell' oggetto faccia angolo di gradi 45 con l' uno, e l' altro lato dell' angolo retto. Si prolunghi c d fino all' orizzontale in R. I due lati, che comprendono nell' oggetto l' angolo di gradi 45, vanno in prospettiva ad incontrare l' orizzontale nei due punti N, R; onde faccendosi sopra N R un segmento di circolo capace di un angolo di gradi 45, ove esso taglia il semicircolo N P M, ivi avremo quel punto, per cui si determina e il punto principale, e la distanza. Per descrivere detto segmento ognun vede, che basta dividere per metà N R, e alzare nel mezzo una perpendicolare eguale alla metà di N R, e dal suo punto estremo C coll' intervallo C R, o C N descrivere un circolo, in cui essendo N R corda di un angolo retto, sarà l' angolo nel segmento di gradi 45. Se si fosse preso non l' angolo c d b, ma l' altro d c b, che corrisponde egualmente ad un angolo di gradi 45, prolungati i lati si avrebbero nella orizzontale i due punti M, R; ma perchè M R non sottende l' angolo semiretto, bensì il suo supplemento, invece di descrivere sopra M R un segmento capace di un' angolo di gradi 45, il dovremo de-

descrivere capace del supplemento, cioè di gradi 135. Questa avvertenza, che non abbisogna negli angoli retti, si dovrà sempre avere, quando si tratti d' angoli obbliqui, come abbiamo insegnato (*Sez.* IX. §. 3.).

13 Se un lato dell' angolo retto, come b c, fosse parallelo alla linea orizzontale, e però l' altro lato b d fosse rivolto al punto principale, condotta la c d quale l' abbiamo supposta nell' articolo precedente, e prolungata fino all' orizzontale ci darebbe senz' altra costruzione il punto di distanza, giacchè tutte le linee parallele al piano geometrico, che fanno un' angolo di gradi 45 colla parete concorrono in prospettiva(*Sez.*II.§.5.) al punto di distanza. Che se in vece di un lato dell' angolo retto fosse la c d paralella alla orizzontale, saremo certi, che l' angolo retto nell' oggetto sia posto in modo, che i lati facciano angolo di gradi 45 colla parete, e che in prospettiva concorrano ai due punti di distanza, i quali sono egualmente lontani dal punto principale; onde trovati questi due punti dividendosi l' intervallo per metà, si avrebbe il punto principale, e la metà del detto intervallo sarebbe eguale alla distanza.

14 Fino ad ora ci siamo contenuti ne' soli angoli retti, e semiretti, perchè questi s' incontrano assai sovente negli oggetti d' architettura. Quando poi vi fosse motivo di sospettare, che l' angolo, che fanno due muri fosse o acuto, o ottuso, sarebbe difficile indovinarne la giusta misura, fuori del caso di una qualche figura regolare. Supponiamo, che fosse cognita la misura di un' angolo obbliquo; allora in vece di descrivere un semicircolo sulla linea orizzontale fra i due punti trovati colle linee prospettive, si descriverebbe un segmento di circolo capace del noto angolo, e quindi

di colla interſecazione di due circonferenze ſi determinerebbe nello ſteſſo modo il punto principale, e la diſtanza. Potrebbeſi ancora venire in cognizione di ciò, che ſi cerca con un ſolo angolo obbliquo, purchè ci moſtraſſe l' architettura due linee eguali intorno al vertice del noto angolo. Supponiamo che l' angolo c b d corriſponda alla pianta di un eſagono, e che per cagione degli eguali intervalli nell' architettura ſieno le linee b c, b d proſpettive di linee eguali, e che però nell' oggetto ſia iſoſcele il triangolo c b d. Ciò poſto ſarà cognita la miſura di ciaſcun angolo; imperocchè eſſendo l' angolo dell' eſagono di gradi 120, toccheranno gradi 30 a ciaſcuno degli altri due angoli corriſpondenti ai due c, d. Facciaſi dunque un ſegmento di circolo ſopra M N capace di un angolo di gradi 120, e ſopra N R un ſegmento di circolo capace di un' angolo di gradi 30. Queſti neceſſariamente s' interſecheranno in un punto ſuperiore alla linea orizzontale; onde condotta da eſſo conforme il ſolito la perpendicolare, ſi avrà il punto principale, e la diſtanza.

15 Se l' angolo dell' eſagono foſſe poſto in modo, che un lato ſi trovaſſe parallelo alla parete, come ſe la c b foſſe parallela alla linea orizzontale, non la incontrerebbe che ad una diſtanza infinita; e quantunque s' abbia la notizia di un angolo, pure in queſte circoſtanze non potrebbeſi coſtruire il circolo, ma in ſuo luogo ſi avrebbe una linea retta, come accade negli angoli retti, che abbiano un lato parallelo alla parete. Si rifletta però, che dovendo ſempre eſſere l' angolo M P N eguale all' angolo dell' oggetto, cioè di gradi 120, ed eſſendo P M per la infinita diſtanza del punto M parallela alla orizzontale, è forza, che P N M ſia ſupplemento dell' angolo in P, cioè ſia di

 gra-

gradi 60. Per la qual cosa se condurremo dal punto N una linea, come N P, che faccia coll' orizzontale un' angolo di gradi 60, saremo certi, che ogni punto di essa soddisferà per far comparire l' angolo dato come prospettiva di un angolo di gradi 120. Se poi sopra N R sarà descritto un segmento di circolo capace di un angolo di gradi 30, allora per la intersecazione della linea col circolo si avrà il punto, da cui condotta la perpendicolare resta determinato e il punto principale, e la distanza,

16 Stando le cose come sopra, se in vece di b c fosse c d parallela alla linea orizzontale, in più modi potrebbesi risolvere il problema. Prodotte le due linee b c, b d, e trovati i punti M, N, si faccia sopra M N un segmento di circolo capace del noto angolo di gradi 120. Dividasi per metà M N, e si avrà il punto principale; indi sopra di esso condotta l' ordinata, sarà questa eguale alla distanza. Oppure, giacchè il punto R si trova ad una infinita distanza dal punto N, faccendosi l' angolo P N R eguale al supplemento del noto angolo di gradi 30, che è lo stesso, che far l' angolo P N M di gradi 30, e operandosi nello stesso modo dalla parte di M, giacchè l' altro angolo b c d si suppone esso pure di gradi 30, ove s' incontreranno le due linee rette condotte l' una dal punto N, e l' altra dal punto M, si avrà il punto P, che si cerca. Parmi ciò tanto evidente per le cose spiegate, che non abbisogna di prova.

17 In quei casi, ne' quali supponiamo noto un solo angolo, abbiamo procurato di riconoscere un triangolo isoscele coll' ajuto degli intervalli eguali, che ci somministra l' architettura. Non era assolutamente necessario questo triangolo isoscele, ma più tosto l' abbiamo

mo ſuppoſto tale per maggiore facilità. Per altro ſe foſſe nota la proporzione di due lati, che comprendono l' angolo dato, ciò baſterebbe a farci conoſcere il valore degli altri due angoli, e il rimanente della coſtruzione non riuſcirebbe punto diſſimile da quella, che ſi è fatta eſſendo gli angoli eguali.

18 Nelle precedenti ricerche abbiamo ſuppoſto, che gli angoli nell' oggetto ſieno in un piano orizzontale; pure potrebbero egualmente ſervire le notizie d' altri angoli, come per eſempio degli angoli, che fanno le linee dei frontiſpicii col piano orizzontale, o le linee diagonali delle fineſtre, purchè foſſe nota la loro inclinazione. Nel diſegno (*Fig.* 53.) prolungata la icnografia del muro B D per avere ſulla orizzontale il punto H, e condotta quivi ad angoli retti la H X, troveremo in eſſa quel punto X, a cui concorrono le linee proſpettive dei frontiſpicii. Dal punto X ſi tiri una linea X R, che faccia colla orizzontale in R un' angolo eguale a quello della vera inclinazione, che anno col piano orizzontale le linee dei detti frontiſpicii. Per le coſe ſpiegate (§. 7. *Sez.* IV.) eſſendo H R eguale ad H P, ſe faremo centro in H, e deſcriveremo un circolo col ſemidiametro H R, dovrà il punto P cadere nella circonferenza del circolo deſcritto. Si cerchi nel diſegno un altro angolo in un piano verticale diverſo da quello del muro B D, oppure ſi ricorra ad uno di quegli angoli, de' quali abbiamo parlato negli articoli precedenti, e ſi avrà quanto baſta per ſtabilire il punto P. Abbiamo detto, che s' abbia a cercare un angolo in un piano verticale diverſo da quello del muro B D; imperocchè concorrendo tutte le linee parallele, che giacciono nel piano del muro B D in un punto della linea H X, e dovendo eſſere per qualun-

que angolo d' inclinazione HR eguale ad HP, risulterebbe sempre il medesimo circolo, e però niente più si potrebbe raccogliere da molti angoli di quello che si raccolga da un solo. Intorno a questi angoli verticali potrebbero farsi molte riflessioni, come abbiamo fatto per gli angoli orizzontali; ma le tralascieremo per amore della brevità, e solamente avvertiremo chi studia, non essere difficile cosa il dedurle dalle proposizioni spiegate (*Sez.* IV. §. 8. 9.)

19 Dopo tutti questi esami se mai succedesse, che i circoli o le linee rette descritte colle notizie degli angoli non s' incontrassero in alcun punto, o sarebbe indicio, che gli angoli nell' oggetto non fossero quali li abbiamo supposto, o che il disegno non fosse fatto colle debite regole di prospettiva. Potrebbe anche succedere, che la geometria fosse più liberale di quello, che si vorrebbe, dandoci due punti di veduta, ciascuno de' quali soddisfacesse alle proposte condizioni. Fingiamo due angoli nell' oggetto, de' quali uno almeno sia obbliquo, e che fatta la costruzione si taglino i circoli in due punti superiori alla linea orizzontale; oppure che una linea retta descritta colla notizia di un' angolo, che abbia un lato parallelo alla parete, tagli il circolo in due punti superiori alla linea orizzontale; allora due sarebbero i punti di veduta possibili nelle proposte circostanze, e senza un terzo angolo non si potrebbe decidere quale dei due fosse il vero punto di veduta di tutto il disegno, purchè però il circolo descritto col terzo angolo non s' incontrasse anch' esso a passare per i medesimi punti d' intersecazione trovati cogli altri due circoli.

20 Ecco per tanto aperta la strada alla soluzione del problema generale proposto ne' termini seguenti:

data

data la prospettiva si cerca il punto principale, e quello della distanza, la pianta geometrica, e l' altezza vera dell' oggetto. Descrivasi primieramente la linea orizzontale, il punto principale, e il punto della distanza coll' ajuto di quelle conghietture, che essendo fondate sulle leggi costanti dell' architettura, anno tutta quella certezza, che può mai desiderarsi. Con queste notizie si avrà quanto basta per disegnare geometricamente l' oggetto conforme il metodo spiegato nel primo problema di questa sezione.

RAGIONAMENTO

Sopra diverſe queſtioni appartenenti alla Proſpettiva.

1 SOgliono i proſpettivi trattare diverſe queſtioni, che noi proporremo con queſto ragionamento, aggiungendone altre ancora, che forſe non ſono ſtate trattate da alcuno; e avvegnachè ſieno la maggior parte difficili da riſolvere, pure non ſarà affatto inutile l'averne almeno eſaminata, e conoſciuta la difficoltà. Ciò che è fuori di ogni controverſia, come la ragione il dimoſtra, ſi è l'importanza dello ſtudio della proſpettiva a chi s'applica al diſegno; e ſe mai alcuno vi foſſe, che in coſe di pratica aſcoltar non voleſſe la ragione, riſpetti almeno l'autorità de' più celebri autori, che ſono concordemente di queſto parere. Lionardo da Vinci comincia il ſuo trattato della pittura con queſte parole *Il giovane dee prima imparar proſpettiva*; e Leonbattiſta Alberti ſi eſprime nel ſeguente modo *E vorrei certamente, che noi ci perſuadeſſimo colui ſolo eſſere per diventare ottimo pittore, il quale ora ha imparato a collocare ottimamente tutti i dintorni, e tutte le qualità delle ſuperficie*. Convengo però, che più facile ſia a chi dipinge proſpettive l'uſare queſte regole, che a quelli, che dipingono paeſi, figure, e coſe ſimili. In fatti ſe ſi conſidera un uomo nudo, il ſuo contorno, o il contorno di qualunque ſua parte preſenta al noſtro occhio tante linee curve, per le quali non baſta mettere in proſpettiva due ſoli punti, come ſi fa per le linee rette, ma biſogna diſegnarne molti; onde i pittori di figure trovano più comodo procurarſi un certo abito

colla

colla pratica, e col lungo uso di disegnare dal vero, che par loro di aver ragione di non curare le regole di prospettiva, le quali poi raccomandano a que' soli, che disegnano fabbriche, e qualunque genere di architettura. Quantunque essi abbiano qualche ragione di ciò fare, pure non posso loro accordare il disprezzar questa scienza, la quale se non può giovare per la prospettiva di ciascuna figura, potrà almeno insegnar loro le proporzioni fra le apparenti grandezze. Tanta è l'importanza di bene eseguire ciò, che molti valenti professori anno creduto, che non s'abbia in questo studio a perdonare a fatica. Propone l'Accolti di far modelli di cera conforme il soggetto, che si vuole rappresentare; indi *cercar la veduta migliore, e più singolare, appresso osservare i lumi, i riflessi, i sbattimenti, i cadimenti dei panni, i piombi di ciascuna testa sul piano, gli accrescimenti, le diminuzioni delle parti, i parterri delle ombre, i risalti, le più o meno vive tinture de' colori; le osservanze delle quali cose tutte generano quella armonica rappresentazione di cose, che tanto lascia contento, e appagato l'occhio del riguardante assuefatto anche nel naturale a così fatte apparenze*. Senza premettere una simile operazione, che insegni di situare le figure, e di dare alle medesime la dovuta degradazione, come potrà mai il Pittore co' suoi disegni far sì, che chi li riguarda, comprenda quelle distanze, che vi anno ad essere fra gli oggetti? Ho inteso più volte a dire, e ho conosciuto ancora per me stesso, che alcuni quadri sono dipinti con tale maestria, che pare, che quei finti oggetti ne invitino, e colà vi promettano un comodo passeggio. Per lo contrario l'occhio tal volta non solo non trova modo di passar oltre, ma nè meno pare, che vi sia luogo per gli oggetti stessi, tanto sono gli uni addosso agli

altri

altri, e tutti riſtretti dentro ad un breve ſpazio, che non può contenerli; la quale diſguſtoſa apparenza da altro non procede, che dal difetto della proſpettiva. Biſogna però confeſſare, che molti pittori ſenza ſapere queſta ſcienza, o ſenza farne uſo anno prodotto opere tali, che tengonſi in grandiſſimo pregio. In conferma di ciò baſta conſiderare le pitture di Guido Reni, uno de' capi della noſtra ſcuola, e ſi vedrà quanto manchino i ſuoi diſegni alle leggi della proſpettiva. L' eſempio ſuo ha ſedotti molti, che ſono venuti dopo, i quali ſe rifletteſſero, che Guido non è famoſo per queſto, perchè niente ſapeſſe di proſpettiva, ma per quelle cognizioni, e abilità, che avea degne di un eccellente pittore, non ſolo cercherebbero per loro profitto d' imitarlo in ciò, che ſapea, ma ſtudierebbero quello ancora, che egli non ſapea, per aſpirare ad una gloria maggiore.

Non ſono i pittori ſolamente, che moſtrino di avere in diſpregio la proſpettiva, ma quelli ancora, che fanno uſo delle pitture collocandole in modo, che rieſca impoſſibile a chi le riguarda di prendere quella ſituazione, che richiederebbe la proſpettiva. Poniamo che nel diſegnare il quadro abbia il pittore ſtabilito il punto principale preſſo a poco nel mezzo della tela. Rappreſenti il diſegno un piano o ſuolo orizzontale, ſopra cui ſtieno diverſe figure. Egli è certo, che eſſendo l' occhio ſuperiore al detto piano il potrà vedere ſecondo tutta la ſua eſtenſione, e potrà vedere altresì tutto ciò, che vi poſa ſopra; anzi ſe un' urna vi foſſe, o altro vaſe, non ſolo l' occhio vedrebbe l' orlo ſuperiore, ma ancora buona parte di ciò, che entro vi ſi conteneſſe. Immaginiamoci un tal quadro collocato tant' alto, che l' occhio reſti ſotto la linea del piano.

Non

Non v' ha dubbio, che un' urna posta a quell'altezza non lascierebbe vedere la bocca, e ciò, che contenesse dentro di se, se non quando fosse molto inclinata verso chi la riguarda; onde nel caso presente l' urna comparirebbe non più in quella situazione, che avea immaginato il pittore, ma in un' altra; e se essa mostrasse di essere piena di un qualche liquore, dovrebbe esso per la inclinazione dell' urna disporsi tutto ad un tratto ad escire, e non potrebbe in alcun momento rimanere piana la sua superficie, come succederebbe ad un corpo solido per l' aderenza delle parti. Per ciò, che riguarda il piano orizzontale, essendo l' occhio ad esso inferiore, non dovrebbe vedere, che la prima linea; e se il vede secondo tutta la sua estensione, sarà forzato a concepire, che esso ascenda come un palco di teatro, e immaginandolo tale, come potrà poi corrispondere a questa idea la prospettiva delle figure? E finalmente perchè un uomo ritto in piedi, e collocato in alto avrebbe un aspetto assai differente, che se stasse sul piano medesimo di chi lo guarda, poichè in una situazione si nasconderebbero alcune parti, che nell' altra erano visibili, e se ne manifesterebbero altre, che erano invisibili, per salvare l' apparenza delle figure, saremo costretti a concepirle in pendenza, e presso a poco perpendicolari a quella direzione, secondo cui le vediamo. Ora per tutte queste contraddizioni, quale imbarazzo non dovrà provare lo spettatore nella sua fantasia, e quanto meno appagarsi di una cotal vista?

2 Mi è noto però, che i pittori ancor più eccellenti anno dimostrato di far poco conto di un tal precetto, avendo essi nel dipingere sopra alti muri regolato la prospettiva, come se l' occhio si trovasse a dirittura del quadro, di modo che niuno senza ascendere a

quella altezza può godere compiutamente delle loro opere. Per tacere di molti, basterà l'esempio di un Rafaello, il quale nel palazzo del Vaticano ha mirabilmente espresso co' suoi disegni la storia del vecchio testamento, ove non avrebbe potuto far vedere la inondazione delle acque, che coprirono la terra al tempo del diluvio, senza supporre l'occhio dello spettatore alquanto di sopra al livello delle sue acque. L'autorità di un tanto uomo dovrebbe imporre silenzio, se la ragione non si opponesse con evidenza. Per non far torto nè all'una, nè all'altra, mi do a credere, che se Rafaello avesse potuto valersi del proprio giudicio, e servire piuttosto al suo, che all'altrui volere, non avrebbe scelto un tal luogo per trattarvi quell'argomento. Io poi non sostengo, che s'abbiano a disprezzare le pitture, perchè manchi il comodo a chi le osserva di prendere quel punto di vista, che richiederebbe la prospettiva. Forse i pittori, che col loro intendimento sono capaci di supplire a questa mancanza, e rappresentarsi il quadro, come se il vedessero dal debito luogo, saranno meno degli altri solleciti per l'osservanza di un tal precetto. Quando ciò sia, converrà dire, che essi sieno più da invidiarsi, che da riprendersi, purchè però non prendano a sostenere, che questo costume sia conforme alla ragione, come alcuni anno procurato di fare, seguendo ciecamente il consiglio dato da Leonbattista Alberti, cioè *che il punto principale si pone all'altezza del uomo, che ha da dipingere, perchè in questo modo coloro, che riguardano, e le cose dipinte pare, che sieno ad un piano eguale*. Aggiugono essi, che supponendosi l'occhio molto inferiore al quadro, ne verrebbero per la necessità della prospettiva certi scorci nelle figure, i quali per essere insoliti a

ve-

vederſi, in vece di recar diletto, offenderebbero la immaginazione. Forſe non è tanto inſolita la viſta di perſone, o d' altri oggetti collocati in un piano ſuperiore a quello dell' occhio; ma ſe ciò foſſe, onde è poi che i ſcultori, lavorando ſtatue deſtinate ad occupare un luogo eminente, non temono di offendere la immaginazione con una inſolita viſta, giacchè le ſtatue ovunque ſieno poſte, a noi ſi preſentano in quello aſpetto, e in quello ſcorcio, che eſige la proſpettiva. Si può dire con verità, che queſta volta la teorica, e la pratica non ſi accordano inſieme, e la ragione principale credo che ſia, perchè la pittura non è conſiderata dai più per quello che è, ma per un ritrovamento, che altro fine non abbia, che quello di abbellire una camera, e di coprire il bianco di un muro. Che ſe eſſa ſi riguardaſſe come una produzione dell' umano ſapere, atta a trattenere lo ſpirito, con iſtruirlo, e dilettarlo, ſi avrebbe maggior premura di collocare i quadri debitamente, per non pregiudicare alla proſpettiva, che è lo ſteſſo che dire, alla imitazione del vero, che ſopra tutto ſtudia il pittore di conſeguire.

3 Perchè intendano quelli ancora, che non anno fatto alcuno ſtudio di proſpettiva l' importanza, che vi è di ben collocare un quadro, paragoniamolo ad uno ſpecchio, il quale ci dà idea di una pittura perfettiſſima, non potendo eſſere più ſimili al vero le immagini, che da eſſo ſi rappreſentano, mentre ſono le ſteſſe, che veggiamo direttamente. Stando lo ſpecchio dietro al muro, e in parte più baſſo dell' occhio, ſi vedrà in eſſo il pavimento della camera, e tutte intiere le perſone, che ivi ſi trovano. Se più s' alza lo ſpecchio comincieremo a perdere la viſta del ſuolo, e ſi vedranno ſolo a mezzo le perſone; e ſe finalmen-

te l' occhio resta molto di sotto, niente de' predetti oggetti potrà vedersi, se non quando si faccia pendere lo specchio, e allora il pavimento della camera sembrerà un piano inclinato, e tutto ciò, che al detto piano è perpendicolare, sembrerà inclinato, e però tutte le persone staranno come in atto di cadere. Fingiamo ora, che un uomo vi fosse, il quale non avesse alcuna notizia di que' corpi, che fanno vedere gli oggetti per riflessione, e che a lui si presentasse uno specchio. Certamente da principio resterebbe ingannato credendo di vedere gli oggetti stessi, e di avvicinarsi a quelli accostandosi allo specchio; ma se gli oggetti, e le persone, che vede fossero tanto inclinate da non potersi reggere contro la propria gravità, ciò solo basterebbe per farlo accorgere dello inganno, e per conoscere finto quello, che avrebbe senza questo difetto tutto il carattere per comparir vero; onde se una tale apparenza pregiudica tanto alla imitazione, quale pregiudicio non apporterà alla pittura questa stessa deformità accompagnata a mille altre, che si oppongono direttamente all' obbietto dell' arte, che è d' imitare il vero? Mi si dirà forse, che quella deformità, che abbiamo considerata nello specchio inclinato per questo si rende manifesta, perchè è la sola, ed unica, che trovisi in quelle immagini, le quali nel rimanente sono al vero somigliantissime; e che in un quadro questa stessa deformità, essendo accompagnata a tante altre, non si manifesta, e non manifestandosi non arriva a cagionare dispiacere, e per questo conto si crederà, che non vi sia obbligo di sfuggirla assoggettandosi rigorosamente alle regole di prospettiva; nel che io sono di contrario parere, e appunto la deformità, che abbiamo detto per questo mi dispiace meno nello specchio

per

per essere sola, e più mi dispiace in una pittura per essere accompagnata a molte altre. E per verità rappresentando uno specchio così al vivo gli oggetti, che chi guarda in esso può far conto di guardare gli oggetti stessi, chi sarà mai, che si fermi con piacere a contemplare, e a considerare quelle immagini, giacchè da una tal vista non ritrarrebbe maggior piacere di quello, che a lui ne verrebbe contemplando gli oggetti stessi, i quali vedendosi da noi tutto giorno, sono inabili a recare diletto; e credo di poter dire, che per lo più non è l'oggetto, ma la imitazione, che a noi piace; onde se la imitazione sarà giunta a tale di far parer vero ciò, che è finto, si perderà affatto il piacere della imitazione. Per la qual cosa io credo anzi di avere qualche obbligo alla deformità, che io riconosco nello specchio, quando è inclinato, perchè essa mi risveglia nell' animo la idea della imitazione, e questa mi cagiona un piacere, che senza di essa non avrei. Ho più volte meco stesso pensato qual vantaggio ne verrebbe dal colorire le antiche statue greche senza pregiudicare all' esattezza del contorno, e mi sono sempre più confermato nel credere, che esse non recherebbero verun piacere; imperocchè chiunque riguardasse il Laocoonte tinto di colore naturale di carne, parerebbegli di vedere un uomo nudo, e non ne ritrarrebbe maggior piacere di quello, che s' abbia a vedere il nudo dell' accademia. La ragione di ciò parmi, che sia, perchè la imitazione sarebbe tanto perfetta, che più non si riconoscerebbe, e però si perderebbe il piacere di essa. E sebbene fosse di molta stima degno colui, che sapesse o dipingendo, o scolpendo imitar la natura in un modo perfettissimo, pure colle sue opere moverebbe più tosto l' ammirazione, che il piacere, e

però

però non conseguirebbe quel principal fine, che si propongono cotelte arti.

4 Sebbene però, come abbiamo detto, coll' imitare le cose a segno, che pajano vere, non si rechi diletto, non perciò si deve conchiudere, che quanto più le pitture, e sculture saranno dal vero dissimili, tanto più abbiano a dilettare; imperocchè accostandosi all' altro estremo si perderebbe affatto la imitazione, e con essa il piacere, che ne deriva. E' sempre stata difficil cosa l' assegnare certi limiti in ciò, che riguarda i sensi, e che chiamasi bello, buono, e dilettevole; pure io non credo di errare, se sono di opinione, che bisogni in questo genere di cose, che tanto manchi, e non più il finto dal vero, quanto basta a far conoscere ciò, che è. E non basta, che ciò si conosca in qualunque modo, ma si richiede, che quel senso, che si pasce, e gode della imitazione, conosca egli per se stesso la imitazione. Perchè se io vedessi il Laocoonte colorito, quantunque il tatto mi avvertisse nel medesimo tempo essere quello un marmo, ciò non sarebbe sufficiente a risvegliare il piacere della imitazione; imperocchè l' animo nostro se tutto si abbandona ad un sentimento per trarne diletto, tanto rimane da esso occupato, che indarno gli altri a se lo richiamano: come se uno ascoltasse un dolce canto, non vedrebbe gli oggetti, che a lui si presentassero, e se volesse riguardarli con attenzione, perderebbe se non in tutto, almeno in gran parte il piacere della musica. Non basta dunque, che il tatto mi avvisi essere una statua quella, che pare a vederla un uomo nudo, ma è necessario, che un tale avviso s' abbia per mezzo della vista, e però restando il colore del marmo, qual diletto non si avrà a vedere un marmo, che mostra stanchezza, rab-

rabbia, e dolore, in ſomma che imita le paſſioni dell' uomo. Nella pittura è aſſai più difficile, che nella ſcultura l' ottenere l' ultimo perfettiſſimo grado d' imitazione, e principalmente perchè dovendoſi colla pittura far apparire un corpo di rilievo colà dove altro non è, che una ſemplice ſuperficie, ſarebbe neceſſario tener conto eſattamente de' gradi diverſi delle tinte, e delle ombre, che appariſcono ne' corpi ſolidi, e con ciò tener dietro ad una varietà quaſi infinita della natura. Se dunque tanto è difficile la imitazione, quelli, che attendono alla pittura, non ſono in iſtato di traſcurare alcuna coſa, che appariſca nel vero per timore, che la imitazione rieſca troppo perfetta, e perciò non ſi può loro perdonare ſe fanno così poco conto delle regole di proſpettiva.

5 Giacchè però la condizione de' pittori è tale da non dover eſſi traſcurare alcuna di quelle coſe, che ſono atte a rendere veriſimili le loro immagini, io crederei, che per piacere maggiormente doveſſero ſcegliere que' ſoli oggetti, che l'arte può imitare, e non tralaſciare di accompagnarli con que' caratteri, che ſi trovano nel vero. Per ciò, che riguarda la ſcelta, egli è fuor di dubbio, che alcuni corpi riſplendentiſſimi o per loro natura, o perchè riflettono gran copia di luce, che talvolta giugne ad abbagliare la viſta, ſaranno aſſai difficili, o piuttoſto impoſſibili da rappreſentare. Come potrà un pittore coll' impaſto di terre colorate far sì, che il dipinto rifletta tanta luce, che raſſomigli il vero; oppure, che vi ſia in pittura la ſteſſa proporzione di luce rifleſſa da queſti, e dagli altri corpi, quale ſi trova negli oggetti ſteſſi? Per ſuperare queſta difficoltà anno alcuni preſo l' infelice partito di meſcolare il vero col finto, ſenza avvertire, che così faccen-

cendo, ſi allontanavano maggiormente da quelle relazioni, che anno gli oggetti. Quando il pittore ſi trovi in queſta neceſſità, ecco il conſiglio, che a lui dà Leonbattiſta Alberti: *Se io vorrò dipingere quella Didone di Vergilio, che avea la Faretra d' oro &c. io non di meno m' ingegnerò d' imitare con i colori più toſto, che con l' oro quella grande abbondanzia de' raggi d' oro, che percota da ogni banda gli occhi dei riguardanti.* Per riguardo agli oggetti, che riflettono una luce men viva, non ſi comprende in vero alcuna impoſſibilità per eſprimerli colle tinte artificiali; ma non per queſto ſi deve credere facile la eſecuzione. I pittori, che conoſcono la difficoltà, che naſce principalmente dai lumi rifleſſi da corpi poſti all' intorno, come ſi diſſe ſul principio della quinta Sezione, procurano, quando il ſoggetto loro il permetta, di ritrarre gli oggetti dal vero, coll' avvertenza però, che il lume provenga ſempre dalla medeſima parte, altrimente ſi ſcorgerebbe nel diſegno, per conto della direzione delle ombre, una manifeſta contraddizione. Il Lauretti, e il Sabbatini, in occaſione di dipingere ſoffitte, come riferiſce Egnazio Dante nei ſuoi comenti alla proſpettiva del Vignola, non permettendo le circoſtanze di oſſervare nel vero ciò, che voleano rappreſentare, per non avventurare a un incerto giudizio la diſpoſizione dei chiari, e degli oſcuri, coſtruivano prima un modello, e collocandolo poſcia in quell' aſpetto di lume, in cui dovea trovarſi la pittura, imparavano a diſtribuire le ombre, e le tinte con quella varietà, che ſola può eſſere capace di rendere il dipinto ſimile al vero. Molti eſempi di queſta pratica potrebbero addurſi de' tempi addietro, ma pochi per noſtra ſventura potremo citarne de' noſtri giorni. Non pretendo con ciò di riprendere i moderni pittori, fra

quali

quali molti ne abbiamo, che ſanno ottimamente tutto ciò, che l' arte richiede; e ſe non uſano quegli artificj, e quelle diligenze, che converrebbono, è perchè non iſperano alcuna ricompenſa proporzionata alla fatica, e dovendo vivere del loro guadagno, ſe maggior tempo ſpendeſſero, non ne ritrarrebbero il neceſſario ſoſtentamento. Pretendo bensì di poter dire con verità, che pochi ſono i conoſcitori, e giuſti eſtimatori delle belle arti, perchè volendo alcuni ornar di pitture le proprie abitazioni, cercano quel dipintore, che è più pronto ad eſeguire, e che può vendere l'opera ſua a minor prezzo. Altri poi ſono, che ſprezzano affatto le pitture, e ſolo ſi compiacciono di vani ſpecchii, e di frivoli intagli con oro, il quale, piuttoſto che ſervire egli ſteſſo d'ornamento, ſarebbe meglio impiegato a ricompenſare chi s'affatica in opere, che eſigono e tempo, e ſtudio, e ſapere. Ciò che ſi è ora detto, riguarda unicamente la proſpettiva aerea; onde per non ſcoſtarmi dalla proſpettiva lineare, di cui ho preſo a trattare, moſtrerò come in certe circoſtanze potrebbe queſta parer fallace per difetto dell' altra.

6 Sogliono i proſpettivi aſſegnare alcune regole intorno al punto di veduta, affinchè le parti de' loro diſegni acquiſtino quella proporzione, che ſembra meglio ſoddisfare. La regola conſiſte in ciò, che la diſtanza dell'occhio dalla parete ſia maggiore dell'altezza del medeſimo ſopra il piano geometrico; perchè chi faceſſe il contrario, il quadro digradato, come eſſi dicono, riuſcirebbe maggiore del perfetto, che vuol dire, il quadro proſpettivo potrebbe talvolta rieſcire maggiore del vero. Per ſpiegar ciò, che ſi vuole intendere con queſto precetto, propongo da conſiderare, che tagliando la parete qualunque piramide de' raggi visuali, che ha per base la superficie anteriore dell'oggetto, e per vertice l'occhio, quanto più obbliqua sarà la sezione, e quanto più vicino sarà l'oggetto alla parete, tanto maggiore ampiezza acquisterà la figura, che nasce per tal sezione, e potrà succedere, che questa superi l'oggetto stesso. Quelli, che attendono alla pratica, s'accorgono ciò appunto succedere, quando la distanza dell'occhio dalla parete sia maggiore della distanza delle figure dal punto principale, e però senza altra speculazione convengono, che s'abbia ad osservare un tal precetto; e quand'anche le figure prospettive non riescissero maggiori delle vere, pure si sarebbero le degradazioni così mostruose, che a niuno parerebbe di riconoscere da quelle l'oggetto, che rappresentano. Un' altra simile deformità può nascere per la troppa vicinanza dell'oggetto insieme, e dell'occhio alla parete, senza che v'abbia parte la distanza dell'oggetto dal punto principale. Ciò è abbastanza noto a quelli, che fanno uso del vetro ottico, a cui essendo un corpo molto vicino, ed altresì molto vicino l'occhio, acquistano le parti prospettive tali proporzioni, che di molto si scostano da quelle delle parti obbiettive. Per queste disconvenienze, taluno si sdegna contro le regole, credendo fallace la prospettiva, la quale essendo certa ne' suoi principj, non si lascia punto commuovere da quello sdegno, nè vuol concedere al dipintore alcuna licenza. Giacchè dunque nulla si può ottenere dalla prospettiva, e la deformità potrebbe parere tanta da non essere soffribile, cerchiamo almeno la ragione, per cui debba essere molesto in pittura ciò, che colle stesse grandezze apparenti, o sotto i medesimi angoli a noi si presenta nel vero senza deformità. Quì bisogna entrare in una speculazione più filosofica,

che

che io non vorrei. Conviene riflettere, che l'animo noſtro apprende con facilità le grandezze apparenti, o gli angoli, ſotto cui ſi vedono gli oggetti, o per meglio dire, ne intende facilmente le proporzioni; ma le grandezze apparenti, per ſe ſole non baſtano a far giudicare delle vere grandezze, ſe non ſi conoſce nello ſteſſo tempo la diſtanza, perchè ſotto i medeſimi angoli ponno vederſi due oggetti, che ſieno diſuguali in grandezza, e due oggetti eguali ponno vederſi ſotto angoli diſuguali per cagione delle differenti diſtanze. Ora queſte diſtanze a noi non ſi manifeſtano, ſe non per certe conghietture, che la ſola eſperienza ci ha inſegnate, e che noi facciamo per abito ſenza avvedercene. Imperocchè la chiarezza del lume, la intenſione del colore, la diſtinzione delle parti più piccole, la interpoſizione degli altri oggetti tutte unite inſieme, ci avviſano delle diſtanze, e conciliandoſi poi queſte colle apparenti grandezze, ſi giudica della vera proporzione, che anno i corpi tra loro. Per la qual coſa ſe un pittore vorrà rappreſentare le coſe come ſi vedono, dovrà con molto ſtudio tener conto delle differenze dei lumi, e dei colori, e di tutto ciò, che contribuiſce al giudicio della diſtanza. Trattandoſi di corpi molto lontani dall' occhio, le predette differenze eſſendo aſſai piccole, e forſe inſenſibili, ſarà più facile la imitazione; ma ſe i corpi foſſero molto vicini, come ora li ſupponiamo, oppure ſe occupaſſero uno ſpazio ſulla parete di gran lunga maggiore di quello, che conviene alla loro grandezza, troppo vi vorrebbe per bene imitare il vero; onde mancando quella debita proporzione di lumi, di colori, e quella conveniente diſtinzione delle parti, mancherebbe un' idea, che ſuole avviſarci della diſtanza, che anno i corpi da noi, e allora abbandonandoſi l'animo alle ſole grandezze apparenti, formerebbe un giudicio molto diverſo da quello, che richiederebbono le vere grandezze degli oggetti, nel che conſiſte la deformità, che abbiamo poc' anzi accennata. Tanto è vero eſſere il difetto della proſpettiva aerea, e non della lineare, che prendendoſi uno ſpecchio come una pittura, per qualunque ſituazione dell' occhio, e degli oggetti non ſi ſcorgerà alcuna deformità, e pure ſe ſi diſegnaſſero ſulla ſuperficie del vetro tutti i dintorni di ciò, che vediamo per i raggi rifleſſi, ſi troverebbero le ſteſſe moſtruoſe degradazioni nelle parti del diſegno; ma eſſendo perfetta la proſpettiva aerea, non laſcia alcun ſenſo della parete, e però i dintorni, che ſi formano ſopra di eſſa non ponno produrre alcun ſpiacevole effetto nella noſtra immaginazione. Se dunque ne' caſi predetti è tanto difficile l'appagare i riguardanti, dovrà un prudente pittore aſtenerſene, e impiegare la ſua arte in ciò, che a lui promette una più felice riuſcita.

7 Poſſono però le circoſtanze eſſere tali, che ſia impoſſibile l'oſſervare il precetto dato dai proſpettivi; come ſe aveſſe il pittore a dipingere ſopra un muro, da cui non poteſſe per l'anguſtia del luogo allontanarſi l'occhio tanto, che la diſtanza ſuperaſſe o la larghezza, o l'altezza della parete. Ridotti i pittori a queſta neceſſità, per l'abuſo, che ſi fa di queſt' arte, come da principio ſi è detto, anno riſoluto, meſſi a calcolo gl' inconvenienti, di evitare il maggiore. Anno formato i loro diſegni, prendendo un punto di veduta aſſai lontano dalla parete, non oſtante che ſia impoſſibile all' occhio il prendere quella ſituazione, e così ſi aſſicurano, che le parti del diſegno acquiſtano tali proporzioni, che poco ſi ſcoſtano da quelle delle vere grandezze;

ze; onde ſe non ponno dilettare con un quadro di perfetta proſpettiva, potranno almeno ſperare di riſvegliare, ſe non in tutto, almeno in parte, quel piacere, che tutti provano nel vedere un diſegno, che foſſe fatto geometricamente, cioè ſenza le degradazioni della proſpettiva; e dall' altra parte ſono ſicuri di evitare quelle enormi trasformazioni, che naſcono per la troppa vicinanza dell' occhio, le quali, poſto ancora, che per l' ottima eſecuzione della proſpettiva aerea non riuſciſſero deformi a chi ſteſſe ſul preciſo punto di veduta, diverrebbero poi inſoffribili per poco che l' occhio ſe ne allontanaſſe. Nè meno ſarà in arbitrio del pittore il regolare il punto di veduta, trattandoſi di una ſoffitta, o di una volta; e in tal caſo ſe la parete riuſciſſe troppo vicina, e il ripiego, che abbiamo detto, non ſi credeſſe opportuno per diverſi rifleſſi, che ora per brevità ſi tralaſciano, quando al pittore foſſe conceduta la ſcelta dell' argomento, potrebbe dividere la ſoffitta in quel numero di parti, che a lui piaceſſe, e farne come un quadro di ciaſcheduna. A queſto modo ſi regolò il famoſo Tibaldi nel dipingere il volto della camera, che nel palazzo dello Inſtituto ſerve ai pittori di reſidenza nelle loro adunanze. Un altro ripiego ſarebbe quello di reſtringere lo ſpazio per l' argomento, che ſi vuole trattare, col far comparire la ſoffitta più alta con quell' artifizio, che abbiamo ſpiegato nella Sezione VIII., e ciò gioverebbe ancora per dare un ſeſto migliore alla camera, che foſſe troppo baſſa. Quanto ſia difficile l' appagare la viſta, quando l' occhio, per eſſere troppo vicino alla parete, ne vegga le parti eſtreme molto obbliquamente, l' abbiamo poc' anzi dimoſtrato. Avvertiremo ora, che la deformità creſce a diſmiſura, ſcoſtandoſi l' occhio dal punto di veduta,

e più

e più, o meno ſi manifeſta dipendentemente dalla natura degli oggetti, che ſi rappreſentano. Eſſendo il dipinto di quadratura, che finga baſſi rilievi, rabeſchi, e fogliami, le quali coſe non eſigono una preciſa proporzione, nè una determinata collocazione, ſebbene acquiſtaſſero altre apparenze per l' allontanamento dell' occhio dal punto di veduta, non per queſto apparirebbero deformi; e ciò è tanto vero, che chi dipinge coſe tali, non ſi crede in debito di regolare i diſegni, almeno a parte a parte, colla proſpettiva; ma ſe la ſoffitta preſenta all' occhio uno, o più ordini d' architettura con pilaſtri, e colonne, per poco che l' occhio ſi ſcoſti o a deſtra, o a ſiniſtra dal punto di veduta, naſce toſto una confuſione tale, che tutto ſembra rovina, e diſordine. Chi ſente moleſtia per queſto ſconcerto d' idee, non approverà, che il pittore ſcelga da rappreſentare quegli oggetti, che ricreano in un ſol punto della camera, e negli altri offendono la fantaſia. Altri poi ſaranno così amanti della ſemplicità, e di un perfetto accordo fra gli oggetti, che ſembrerà loro, che ripugni il vedere ſopra quattro muri ornati di tappezzerie, e di ſpecchj un portico, un anfiteatro, o altri edificj di queſto genere, e pretenderanno, che il pittore s' appigli ad un oggetto, il quale piaceſſe, quando anche ciò, che è finto, foſſe vero.

8 Oltre alla ſcelta degli oggetti, ed alla conveniente ſituazione dell' occhio, deve procurare il pittore, che ciò, che è dipinto, abbia, per quanto ſi può, tutti que' caratteri, che accompagnano il vero; onde quelli, che fanno le figure o troppo grandi, o troppo piccole, quali non ſogliono produrſi dalla natura, traſgrediſcono alle leggi della imitazione. Per riguardo a ciò, ſi dovrà ſtabilire non doverſi mai dipingere le fi-

gure

gure più grandi della ſtatura di un uomo, perchè ſupponendoſi l' oggetto ſempre di là del quadro, la ſua immagine nel piano della parete ſarà ſempre minore dell' oggetto. Perchè però col creſcere la diſtanza di eſſo dalla parete, ſi può quanto ſi vuole impiccolire la immagine, ſarà lecito formar le figure di qualſivoglia piccolezza, purchè però s' abbia riguardo, che eſſendo eſſe aſſai diſtanti, le parti loro più minute ſi perderanno, e altre non ſi laſcieranno vedere con diſtinzione; onde chi per eſprimere un uomo faceſſe una figura piccoliſſima, e così diſtinta in tutte le ſue parti, come ſogliono vederſi gli oggetti vicini, allora quella diſtinzione farebbe concepire l' oggetto vicino, ed inſieme il farebbe concepire aſſai piccolo. Si potrebbe al più concedere qualche licenza al pittore, quando il ſoggetto foſſe di favole, eſſendo lo ſteſſo privilegio accordato ai poeti; ma in alcuni ſoggetti, non ſi può permettere il fingere; e ſe uno vorrà rappreſentare la morte di Ceſare, e far sì che paja a ciaſcuno di vedere quell' azione, o vorrà trattare argomenti aſſai più riſpettabili, come gli Apoſtoli nel Cenacolo, non è lecito ſupporli o giganti, e pigmei.

Preveggo già, che molti non ſi laſcieranno perſuadere da un tal diſcorſo, e crederanno, che appunto per quel naturale abborrimento, che ognuno ha di vedere alterata la grandezza degli oggetti da quella miſura, che ha voluto loro preſcrivere la natura, debbano i pittori, che dipingono ſopra una parete molto lontana all' occhio, come nel volto di una Chieſa, prendere miſure aſſai vantaggioſe, affinchè l' occhio veda il dipinto conforme al naturale, perchè ſe ſi faceſſe altrimente, riuſcirebbero troppo piccole le figure, e talvolta ſe ne perderebbe affatto la viſta. Prima di decidere

ſu

su questo punto, parmi, che si debba esaminare e la intenzione del pittore, e l'argomento, che si vuol trattare; imperocchè, se ciò, che si vuole rappresentare, non è soggetto a finzione di favole, e se il pittore vuole, e deve far comparire le figure in quello stesso luogo, ove è il muro, su cui si dipinge, siccome gli oggetti colà trasportati apparirebbero piccoli per cagione della distanza, non dovrà parer strano, che abbiano a vedersi piccole ancora le figure dipinte, se si pretende, che esse sieno al vero conformi. Se poi ciò, che si rappresenta non ha alcuna necessità di luogo, così che non disconvenga, che esso apparisca vicino all' occhio, allora il pittore potrà avere in vista quel secondo genere di prospettiva, di cui abbiamo parlato nella II., e III. Sezione, e che suppone l'oggetto tra l' occhio, e la parete. Secondo questa maniera di rappresentare le cose, non solo dovrà il pittore far le figure più grandi del vero, ma dovrà in oltre procurare con ogni diligenza, che il colorito riesca assai vivo, e caricato, affinchè i raggi, che da esso si tramandano all' occhio, vi giungano con quella forza, con cui vi giungerebbono se partissero da un' oggetto vicino. Allora parerà ad ognuno, che contempli il dipinto, di vedere l' oggetto a minor distanza di quella della parete, e sarà principalmente d' ajuto a un tale inganno l' apparente naturale grandezza delle figure. Quando anche fosse facile al pittore l' ottenere l' intento, non so se fosse sempre lodevole una tale intrapresa, massimamente se la pittura si frapponesse tra gli ornamenti di architettura; poichè essendo particolare pregio di questa il far comparire più ampio, e più grandioso un edificio, se la pittura accosta gli oggetti, non potrà l' una delle due arti vincere nella nostra fantasia, senza pregiudicio dell' altra.

altra. Per una simile ragione, non sarei lontano dal credere, che l' accoppiare le statue cogli ornamenti di architettura giovi bensì a rendere gentile, ma non grandioso un edificio. Imperocchè se nel punto, ove trova comodo lo spettatore di fermarsi a contemplare la facciata o di un tempio, o di un palagio, vede le statue di quella grandezza, che appaga la vista, cioè conforme al naturale, faranno esse impressione tale nell' animo, come se si guardasse ad un' oggetto vicino, e questa diminuzione della distanza coopera in qualche modo a impiccolire l' edificio, mentre gli ornamenti di architettura vorrebbono anzi produrre un effetto tutto contrario.

9 Sebbene sieno per parere inutili a molti le questioni di questo genere, non dobbiamo però ometterne una, che trattano i prospettivi. Cercano essi una regola, che insegni la vera grandezza, che conviene ad una statua, che debba collocarsi o in cima di una colonna, o di qualche edificio, affinchè essa comparisca della grandezza naturale, oppure di quella grandezza, che mostrerebbe una statua posta a' piedi dell' edificio. Insegna il Serlio, e prima di lui il Durero, che stabilito il punto, in cui si fa conto, che si fermi, chi vuole contemplare comodamente l' edificio, si misuri l' angolo, sotto cui apparirebbe un uomo, o la statua posta a' piedi dell' edificio, e poi si cerchi di quale lunghezza sia una linea, che in cima all' edificio sottenda lo stesso angolo, e sono persuasi quella dovere essere l' altezza conveniente alla statua. Io veramente dubito, che una regola tale possa sempre valere, supponendo essa, che il giudicio, che si fa intorno alle grandezze, non da altro dipenda, che dall' angolo; e pure se l' oggetto, che vediamo sia posto in serie con altri ogget-

ti, forse l'angolo non ha la maggior parte nel giudicio, che si forma. Sembra, che tutti abbiano stabilita una idea della grandezza di quegli oggetti, che la natura produr suole presso a poco della stessa grandezza, del qual genere sono gli uomini, e gli animali di ciascuna specie. Perciò dirà taluno, io veggo quel tale oggetto della grandezza di un uomo, e questa asserzione si farà non solo di un' oggetto vicino, ma ancora di un lontano, che s'alzi sopra il suolo, sia questo, o non sia orizzontale, e si dirà ancora quando manchi la interposizione del suolo; come per esempio avendo alcuno osservato una piccola nube, e volendo indicarne la grandezza, dirà, essa mi appariva della grandezza di un uomo. Questa misura, a cui non abbiamo difficoltà di riferire le grandezze degli oggetti, in qual modo dovrà prendersi? mentre se un uomo alto piedi quattro e mezzo sarà distante dieci piedi, il vedremo sotto un angolo incirca di gradi venticinque, ed essendo lontano cento piedi, sottenderà un angolo, che non oltrepassa due gradi e mezzo. Ora chi vede in cielo una nuvola, e la giudica della grandezza di un uomo, giacchè nella nuvola non si può tener conto, che dell' angolo, a motivo, che manca la interposizione d'altri oggetti, e con questa la idea della distanza, a quale angolo si farà il rapporto fra quelli, sotto i quali siamo soliti di veder gli uomini? Prima di decidere la questione proposta dai prospettivi, parerebbe necessario stabilire come su questo punto si regoli la nostra immaginazione. Queste cose non sono tanto aliene da qualunque esperimento, che non se ne possa per questo mezzo ricavar qualche lume. Conviene riflettere, che essendo un' oggetto vicinissimo a chi lo riguarda, se sottende un angolo assai grande, non può essere veduto

duto tutto con diſtinzione in una ſola occhiata, perchè ſebbene la potenza viſiva ſi eſtenda ad un angolo maggiore di gradi novanta, ſi rendono però le parti più confuſe, ſecondo che eſſe più ſi ſcoſtano dal punto di mezzo; e per lo contrario la troppa lontananza dell' oggetto dall' occhio non laſcia vedere l' oggetto con diſtinzione, perdendoſi le parti più piccole. Per la qual coſa chi vorrà oſſervare un uomo, e conoſcere comodamente la relazione, che anno le parti fra loro, cercherà quella diſtanza nè tanto piccola, che l' uomo non poſſa vederſi tutto in una ſola occhiata, nè tanto grande, per cui ſi perda la diſtinzione delle parti. Quell' angolo, ſotto cui ſi vede allora l' oggetto, oppure quella grandezza della immagine, che allora ſi forma dentro dell' occhio ſulla retina, reſterà forſe talmente impreſſa nell' animo, che ſervirà di miſura per gli oggetti lontani. Per far prova ſe queſta mia conghiettura s' accordi colla pratica, ho procurato, che mi ſieno indicate due ſtelle, che per ſtima di chi le oſſervava aveſſero quella diſtanza fra loro, che ſembraſſe eguagliare la ſtatura ordinaria di un uomo. Furono ſcelte due ſtelle alquanto alte ſopra l' orizzonte, acciocchè la interpoſizione de' corpi terreſtri non aveſſe alcuna parte nel giudicio. Que' medeſimi, che aveano oſſervato le ſtelle furono parimente giudici della diſtanza, che ad eſſi riuſciva comoda di ſcegliere per vedere diſtintamente un uomo, e per conoſcere in una occhiata il rapporto delle ſue parti. Non era da aſpettarſi un perfetto accordo tra tutti queſti giudicj, pure non è tale il divario, per cui non ſia lecito il conchiudere, che l' intervallo fra le ſtelle, eſpreſſo in gradi di un circolo maſſimo condotto per eſſe, ſi trovi appunto eguale alla miſura dell' angolo, ſotto cui l' uomo appariva in quella di-

 ſtan-

ſtanza, che era ſtata ſcelta per la più comoda, ad arbitrio dell' oſſervatore. Prendendoſi una miſura di mezzo fra tutti i riſultati, ſi trova l' angolo fra gli otto, e i nove gradi. Dopo queſte rifleſſioni pare, che la grandezza conveniente ad una ſtatua da collocarſi in un dato luogo, debba dipendere dalle circoſtanze del luogo ſteſſo. Imperocchè ſe foſſe tale, che la vicinanza, o la interpoſizione d' altri oggetti non concorreſſe a quel giudicio, che noi formiamo trovandoci nel punto ſtabilito di veduta, crederei allora, che la grandezza ſi doveſſe regolare dipendentemente da un angolo fra gli otto, o i nove gradi; ma quando vi ſia la interpoſizione, e il confronto d' altri oggetti, non ſi può dare una regola generale per tutti i caſi, finchè ſia a noi ignoto il modo, con cui gli oggetti interpoſti agiſcono nella noſtra fantaſia; e il metodo più ſicuro ſarà ſempre quello di oſſervare ciò, che ſuccede in altri caſi ſimili, o di far qualche prova, quando le circoſtanze lo permetteranno. Se ſi trattaſſe di collocare una ſtatua in fondo ad un portico, perchè la ſerie delle colonne, e dei pilaſtri, che accompagnano la viſta anno parte nel giudicio, crederei, che allora ſi doveſſe o poco, o nulla eccedere dalla naturale grandezza, quando ſi pretendeſſe, che eſſa compariſſe della ſtatura ordinaria di un uomo. Volendoſi adornare la facciata di un edificio con nicchie, e con ſtatue dal piede fino alla cima, penſo che tutte doveſſero eſſere della ſteſſa grandezza, perchè ſebbene andando in ſu s' impiccoliſca l' angolo, ſotto cui appariſcono, pure gioverà la ſerie, e il confronto a farle conoſcere eguali. Forſe per queſta ragione non concede Vitruvio, che ſi dia alcuno accreſcimento, per cagione dell' ottica, agli ordini ſuperiori di architettura nell' eſeguire una fabbrica, ca, acciò essi sieno veduti nella loro giusta proporzione, bastando solo, che s'abbia riguardo a ciò, che esige il risalto delle cornici, coll' aggiungere d'altezza quanto esse coprono. Dirò finalmente, che per stabilire la conveniente grandezza di una statua da collocarsi sopra una colonna, conviene aver riguardo alla ampiezza del luogo, all' altezza degli edificii posti all'intorno, e forse ancora alla mole della colonna, massimamente quando fosse il luogo aperto da ogni parte, perchè sebbene le colonne non sieno di quegli oggetti, che abbiano una determinata, e costante misura, pure non siamo soliti d'immaginarle d'una sterminata grandezza, e molto meno saremmo disposti a crederle tali, vedendole destinate unicamente a sostenere una piccola statua.

E' stata sempre difficile cosa l'intendere quali modificazioni sieno per ricevere le nostre idee dalle cause esterne, e però non è maraviglia se le ricerche fatte restino piene d'incertezza, e d'oscurità. Se i nostri studj saranno al solo fine indirizzati di scoprire come si trasformino sulla parete gli oggetti visibili, trattandosi allora di semplici grandezze, considerate come sono in se stesse, si avrà un metodo sicuro per dirigere le operazioni, e quanto risulta da queste, resterà comprovato con evidenza. Saranno soggetti ad errare quei soli, che pensano di avere in capo le regole di prospettiva senza averle studiate. In somma, per star sul sicuro, e per non lasciarsi ingannare da certe false apparenze, dovrà il pittore, che si dispone a dipingere un quadro, consigliarsi prima colla prospettiva, e formare un disegno, regolando le piante, le grandezze delle figure, e degli altri oggetti coi metodi, che abbiamo spiegato. Ciò, che crediamo opportuno qui di aggiungere, riguarda da il modo di proporzionare la distanza dell'occhio colla grandezza del quadro, perchè sebbene non possa da ciò derivare alcun pregiudicio alla prospettiva lineare, s'incontrerebbero forse altri inconvenienti, a quali è soggetta la pratica. Ma prima siami permesso di fare alcune riflessioni, che giova premettere a quanto mi sono proposto di dire.

10 Nella pittura egualmente, che nella poesia drammatica si deve osservare l'unità della azione, del luogo, e del tempo. Se l'azione non fosse una, la mente verrebbe distratta da più soggetti, che tutti insieme non potrebbe comprendere, e volendo pure comprenderli, sarebbe forzata a meditarne uno per volta, così che applicandosi in ciascun momento a considerare una sola azione, separerebbe in più parti il quadro, e d'uno, ne farebbe molti, la qual divisione pare piuttosto, che appartenesse all'autore. Sarà pure conveniente, che tutto ciò, che è nel quadro, o abbia parte nell'azione, o qualche rapporto ad essa, e che tutto sia proporzionato al decoro del soggetto, che si rappresenta; non altrimente che nelle tragedie, e nelle commedie, nelle quali tutto deve riferirsi alla favola; e siccome in esse vi è il protagonista, intorno a cui si aggira tutta la tragedia, o commedia, così nelle pitture si dovrà mettere in maggior vista quella figura, che rappresenta il principale personaggio del quadro, e che, per così dire, dà moto, e azione agli altri. Tutto ciò appartiene alla invenzione, non alla prospettiva, onde mi basta di averlo brevemente accennato.

Sarà più facile il dimostrare convenire alla pittura l'unità del luogo, di quello che sia facile ai poeti il dimostrarlo per le loro tragedie, o commedie. In fatti se colla pittura si cerca di rappresentare un luogo, che

un'

un' occhio vede, o può vedere tutto in una volta, non sarà possibile contravvenire a questo precetto, perchè chi nell' operare si abbandonerà alle regole di prospettiva, soddisferà al precetto senza avvedersene. Questo sì che bisogna, che il pittore finga un luogo, che si adatti all' azione, e non faccia vedere in un tempio i giuochi dei gladiatori, o in una sala di un palagio il consiglio degli Dei.

11 Piu facile ancora sarà il dimostrare, che l' unità del tempo conviene alla pittura in un senso assai più ristretto, di quello che s' intenda per le commedie, e per le tragedie. Imperocchè non potendo l' occhio vedere in qualunque istante se non quello appunto, che allora succede, applicandosi a contemplare un quadro, se ciò, che è finto, dee parer vero, bisogna che le figure si trovino tutte nella azione di un medesimo istante; e certamente chi riconoscesse diversità di tempo, rimarrebbe da tal vista offeso, e disgustato. Per questa unità di tempo si rende manifesto dovere essere il quadro di una mediocre grandezza, affinchè l' occhio il veda tutto in una volta, e goda ad un tempo di quella corrispondenza, che anno tra loro le figure esprimenti l' azione di un medesimo istante. Ma gli uomini non anno mai saputo contenersi dentro a certe misure; ed anno forse creduto in ciò, che chiamasi bello, buono, e dilettevole di accrescere il piacere coll' aumentare il soggetto, da cui esso deriva; e pure succede per lo più tutto il contrario, dovendo le cose avere una certa proporzione con i sensi dell' uomo, per cui sono fatte. Se vi è arte al mondo, che sembri nata unicamente per servire al piacere, essa è la musica, e questa pure ha sofferto non poco danno, che poichè i moderni anno voluto unire, e concertare molte voci insie-

ſieme, le anno fatto perdere quella perfetta armonia, che con tanto ſtudio fu ricercata dai greci, per ricuperare la quale non vi ſarebbe altro mezzo, che reſtituire alla muſica l'antica ſua ſemplicità Senza però cercare argomenti da quelle coſe, che niun rapporto anno colla proſpettiva, chi non vede, che l'architettura, quando ſia impiegata ad inalzare fabbriche di una ſterminata grandezza, ſerve piuttoſto all'ambizione, che al piacere, la quale ambizione ſembrami affatto vana, ſe rivolgo il penſiere a quelli immenſi palagi, ove l'uomo, che ne è ſignore, e che non può ingrandire ſe ſteſſo, vi ſi perde per la ſua piccolezza, e vi fa, per così dire, una triſta, e miſerabile figura. Laſciando da parte qualunque altro motivo, che induce gli uomini a coſtruire grandi gli edificii, parmi, che per conto del piacere, che ſi ha in vederli, ſieno in parte inutili, ſe oltrepaſſano quelle grandezze, che i noſtri ſenſi ponno comprendere. Tutti convengono, che la famoſa Baſilica di S. Pietro di Roma non appariſce all'occhio così vaſta come è; onde biſogna confeſſare, che per conto del piacere, che ſi ha in vederla, quel di più, che è nel vero oltre all'apparente, ſia ſuperfluo. Nè vale, a mio credere, il dire, che reca piacere il ſaperſi, come ſi ſa da ognuno, che la grandezza vera oltrepaſſa l'apparente, perchè chi prima di vedere quella gran mole, avendo ricevuta notizia della ſua eſtenſione, non per tanto provava egli alcun ſenſo di piacere, come potrà provarlo poi nel vederla, ſe non ne vede la ſua grandezza? Io per me rimarrei più pago, ſe una fabbrica, di qualunque genere ella ſia, mi compariſſe maggiore del vero, perchè allora, in vece di applaudire al numero delle pietre, e dei marmi, che la compongono, ſarei tenuto a fare applauſo allo ingegno, e all'arte maravi-

glio-

gliosa dell' architettura. Giacchè dunque non si aumenta il piacere coll' ingrandire gli oggetti, non è da dubitare, che non s' abbiano ancora ad assegnare certi limiti, entro i quali debba il pittore contenersi nelle misure de' suoi quadri. In fatti se si vuole profittare di que' vantaggi, che dalla unità dell' azione, del luogo, e del tempo derivano, sarà necessario, che il quadro sia di tale grandezza, che l' occhio nel punto della distanza il veda tutto in una volta con distinzione.

12 Stabilita questa massima mi sono posto a ricercare in una certa distanza dell' occhio da un piano quanta parte di esso si veda con distinzione. Prendendo la cosa con sommo rigore, e riguardando per centro quel punto, a cui si tenea fisso l' occhio, ho giudicato, che veggasi distinto solamente un circolo, che sottenda un angolo di due gradi incirca. Per verità, che una tale misura sarebbe troppo angusta per regolarsi nelle grandezze de' quadri; e dall' altra parte sarebbe troppo ampia quella, che danno alcuni ottici di gradi novanta; imperocchè sebbene la potenza visiva si estenda in qualche modo a tutto ciò, che si contiene dentro un tal angolo, pure perchè le parti estreme rimangono oltre modo confuse, nè sopra di esse si può formare alcun giudicio, possiamo far conto di non vederle. Poichè però diversi sono i gradi di distinzione, che convengono agli oggetti, secondo che essi più si avvicinano al centro del detto angolo, prima di stabilire alcuna misura sarebbe necessario convenire nel grado di distinzione, che si pretende. Alcuni autori condotti dal raziocinio più che dalla esperienza, e ingannati da quella opinione, che allora correa intorno alla struttura dell' occhio, paragonando la grandezza della pupilla colla distanza di essa dal fondo dell' occhio, anno giudica-

dicato, che tutti gli oggetti compresi dentro un angolo di gradi sessanta sieno veduti con distinzione. Altri senza credersi in debito di assegnare alcuna ragione anno trovato comodo il prendere una distanza dal quadro, che sia in ragione sesquialtera col diametro di esso, cioè tale distanza, che stia al diametro come 3 a 2, la quale proporzione cagiona un angolo incirca di gradi trentasei. E perchè ad altri è piaciuto un angolo ancor più piccolo, si sono serviti di una distanza doppia del diametro. Per alcune prove, che ho fatto concorrerei più tosto col sentimento di quelli, che si appigliano ad una maggior distanza, e mi piacerebbe, che essa fosse per lo meno tripla del diametro; dal che ne risulta un angolo di gradi diciotto. Dentro lo spazio, che comprende un tal angolo apparifcono gli oggetti in modo, che si può nel medesimo tempo formar giudicio dell' azione di ciascuno; e sebbene non si ottenga una somma distinzione nelle parti più lontane dal centro, pure per non essere in ciò troppo rigorosi, basta riflettere, che per poco che l' occhio si aggiri, scorrerà sopra il quadro con tanta prestezza, che gli sembrerà di veder tutto distintamente in un medesimo istante. Chiunque troverà ragionevole la grandezza dell' angolo, che abbiamo assegnata, nel che certamente resta qualche arbitrio, data che sia la larghezza, o la lunghezza del quadro, non dovrà mai prendere la distanza dell' occhio più piccola di quella, che colla data misura cagionerebbe un angolo di gradi diciotto; bensì avrà la libertà di prenderla maggiore. Essendo la distanza minima, che si può concedere per il punto di veduta, proporzionata alla larghezza, o lunghezza del quadro, ne segue doversi un pittore astenere dal far quadri molto grandi, perchè la loro grandezza obbli-

ghe-

gherebbe la distanza ad essere tanta, che l' occhio diverrebbe incapace di discernere quello, che il pittore avesse espresso sulla tela. Egli è dunque manifesto esservi certi limiti, che bisogna osservare sì per la grandezza del quadro, come ancora per la distanza dell' occhio.

13 Pare una massima comunemente accettata, che per vedere comodamente un quadro disegnato colle regole di prospettiva, e per riconoscere nelle immagini quella proporzione, che si vedrebbe negli oggetti non solo sia necessario, come altre volte si è detto, che l' occhio si fermi nel punto di veduta, ma in oltre che l' occhio stia rivolto al punto principale, cioè che l' asse ottico si adatti colla linea del raggio principale. Posta questa necessità ne verrebbe, che l' angolo della visione distinta, che abbiamo definito di gradi diciotto, dovesse computarsi tutto intiero solamente quando il punto principale cadesse nel mezzo del quadro; perchè se le circostanze obbligassero di prendere il detto punto da una parte, come per esempio nella linea terminatrice del quadro, allora converrebbe valersi di un angolo di gradi nove, giacchè abbiamo posto il confine in quel grado di distinzione, che si ha ad una distanza dal punto principale, che di quà, e di là sia veduta sotto il predetto angolo di gradi nove. Veramente io confesso di non conoscere alcuna necessità, per cui l' occhio debba stare rivolto al punto principale, parendomi, che basti per non sconcertare le idee, che stia l' occhio nel punto di veduta; anzi non ho difficoltà di asserire, che la direzione più vantaggiosa dell' asse ottico sia sempre quella, che incontra il mezzo del quadro. In fatti se io prendo l' occhio come un punto, la quale supposizione sebbene lontana dal vero, è

però quella, che ammettono tutti i profpettivi, e che non può produrre alcuna fenfibile alterazione nelle apparenze degli oggetti; e fe le piramidi fatte dalle linee vifuali fi confervano le fteffe per qualunque direzione dell' affe ottico, nè meno dovranno cangiarfi, o in menoma parte alterarfi le fezioni, che fi fanno dalla parete; con che fi dimoftra rimanere fempre intatta la profpettiva. Efaminando io fu quale fondamento fia nato un tale pregiudicio, non faprei riconofcere altra cagione fe non quella, che a noi fomminiftrano i pittori qualunque volta ritraggono dal vero. Avendo effi l' oggetto dinanzi agli occhi non anno bifogno di condur linee colle regole di profpettiva, ma il giudicio dell' occhio ferve di regola; e dovendo trafportare tutti i punti dell' oggetto altri più, altri meno lontani dall' occhio alla fteffa piana fuperficie, è d' uopo, che fingano una parete, a cui riferifcano i punti dell' oggetto, e come gli anno poi immaginati nella ideata parete formano il difegno fulla carta, o fopra il quadro. La parete, che fingono tra l' occhio, e l' oggetto naturalmente fi prende come perpendicolare all' affe ottico ovunque fia quefto indirizzato, perchè fe fi voleffe immaginare una differente fituazione, non bafterebbe il giudicio dell' occhio per formare il difegno, ma converrebbe efaminare e tener conto dell' effetto, che cagionaffe la fuppofta inclinazione della ideata parete. Non altro, credo, intende di dire Leonardo da Vinci, quando al capo XXV fi efprime nel feguente modo *E farai, quando tu ritrai, o che tu movi alcun principio di linea, che tu guardi per tutto il corpo, che ritrai, qualunque cofa fi fcontra per la dirittura della principal linea*. Quefta pratica invece di ftabilire la maffima, che abbiamo detta, dovrebbe più tofto farci avvertiti, che chi ritrae dal

ve-

vero, riferifce gli oggetti ad una parete non piana, ma sferica, che ha l' occhio per centro. Imperocchè fe s' immagina il piano di effa fempre perpendicolare all' affe ottico, il quale s' indirizza ora ad un punto, ora ad un altro dell' oggetto, è forza che la parete vada cangiando fituazione fecondo le tangenti di una sfera, e che effa diventi una fuperficie sferica. Allora tanti effendo i punti principali quante fono le pareti piane, le quali fono infinite, da qualunque parte fia rivolto l' occhio, fi troverà fempre l' affe di lui nella direzione del raggio principale. Perchè poi i difegni fi fanno attualmente in una fuperficie piana, dovrebbero effi difcordare dalle giufte apparenze quanto importa lo trafportare, come fi fa, le immagini dallo sferico al piano; la qual differenza farà piccoliffima, e forfe infenfibile, quando piccolo fia l' angolo, entro cui refta comprefo l' oggetto, che fi ritrae. Chi defideraffe conofcere colla pratica una tale differenza, difegni prima un oggetto dal vero, e poi difegni lo fteffo oggetto col vetro ottico difponendo le cofe in modo, che il contorno cada alquanto lungi dal punto principale, e vedrà, che la forma, che acquifta ful vetro l' oggetto non farà affatto fimile a quella, che fi era ottenuta col primo difegno. Non fi può mettere in dubbio la fedeltà del vetro ottico, quando non fi voglia rinunciare affatto alla natura della profpettiva; onde converrà dire, che fia fallace il metodo di difegnare diverfi oggetti dal vero per trafportarli poi fulla fteffa parete. Non è però da condannarfi quefta pratica cotanto utile, e neceffaria per altri riguardi, purchè s' abbia l' avvertenza, che gli oggetti reftino comprefi dentro un piccolo angolo, mentre allora non potrà nafcere, come abbiamo detto, una differenza fenfibile nella profpettiva, che fi vuole ful-sulla stessa parete. Da tutto ciò si conferma la utilità, o più tosto la necessità di regolare la distanza dell' occhio in modo, che il quadro sottenda un piccolo angolo.

14 Quando si vogliono stabilire regole per ben operare, si considera l' obbietto dell' arte, e il suo fine, e si prende di mira la perfezione, senza cui sarebbero troppo vaghe, e incerte le regole. E per verità se i raziocinj, che abbiamo fatto, sono giusti, non potrà dirsi perfetta quell' opera, a cui manchi qualcuna delle prerogative, che abbiamo dimostrato convenirle; ma non per questo dovrà riputarsi degna di dispregio: imperocchè dipendendo la bellezza di una pittura da mille altre prerogative, potrebbero queste esservi in un grado così eccellente, che per esse sole meritasse grandissima stima. Confesso bensì di non soffrire con indifferenza, che certe regole s' abbiano a riguardar come vane, e da lasciare agl' ingegni speculativi, e che dica taluno, troppo vi vorrebbe a tener dietro a tanti precetti; a me basta di piacere, che importa poi s' abbia, o non abbia soddisfatto alle regole. Forse senza di esse sarà difficile piacere quanto si vorrebbe; ma concediamo pure, che l' esperienza abbia fatto vedere il contrario; io domando qualora un pittore insegna a' giovani studenti, e dice loro quello scorcio non è naturale, quel contorno non è giusto, quelle ombre non sono intese; che altro sono questi insegnamenti, se non precetti dedotti da quel principio, che la pittura sia una imitazione del vero, senza di che niuna forza avrebbero i loro insegnamenti. Non parmi fuor di proposito il riferire in questo luogo ciò, che disse il Tiarini in occasione, che Guido Reni il pregò del parer suo sopra un quadro, che di già avea terminato. Scoperse

perſe il Tiarini un errore di proſpettiva. Guido volendo pure addurre qualche ſcuſa per non correggerlo, altro non ſeppe riſpondere, ſe non eſſere tale l' errore, che per emendarlo, ſarebbe ſtato neceſſario guaſtare tutto il dipinto. Replicò allora il Tiarini, già l' errore fa quello, che voi far non volete. Ma ritornando alla difficoltà maggiore, che s' incontrerebbe nell' operare, qualora ſi voleſſe tener dietro a tutte le regole della proſpettiva, è facile il riſpondere non eſſere queſta una prova della inſuſſiſtenza delle regole. Che poi ſenza di eſſe reſtino abbaſtanza appagati i riguardanti, biſogna eſaminare ſe ciò ſucceda per la perfezione dell' opera, o per difetto di chi ſi fa giudice. Quante pitture abbagliano la viſta di molti per la ſola vaghezza de' colori, i quali ben conſiderati ſaranno il più delle volte indecenti al ſoggetto; e pure per eſſi, ſi rinuncia alla eſattezza del diſegno, alla ſcelta, e alla invenzione. Succede nelle coſe di ſemplice guſto una enorme diſparità di opinioni, la quale però regnerebbe per tutto, ove ha luogo il noſtro giudicio, ſe in molti caſi l' eſperienza non moſtraſſe ciò, che merita la preferenza. Due macchine inventate ad un medeſimo fine darebbero occaſione a molte diſpute, ſe la prova non decideſſe toſto del valore di ciaſcheduna. Quanti critici non deriderebbono i precetti ragionati, che danno gli architetti militari per fortificare un luogo, ſe non moſtraſſe la eſperienza, che i precetti non ſono vani. Pur non oſtante ſiamo ancora ſoggetti ad eſſere ingannati dalla ſteſſa eſperienza; e forſe ſarà avvenuto più d' una volta, che ad una fortificazione male inteſa, e peggio eſeguita avrà dato credito un aſſalitore, che non ſapea l' arte di offendere. Trattandoſi della pittura, e d' altre coſe di queſto genere, nelle quali non

ha

ha luogo l' esperimento, per convincere quelli, che non sanno, e che non vogliono ascoltar la ragione, non credo vi potesse essere mezzo migliore di quello di sottoporre ai loro occhi un confronto, quando fosse possibile di ciò fare, perchè allora vedendo essi lo stesso soggetto eseguito da un Rafaello, o da un Lodovico Caracci sarebbe difficile, che non aprissero gli occhi a un tanto lume.

15 Chiunque resterà persuaso essere molto importante lo studio di prospettiva per ben dipingere figure, non è poi da domandare se sia per crederlo sommamente necessario per ben eseguire i disegni d' architettura. E per verità essendo tanto più facile nelle operazioni di questo genere il mettere in pratica le regole esposte, non parmi che sieno degni di scusa quelli, che le trascurano concedendo un' ampia libertà al loro capriccio, per cui non anno difficoltà di accoppiare insieme in un quadro tante cose, che non potrebbero in alcun modo sussistere, nè essere vedute fuor che dipinte. Quante volte nelle pitture di questo genere si osservano diverse serie di colonne, e d' archi, che sfuggono da ogni parte, e a qualunque angolo fra di loro, così che l' occhio a tenervi dietro si confonde, e si perde come in un labirinto. Il volgo, che suole ammirar più quanto meno intende, fa applauso alla fertilità delle idee; ma se considerasse le cose con riflessione, s' accorgerebbe, che il pittore è stato fertile nel commettere errori. Anzi essendo più facile a chi ha molte idee il trovarne una, che non repugni al vero, e quella scegliere, che sia confacente al soggetto; la pessima scelta, che fanno alcuni, invece di abbondanza mostra la loro povertà. Chi prima di dar mano al lavoro formasse la pianta degli oggetti, non potrebbe incorrere in questi di-

diſordini, e allora l'occhio nel riguardare la pittura reſterebbe appagato, e troverebbe per concepire le coſe la ſteſſa facilità, che trova nel riguardare il vero. Nè in queſto genere di pittura ſi dovrà temere, che la imitazione rieſca troppo perfetta, perchè ſe ſi rappreſenteranno oggetti, che ſieno belli per ſe ſteſſi, quando ancora ſi perdeſſe il piacere della imitazione, rimarrebbe quello di vedere gli oggetti, il quale anzi parmi, che creſcerebbe vie più allo ſcemare, o perderſi dell'altro, ſe pure in ciò è lecito di ſeguire alcuna proporzione. Giacchè il diſcorſo mi ha ricondotto di nuovo alla imitazione, noterò brevemente, che quantunque eſſa ſia lo ſcopo principale, a cui tendono le belle arti, a queſte però conviene in un modo differente. Nella ſcultura eſſendo facile, che il finto paia vero, biſogna che reſti nelle ſtatue un certo carattere, per cui l'animo le diſtingua ſenza fatica dal vero, e però ſi tralaſciano le tinte, e i colori. Per queſta mancanza non perde l'opera di pregio, perchè manca ad una compita imitazione quella parte, che ſarebbe la più facile ad eſeguirſi. I Pittori di figure non abbiſognano di alcun artificio per far conoſcere la imitazione; anzi eſſendo queſta molto difficile, o più toſto impoſſibile da ottenerſi per le ragioni dette di ſopra, ſarebbe per eſſi un delitto, ſe non teneſſero dietro a tutto quello, che oſtenta il vero. Migliore è la condizione di quelli, che dipingono proſpettive, a' quali è permeſſo di portar oltre la imitazione quanto mai poſſono, quando anche foſſe per riuſcire perfettiſſima, purchè però facciano ſcelta d'oggetti, che piacciano per loro ſteſſi: e in vero ſe una architettura del Palladio reca diletto, non è da dubitare, che non abbia a piacere ſe ſarà dipinta in modo, che paia vera. Dal che ſi conoſce quanto importi per dilettare la bellezza degli oggetti: e giacchè queſte belle arti ſi propongono per loro fine il piacere, l' impegno dei pittori non sarà ſolo d' imitar il vero, ma ancora di ſcegliere quel vero, che per ſua natural bellezza rechi diletto. Per la qual coſa ſe aveſſi a definire la pittura la chiamerei un arte di movere l' animo al piacere colla ſcelta, e colla imitazione del vero: e in fatti ſe gli oggetti foſſero vili, e di niun conto ſi correrebbe pericolo, cercando la perfezione nell' imitarli, d' impiegare l' ingegno ſenza alcun frutto.

16 Per ben ſcegliere come ſi è detto, ſarebbe neceſſario conoſcere ciò, che ſia la bellezza. Molti filoſofi anno rivolti i loro ſtudii a indagarne i principj, ma non ſo poi quanto abbiano colle ſottili loro ricerche contribuito a perfezionare le belle arti. Alcuni anno creduto, che ſiccome un ſenſo ci fa giudicare del ſapore dei cibi, e un altro ſenſo dell' armonia dei ſuoni, così vi ſia un ſenſo in noi, per cui ſi formi giudicio della bellezza; ma non eſſendo uniforme in tutti un tal ſentimento, come l' eſperienza il dimoſtra, non ſarà poſſibile lo ſtabilire alcuna regola generale, per decidere della bellezza degli oggetti. Altri ſono di parere, che la bellezza dipenda da certe proporzioni facili a concepirſi, come quelle, che ſi oſſervano nei tuoni, e nelle conſonanze della muſica. Una tale opinione non ſembrami affatto diſpregievole, come ad alcuni è paruto: parmi bensì eſſere difficile coſa lo ſtabilire alcuna regola ſu tale fondamento; e quelli ſteſſi, che l' anno approvato, indarno poi ſi ſono affaticati per rintracciare le dette proporzioni in tutto ciò, che eſſi riguardano come bello. Altri non riconoſcendo nella bellezza che un nome, pretendono, che il piacere,

cere, che noi proviamo nel vedere gli oggetti, derivi dalla ſola utilità, così che piacciano, e ſieno belle a noi quelle coſe, che ſembrano meglio coſtrutte per quelle funzioni, e a quel fine, a cui ſono deſtinate. Laſciando ora da parte, che due differenti idee del bello, e dell' utile non s' abbiano inſieme a confondere per formarne una ſola, e concedendo, che piaccia ſommamente la utilità, che negli oggetti appariſce, non per queſto ſi toglie la difficoltà di far belli gli oggetti, eſſendo difficile il conoſcere tutto ciò, che meglio conduce a quel fine, che ci ſiamo propoſti. Queſta diverſità d' opinioni, delle quali niuna reſta baſtantemente comprovata, è cagione, che alcuni ſi ſieno indotti a credere, che il bello ſia affatto arbitrario, e tragga la ſua origine più dal coſtume, che da altro principio; e che la educazione, e gli ſtudii abbiano gran parte ne' noſtri giudicj. In fatti, diranno eſſi, ſi approva in un ſecolo ciò, che ſi diſapprova in un altro; ed un Chineſe avvezzo a riguardare con ſtima un certo genere di architettura, diſprezzerà la forma delle fabbriche europee. Un tal diſcorſo non merita d' eſſere approvato, eſſendo diretto a perſuadere, che s' abbandoni qualunque ſtudio, e che tutto ſi commetta alla ventura. Biſogna però confeſſare eſſere ſommamente difficile, ſe non impoſſibile, lo ſtabilire alcun principio evidente, da cui dedurre regole ſicure; lo che proviene probabilmente da ciò, che la bellezza appartiene al ſenſo, e le regole ſono dettate dalla ragione, la quale non ha forſe alcun rapporto, o alcuna miſura comune col ſenſo. In qualunque modo ciò ſia, egli è certo, che dovendo il pittore imitare e ſcegliere, potrà egli ſperare una più ſicura riuſcita nella imitazione del vero, che nella ſcelta del bello a cagione della incertezza, in cui ſiamo, ſiccome abbiamo poc'anzi dimoſtrato. I pittori di figure, e di paeſi ſe non vorranno uſare alcuna diligenza per ſcegliere il bello, e ſolo cercheranno d' imitare fedelmente il vero, potranno pretendere di ſoddisfare con ciò, almeno per la principal parte, al debito della loro profeſſione, contenti di quella bellezza, che ſi trova nelle opere della natura: ma i pittori di proſpettiva, ſe vorranno eglino ſteſſi farla da architetti, e non ricopiare fabbriche inventate da altri, dovendo immaginare lo ſteſſo ſoggetto, che vogliono poi rappreſentare ſulle tele, avranno maggior biſogno di conoſcere ciò, che ſia la beltà nelle coſe: onde volendo io quì eſporre alcune mie rifleſſioni, ſarà il diſcorſo per lo più diretto a conſiderare quella bellezza, che è propria delle opere d' architettura.

17 Parrà a prima viſta, che bello ſia tutto quello, che piace; e pure non è conforme all' uſo il ſervirſi di queſto vocabolo ſecondo queſta ſignificazione. Diraſſi bella una ſtatua, e bello un edificio, che oggetti ſono della viſta, come pure diraſſi bello un ſuono, ſe ſia grato all' orecchio, ma non diraſſi bello un odore, quantunque piaccia. Che che ne ſia dell' uſo del parlare, certamente le coſe, che cadono ſotto il ſenſo del vedere, e dell' udire, ſe piacciono diconſi belle; pure non oſtante potrebbeſi inſtituire una queſtione, ſe ſia conveniente ſervirſi ſempre di un tal vocabolo quantunque volta piaccia un oggetto, e ſe il piacere poſſa derivare da altro principio. Sembrerà forſe queſta una queſtione di nome, poichè ſaranno alcuni diſpoſti a chiamar bellezza quel principio, qualunque ſia, da cui deriva in noi il piacere, e a chi dirà loro, che piace ancora la bontà, o ſia la perfezione nell' oggetto, riſponderanno eſſere bella la perfezione: ma ſia

pur

pur bella quanto ſi vuole, ſe io conſiderando eſſa ſola provo piacere, è ſegno, che allora reca piacere la perfezione, e non la bellezza dell' oggetto. Se ſi raccoglie il ſentimento del popolo ſopra una fabbrica, che ſorprenda per la ſua grandezza, pel piacere, che ciaſcuno ſente a reſtare ſorpreſo, e a vedere coſa inuſitata, e grande, la riguarda come bella; e per verità ſe non ha altro pregio, non merita, che ſi dica ſe non ch' eſſa è grande, quando non ſi pretenda, che ſia beltà la grandezza. Per eſempio un portico, che ſia coſtrutto d' un gran numero d' archi, per quel piacere, che ſi ha in vedere una lunga ſerie di pilaſtri, o di colonne, che fanno un vago aſpetto di proſpettiva, ſi dirà bello il portico; lo che forſe niuno detto avrebbe, che aveſſe ſolamente veduto un piccolo numero d' archi. Si eſamini dunque ſe la forma di un arco ſolo piaccia, e allora ſi faccia applauſo all' autore; perchè ſe altra bellezza non vi è nel portico, che quella della lunghezza, niente per eſſa ha cooperato l' ingegno, e l' arte; e col far grandi ſarebbe ciaſcuno capace di far belli gli oggetti. Succede ancor ſpeſſe volte, che una fabbrica per ſe ſteſſa non piacerebbe, ma per eſſere coſtrutta di marmi ſcelti, e d' altri ornamenti arricchita compariſce bella, e chi la vede ſe ne compiace. Eſſa dovrebbe dirſi ricca, e non bella; e quantunque dia diletto ad alcuni, è ſegno che eſſi ſi ricreano alla ſemplice viſta di un ricco oggetto: ma queſta ſorta di bellezza non è in mano dell' architetto, nè a tutti è in potere nel coſtruire fabbriche il farle tali, e quelli, che poſſono farle, ſi guardino di contentarſi di queſto pregio, e di traſcurare quella bellezza, che naſce dalla proporzione, e dalla diſpoſizione delle parti, la quale non riceve pregio dal-

dalla materia. Ha recato un gran pregiudicio all' architettura l' amore, che naturalmente tutti abbiamo per la novità. Questa inclinazione se ha potuto da principio invaghir gli uomini a perfezionare tutto ciò, che serve all' uso, e al piacere, e trarli da quella semplicità, e rozzezza, in cui posti gli avea la natura, la stessa inclinazione li fa poi traviare dal buon cammino, e in vece di seguir l' ottimo dopo di averlo trovato, o d' esservi giunti appresso, se ne allontanano a segno, e a tali maniere si appigliano, che meglio sarebbe ricadere nella primiera semplicità. Per restar di ciò persuasi basta riflettere ai progressi di qualunque arte, e particolarmente dell' architettura, oppure basta che esaminiamo noi stessi, e ci conosceremo talmente disposti, che giungiamo a vedere con indifferenza un oggetto, per quanto sia bello, se diviene a noi familiare, e non troviamo piacere, che non sia in qualche modo congiunto colla novità. Bisogna dunque essere cauti per non lasciarsi sedurre da questa novità, e dal piacere, che da essa deriva, e procurarsi sul bel principio quella indifferenza ne' nostri giudicj, che poi si acquisterebbe col tempo. Ora se la novità per se stessa tanto piace, quali lusinghe non avrà essa, se sarà accompagnata ad alcune di quelle forme, che il volgo confonde coll' idea della beltà. Per qual ragione crederemo noi, che abbia piacciuto prima dello ristabilimento della buona architettura un certo modo di costruire le fabbriche, così che paresse, che ad ogni momento minacciassero rovina. Sottoponevano ad una gran mole colonne tanto piccole, che sembravano incapaci di sostenerla. Univano archi insieme, che da una parte rimanevano senza sostegno. Studiavano insomma di far comparire una debolezza, che non vi era, e di osten-

tare

tare il massimo difetto, che possa essere in un edificio. Forse la novità dell' oggetto unita alla difficoltà, che si credeva nella esecuzione, e che in noi risveglia l' ammirazione, erano cagione, che si applaudisse ad una apparenza, che in vece del piacere avrebbe dovuto movere lo spavento, e l' orrore: e sebbene queste passioni dell' animo servano anch' esse a dilettare, quando sono mosse da finta cagione, in tal caso però non potrà dirsi, che sia la cagione al soggetto conveniente. Un tal difetto, che è grande in una fabbrica, riuscirebbe in un certo modo più deforme in pittura: imperocchè nelle cose, che esistono, abbiamo almeno la esperienza, che ci assicura della loro robustezza; ma non potendo l' esperienza valere nel dipinto, sarebbe giustamente ripreso un pittore di avere immaginato, e di avere espresso in tela un oggetto, che secondo il nostro giudicio fosse incapace di sussistere.

18 Chiunque troverà ragionevole doversi la bellezza in architettura ripetere da altri principj, non si contenterà di fare una fabbrica grande, ricca, e sorprendente, ma vorrà farla bella. Sebbene abbiamo dimostrato quali sieno i pregiudicj, che fanno riguardar come bello ciò, che non è, o non è bellezza dell' arte, non perciò si conosce in che consista la vera beltà. Questa ricerca quanto è degna della curiosità dei filosofi, altrettanto è difficile; nè io pretendo di stabilire alcun sistema, ma più tosto esponendo ciò, che io penso, dare ad altri occasione di far nuove riflessioni.

19 Alcune semplici percezioni dell' animo ricreano, e danno piacere senza che si formi alcun giudicio sopra di esse, o alcun rapporto con altre idee. Chi è, a cui non sia grato un suono, e un altro molesto; e non anteponga un colore ad un altro; e non ami la luce,

e ab-e abborrisca le tenebre? A rendere ragione perchè ciò sia, sarebbe d' uopo conoscere pienamente le oscure affezioni, e modificazioni del senso, e come per esso risenta l' animo o molestia, o piacere. E quando anche il filosofo giugnesse ad una perfetta cognizione di cose tanto astruse, non perciò gioverebbe a chi cerca con arte di ottenere il piacere; mentre non potrebbe far sì, che divenisse aggradevole ciò, che dispiace. Deriva sovente il piacere, o il dispiacere da un altro principio, cioè dalla combinazione di diverse idee. Due suoni, ciascuno de' quali fosse capace di movere una sensazione non disaggradevole, uniti insieme ponno divenire molesti. Molte linee, delle quali ciascuna ci presenta un oggetto indifferente, congiunte insieme o in un modo, o in un altro formano diverse figure, che non piacciono tutte egualmente. Ciò essendo, siccome infinite ponno essere le combinazioni delle idee, infiniti ancora saranno gli oggetti di piacere; e quelli, che cercano un arte per ottenerli, pare che ad altro non abbiano a rivolgere lo studio, che a scoprire le combinazioni favorevoli al nostro senso. Succede ancora, che prendiamo diletto nel contemplare un oggetto, perchè il troviamo buono, e ben adatto a quel fine, per cui è stato fatto; e allora il piacere nasce da riflessione, e da raziocinio sopra la perfezione, che conosciamo, la quale propriamente dee chiamarsi bontà, e non bellezza. Il confondere insieme questi termini, e queste idee ha dato occasione a molte vane questioni. Il Palladio, ove tratta degli abusi dell' architettura, condanna il costume introdotto di spezzare nel mezzo i frontispicj delle finestre, e delle porte, perchè essendo essi destinati a riparare la pioggia, si rendono inabili a quell' officio. Il motivo dunque, per cui si disa-

sa-

ſapprovano non è già, perchè ſpezzati eſſi non ſieno belli, potendo non oſtante la forma eſſere vaga, e leggiadra, ma perchè divenuti incapaci di ſervire al loro fine ceſſano d' eſſere buoni. Lo ſteſſo dovrà dirſi di mille altri abuſi, che ſi fanno negli ornamenti d' architettura. Eſſendo la bellezza, e la bontà ſingolar pregio di un edificio, parleremo prima dell' una, e poi dell' altra.

20 Laſciando da parte le idee, che piacciono per ſe ſteſſe io penſo, che la bellezza conſiſta principalmente nell' ordine, quando però ſia tale, che facilmente da noi ſi comprenda. E primieramente conſidero ciò, che ho più volte meco ſteſſo conſiderato, che eſſendo deſcritta una curva con certa regola, e legge coſtante, così che la poſizione di qualunque punto reſti determinata, o ciò ſi faccia per mezzo di una equazione conforme lo ſtile dei matematici, o per mezzo di uno ſtrumento, che obbediſca alla legge propoſta, niuno ſi troverà, che non riconoſca qualche eleganza nella curva, e non ſi compiaccia in vederla deſcritta. Per lo contrario ſe taluno a capriccio, e laſciando operare la mano ſenza regola deſcriverà una curva, ſarà facile, che eſſa rieſca deforme, e ſenza venuſtà. La curva deſcritta a capriccio non ſarà a ſe ſteſſa conforme, come appunto ſuccederebbe qualora ſi uniſſero inſieme archi di diverſe curve come di circolo, di parabola, o d' altro genere, e ſe ne formaſſe una ſola curva, a cui mancherebbe quella legge, che i Filoſofi chiamano di continuità. Mentre l' occhio ſcorreſſe ſulla curva compoſta, come ſi è detto, ſi farebbe qualche violenza alla immaginazione diſtogliendo l' animo ad un tratto da quella diſpoſizione, in cui poſto l' avea l' andare della curva, e da ciò che ſi era propoſto d' incontrare dopo di averne ſcorſo una parte. Sappiamo, che i pittori, che io riguardo

come giudici della bellezza, trovano bella, ed elegante la ſimetria in tutto ciò, che fa la natura. Un fiore, un albero, e qualunque vegetabile come ſi forma egli? Quel meccaniſmo, che regna per tutto, va diſponendo con certe regole qualunque minima particella, di modo che nel compoſto vi ſi trova quella legge di continuità, che abbiamo detto eſſere in una curva. Che ſe l' agricoltore vorrà regolare una pianta a modo ſuo uſando quegli artificj, che l' arte inſegna, per far che eſſa produca frutti migliori, diverrà la pianta più utile, ma non più bella, e perdendo la naturale diſpoſizione delle ſue parti, che dalla continuità non va diſgiunta, ſarà in quello ſtato un oggetto poco aggradevole ad un pittore, e reputato indegno di eſſere imitato in un quadro. In tutto ciò, che ſerve al piacere pare, che pregiudichi quella violenza, che ſoffre la immaginazione, qualora s' interrompe l' ordine, e la continuità. Ponno più degli altri di ciò far fede i maeſtri di muſica, i quali paſſando con artificioſe modulazioni da un tuono ad un altro preparano l' animo a poco a poco, acciò il ſuono non rieſca aſpro e moleſto. Per la ſteſſa ragione non potrà eſſere bello, e chiaro un diſcorſo, ſe le idee, che per eſſo ſi riſvegliano le une dopo le altre, non anno una certa corriſpondenza fra loro, e ſe le precedenti non preparano in qualche modo quelle, che vengono dopo. Ma ritornando agli oggetti viſibili, ſe la legge di continuità rende belli gli oggetti, i profeſſori delle belle arti potranno ſtudiare la bellezza oſſervando diligentemente le produzioni della natura, e aſſuefaccendo gli occhi a quelle forme. Potrebbero forſe ſperare egual profitto dal deſcrivere molte di quelle infinite linee curve, che la matematica addita colle ſue equazioni. Queſta ſcienza

za

za ſebbene ſi moſtri cotanto auſtera ai Filoſofi, ſarà nulladimeno liberale nel ſomminiſtrare nuove forme vaghe, e leggiadre agli amatori della bellezza, e del piacere. L' ordine, di cui ſi parla, non deve ſolamente intenderſi in quelle parti, che ſono aderenti, e fanno un tutto continuato, ma in quelle ancora, che per intervalli ſono ſeparate fra loro. Su queſto principio ſono ſtabilite molte regole d' architettura, come per eſempio, che le parti ſimili di un edificio vadano tutte a terminare alla ſteſſa linea orizzontale; che fra le parti ſimili ſieno eguali gli intervalli, et altre di queſto genere. Mancando quella corriſpondenza, che naſce dall' ordine, oltrechè ſi farebbe qualche violenza alla immaginazione, ſi avrebbe maggiore difficoltà a ben concepire il tutto, e a formarne idea, e noi troviamo piacere nella facilità di concepire le coſe. Convengono tutti eſſere più elegante una figura regolare di una irregolare. Per eſempio un quadrato appariſce più bello di un trapezio. Da che mai può procedere queſta differente bellezza in due figure ſempliciſſime compoſte di ſole linee rette? Pretendono alcuni che ciò provenga dalla facilità, con cui ſi comprendono le proporzioni, che ſi trovano tra i lati, e gli angoli nell' una, e dalla difficoltà, che s' incontra nell' altra; di modo che mi ſarà facile, quando il voglia, immaginarmi un certo quadrato, ma ſe vorrò immaginarmi un dato trapezio, biſognerà, che io richiami alla memoria la lunga ſerie di proporzioni, che vi ſono tra i lati, e tra gli angoli. Un altra ragione potrebbe addurſi per provare, che debba maggiormente piacere un quadrato di un trapezio. Non è già, che io ſtimi di molta importanza il decidere ſulla preferenza di quelle due figure, ma ciò ſervirà per meglio conoſcere l' origine del pia-

 ce-

cere. Un oggetto, che apparisce fatto con determinazione, e consiglio, esige da noi stima maggiore di quella, che esige un oggetto, a formare il quale niuna industria vi vuole, niuno studio, niun consiglio. Pare secondo il nostro pensare, che non possa formarsi un quadrato, senza che vi concorra una particolare industria o della natura, o dell' arte; ma niuna ne apparisce per la formazione di un trapezio, che sembra poter nascere da una fortuita combinazione di quattro linee qualunque sieno. Nel primo trova la mente di che occuparsi nel riconoscere l' ordine, che consiste nella eguaglianza delle linee, e degli angoli; nell' altro, che non è astretto ad alcuna determinata proporzione, non resta luogo ad alcuno esame. Questi motivi faranno sì, che io prenda qualche diletto nel contemplare un quadrato, e che lo riguardi come più bello di un trapezio; dal che si vede qual potere abbia l' ordine sopra le nostre inclinazioni. Per la stessa ragione i Filosofi, che osservano diligentemente le produzioni della natura se trovano un sasso, che abbia una forma comune a qualche corpo organico di qualunque genere sia, o se ravvisano in esso certi delineamenti, che paiano fatti con arte, tosto l' apprezzano, e il credono degno dei loro musei. Chiunque considera i movimenti dei pianeti, e intende la legge delle loro velocità, le curve, che essi descrivono, i rapporti, che anno i tempi delle loro rivoluzioni, e le loro distanze, si sente rapito da un piacere sommo, e riconosce nel sistema una bellezza, che ha del divino; ma se rivolge lo sguardo a contemplare la disposizione, che anno le stelle fisse, in quella sfera, che agli occhi nostri apparisce, per quanto sia prevenuto per la nobiltà dell' oggetto, non chiamerà bella quella disposizione, in cui

non

non comprende alcun ordine, o alcuna ragione di essere tale, e che par fatta dal caso.

21 Oltre a quelle idee, che piacciono per se stesse, o per quell' ordine, che con facilità vi si scorge senza che soffra l' immaginazione alcuna violenza, io non trovo altra bellezza, poichè quando nasce il piacere dal riflettere come l' oggetto adempia le funzioni, alle quali è destinato, allora si contempla la bontà, e non la bellezza dell' oggetto, la quale bontà è di tanta importanza, e commove l' animo con tanto potere, che io l' anteporrei alla stessa bellezza. Giacchè però la bellezza si manifesta come a colpo d' occhio a tutti quelli, che anno qualche senso per essa, e la bontà si manifesta a que' soli, che con matura riflessione ragionano sopra le cose, il desiderio, che anno gli autori di piacere ai più è cagione, che poco si adoprino per ottenere la bontà, e solamente corrano dietro alla bellezza, la quale sembra tanto più facile da conseguire, quanto che molti pregiudicj stanno a suo favore, e fanno riguardar come bello ciò, che non è. Ma della bellezza ho detto ciò, che mi era proposto di dire: restami a parlare della bontà.

22 La bontà, o sia la perfezione riguarda il fine, per cui si fanno le cose, le quali si chiamano buone, e perfette se adempiono compiutamente il loro officio, e servono al fine, per cui sono fatte. Certamente sono buone, e perfette le opere della natura, ma noi non conoscendone il fine, non possiamo nè meno intenderne la perfezione. Per lo contrario le opere, che noi facciamo, e che si chiamano opere fatte dall' arte, di rado saranno buone per la difficoltà, che vi è di conoscere i mezzi atti a conseguire il fine, che noi stessi ci siamo proposto. Una casa, o un palagio per esse-

essere buono deve essere comodo ad abitarsi, e vi si richiede in oltre solidità, e convenienza. Quelli che sono spettatori poco interesse si prendono per il comodo, e pochi sono, che esaminino sottilmente se l'architetto abbia proveduto al bisogno. Reca bensì meraviglia, che l'abbiano per lo più trascurato quelli, che anno fatto costruire gli edificj per loro abitazione, e che la maggior parte dei palagi sembrino fatti unicamente per celebrarvi pubbliche feste, e per servire a un gran concorso di popolo. Le nazioni colte d'oltremonti sono state più diligenti in ciò, e noi potremmo apprendere da esse il modo di abitare agiatamente. Gli Italiani sono forse troppo trasportati per le cose grandi; il perchè ciascun privato crede convenire alla sua domestica abitazione, non senza pregiudicio del comodo, quella magnificenza, che converrebbe unicamente ai pubblici edificj. E' ripreso da Cicerone un tal costume nel libro primo *de officiis*. La casa, dice egli, deve essere d'ornamento al merito, e al grado, ma non si deve ripetere tutto il merito, e lo splendore dalla casa.... Un ampia casa torna in disonore al padrone, se rimane solitaria. Molte riflessioni potrebbero farsi su questo proposito; ma io non voglio trattenermi in un esame, che potrebbe riuscire troppo minuto, e troppo alieno dal mio assunto.

Per ciò, che appartiene alla solidità, chi non vede quanto importi, che l'edificio sia costrutto in modo da non temersi il massimo pregiudicio, cioè quello di rovinare? Nè basta che l'edificio sia tale, ma bisogna ancora, che apparisca per soddisfare chi lo vede; e in ciò parmi, che ciascuno sia giudice così severo, che se conosce, che manchi robustezza, o ve ne sia maggiore del bisogno, accusa l'architetto d'errore, essendo do contrario alla perfezione non ſolo il difetto, ma ancora l' eceſſo. Sarebbe difficile, ſe non impoſſibile, al più eccellente meccanico l' aſſegnare in che conſiſta queſto eceſſo, e queſto difetto, eſſendo il problema inviluppato per tante circoſtanze, che non poſſono determinarſi. Dico bene, che ſe il problema di trovare la ſolidità, o robuſtezza, così che nè eceſſo, nè difetto vi foſſe, poteſſe aſſoggettarſi a quei calcoli, che i matematici adoprono, oltre la bontà, o la perfezione ſi otterrebbe ancor la bellezza; imperocchè dipendendo queſta dalla corriſpondenza delle parti, la quale trovaſi ovunque regna quella legge di continuità, che abbiamo detta, è forza, che la bontà ſtabilita con tal preciſione ſi tragga dietro ancor la bellezza. Parmi che a queſto modo la intendeſſe Cicerone ove dice nel terzo libro *de Oratore*, che quelle coſe, che contengono in ſe ſteſſe grandiſſima utilità, anno ancora altrettanto di dignità, e di bellezza. Laſciando da parte le opere della natura, e conſiderando quelle, che ſono fabbricate dall' arte, qual coſa, dice egli, è più neceſſaria ad una nave, che i lati, la carena, la prora, la poppa, le antenne, le vele, gli alberi, le quali coſe anno tale venuſtà, che non ſembrano inventate ſolamente per ſervire all' uſo, ma ancora al piacere. In fatti qualora ſia la nave ben coſtrutta al fine, per cui è fatta, di modo che niuna parte o ecceda, o manchi al biſogno, tale corriſpondenza vi ſarà tra le parti, e tal proporzione, qual ſi richiede, acciocchè regni per tutto la bellezza. Aggiunge in oltre, che la neceſſità di ſcolare le acque, che piovono, ha fatto al tempio di Giove Capitolino una cima, o frontiſpicio, avendogli con ciò recato e dignità, e bellezza: che ſe foſſe il tempio traſportato in cielo,

ove

ove bisogno non vi sarebbe di difenderlo dalla pioggia, senza la cima perderebbe la sua dignità: con che insegna quel grande oratore a distinguere la bontà, e la bellezza nelle cose, e mostra di apprezzare contro il rigido parere di molti una bellezza senza utilità.

23 Essendo impossibile di definire in termini precisi la conveniente robustezza di un edificio, dovremo contentarci di ciò, che ne insegna la esperienza, non trascurando certe regole generali, che mostra la ragione. Qual cosa può esservi più conforme alla ragione di questa, che per conto della solidità debba essere il pieno sopra il pieno, e il vuoto sopra il vuoto; che la maggior robustezza sia nei fianchi, dovendo essi tenere insieme unite le altre parti; che ove sieno diversi ordini d' architettura il più massiccio, e pesante stia di sotto, e di sopra il più gentile, e leggiero; che niente resti abbandonato, e senza sostegno, oppure che niun sostegno vi sia senza bisogno. Da questa regola si rende manifesta la ragione, per cui anno biasimato i buoni architetti l' inalzare archi sopra colonne; imperocchè terminando il piede, o imposta dell' arco in un quadrato, ed essendo la colonna rotonda, o il quadrato spunta fuori cogli angoli dalla circonferenza del circolo, che è sezione della colonna, e allora rimane senza sostegno una porzione dell' arco, o il quadrato resta inscritto nel circolo, e allora quattro sezioni del fuso della colonna rimangono inutili non avendo, che sostenere, con che si manca alla perfezione in eccesso, ove nell' altro supposto si mancherebbe in difetto. Queste et altre regole si deducono dal medesimo principio, le quali sono le più importanti da osservarsi come quelle, che riguardano la debita solidità tanto necessaria ad un edificio.

24 Non è da disprezzarsi la convenienza. Per convenienza io intendo, che l' edificio mostri d' essere quello, che è, o si pretende, che sia. L' architettura è nata dalla imitazione delle antiche, e rozze capanne prime abitazioni degli uomini. Chiunque vorrà indagare la ragione, per cui da principio si sieno indotti gli architetti ad usare gli ornamenti, che si pratichino, facilmente riconoscerà questa imitazione. Veggasi ciò, che ne anno scritto gli autori. Ci diranno essi, che le colonne altro non sono, che quei tronchi d' alberi piantati sul suolo per sostenere un coperto; che l' architrave fa le veci di un legno disteso orizzontalmente sopra i predetti tronchi; che il fregio corrisponde a quella mostra, che farebbero le punte dei travicelli, che formano la soffitta; che la cornice spunta fuori a guisa di un tetto per difendere l' abitazione dalla pioggia; e che la pendenza del tetto ha insegnato a costruire il frontispicio. In quanto poi alle parti più piccole io ben volentieri convengo nel sentimento di Leonbattista Alberti, *che l' architetto abbia preso dal pittor solo le cimase, i capitelli, le basi, e tutte le altre così fatte lodi degli edificj*. Chi usa degli ornamenti pregiudicando all' officio, che debbono prestare per ben servire alla imitazione, contravviene alla convenienza, e merita disapprovazione. Per esempio alcuni architetti non anno avuta difficoltà di far sì, che una finestra interrompa un architrave; che se l' architrave fosse ciò, che mostra di essere, non potrebbe più sostenersi, e però chi contravviene a questo modo alla imitazione, sconvolge il sistema delle nostre idee, e se non altro offende l' apparente solidità, e questo basta, perchè debba a ciascuno essere molesta una tale apparenza. Chi si avvezza a ragionare su

tali principi, fa ancora l'abito di disapprovare questi difetti senza molta riflessione, e tosto sente quel dispiacere, che provasi a vedere una cosa non buona. Per questa convenienza, di cui si parla non ponno tutti gli ornamenti convenire egualmente a qualunque edificio, il quale dovendo al di fuori mostrare per quanto può ciò, che è, conforme al sentimento dei più valenti architetti, nell' esterno dovranno essere differentemente costrutti un tempio, un palagio, una dogana. Ponno ad un palagio convenire diversi ordini di architettura uno sopra l' altro corrispondenti ai diversi piani della interna abitazione, ma non si confanno ad un tempio, che nell' interno non resta diviso. Una dogana esige maggior robustezza quale non converrebbe nè a un palagio, nè a un tempio. Insomma bisogna procurare, che una fabbrica riesca o gentile, o nobile, o robusta, o magnifica secondo l' uso, a cui è destinata. I Greci ridussero gli ordini a tre sole specie. Una di queste apparisce robusta, che fu detta dorica; una nobile, che dissero ionica; ed una gentile, che è la corintia; e di queste non se ne servivano indistintamente, ma quella sceglievano, che alle circostanze meglio si convenisse. Si persuaderà taluno, che per rendere magnifico un edificio giovino i molti ornamenti, e l' accoppiare insieme quanti ordini più si può d' architettura, e pure gli ornamenti, se sono alquanto minuti, pregiudicano alla magnificenza, la quale io penso, che consista in ciò, che sieno grandi le parti, che compongono il tutto, siccome la bellezza dipende dalla loro proporzione. Sia pur grande quanto si vuole una fabbrica; per troppo dividerla riusciranno piccole le sue parti, e mentre l' occhio si ferma a contemplare ciascuna di esse, resterà l' animo co-occupato da idee corrispondenti a' piccoli oggetti; ma per lo contrario essendo le parti in minor numero, e per conseguenza di maggiore estensione, ovunque si fermerà l' occhio troverà, che tutto parla a favore della grandezza, e della magnificenza.

25 Trattandosi della bontà non sembra difficile lo stabilire certi principj, che servano di fondamento a ben operare; nel che però conviene usare moderazione, perchè a forza di sottigliezze si arriva a disapprovare ogni cosa. Un moderno Francese condanna nelle fabbriche gli archi, e i pilastri, e altro non ammette, che architravi, e colonne; mentre un Italiano dichiarandosi a favore di quelli vorrebbe questi sbanditi affatto dalla architettura. L' uno, e l' altro s' interessa per la solidità della fabbrica, ma il raziocinio porta ciascuno a conseguenze affatto diverse. Io non voglio ora esaminare le ragioni dell' uno, e dell' altro; dirò solamente, che queste nuove opinioni, che tendono a distruggere l' antica, e per tanto tempo approvata architettura, nascono da quel principio, che tutto debba riferirsi all' uso, e che s' abbia a disprezzare una bellezza, che non porti seco qualche utilità; la quale bellezza, se move l' animo al piacere, e serve a dilettare, non so perchè s' abbia a riguardar come inutile. Con questo modo di pensare ci riconducono a poco a poco alla primiera semplicità, che tanto commendano, e vogliono far credere, che in essa consista ogni beltà. Ma che intendono mai quelli, che dicono non potere essere perfetta la bellezza, se non sia semplice? Imperocchè se più semplice dovrà dirsi quell' oggetto, che meno è ornato, colà dove non fosse alcuno ornamento, ivi trovandosi la massima simplicità, vi sarebbe ancora una perfetta bellezza; e per

questo conto un muro schietto, e privo di qualunque ornamento dovrebbe parer più bello di qualunque studiata architettura. Che se la semplicità riguarda più tosto quella corrispondenza fra le parti, per cui riesce a noi facile il comprendere l' ordine, e il formare idea del tutto, allora la semplicità non dipenderà dal minor numero degli ornamenti; anzi se molti potessero accoppiarsi insieme senza recar confusione, si aggiungerebbe alla semplicità un maggior grado di bellezza. Conviene bensì avere riguardo, che gli ornamenti non si oppongano alla bontà; perchè sebbene mancando questa non cessi d' essere bello l' oggetto, cesserà però d' esser buono; e noi sopra tutto dobbiamo cercare la bontà nelle cose. A' nostri giorni sono usciti dalle stampe libri in gran copia, che trattano d' architettura, e pure l' architettura è molto decaduta da quella eccellenza, in cui era ne' passati secoli. Che dovrà dunque dirsi? Che il ragionare pregiudichi all' arte? Io non voglio far questo torto alla ragione, e crederò più tosto, che ciò provenga da altra causa. La maggior parte de' libri, che ora escono al pubblico, non sono scritti da' professori, ma da quelli, che chiamansi dilettanti, lo studio de' quali non oltrepassa le astratte speculazioni della teorica; ma ne' passati secoli erano eglino stessi gli architetti e scrittori, e filosofi. Manca agli uni la pratica, e quelle cognizioni, che per essa si acquistano; e dall' altra parte molti de' professori moderni non sono troppo avvezzi a ragionare, persuasi che le astratte speculazioni sieno non solo superflue, ma nocive alla pratica. I primi più ingegnosi a promovere dubbj, che a risolverli, non oserebbero intraprendere cosa alcuna per le molte difficoltà, che incontrano per tutto; e i secondi, che omai ricusano di assoggettarsi

tarſi a qualunque legge, credono troppo facile qualunque intrapreſa. Fino a che ſaranno diviſe queſte facoltà, non vedremo riſorgere le belle arti, che ſono ſtate il decoro dell' Italia, come un tempo lo furono della Grecia.

INDICE
DELLE SEZIONI

E delle cose principali, che in esse si contengono.

SEZIONE V. Della Prospettiva delle ombre.

SEZIONE VI. Della Prospettiva delle linee curve.

SE-

SEZIONE VII. Della Proſpettiva de' corpi regolari.

SEZIONE VIII. Della Proſpettiva delle ſoffitte, e delle ſcene.

LA proſpettiva delle ſoffitte, e delle ſcene non è in ſoſtanza differente da quella, di cui ſi è parlato nelle precedenti ſezioni; bensì conviene aver riguardo ad alcune particolari circoſtanze, che neceſſaria-

SEZIONE IX. Metodo per descrivere in prospettiva qualunque oggetto senza valersi della pianta geometrica.

Si

RAGIONAMENTO sopra diverse questioni appartenenti alla Prospettiva.

Si

	Errori	Correzioni
Pag. 3	*lin.* 13 fulla parte	fulla parete
4	*lin.* 30 piano	pianta
6	*lin.* 23 dalla parete	della parete
20	*lin.* 1 che ftà	che ftia
105	*lin.* 23 fopra la linea	di fopra la linea
120	*lin.* 14 oggetti	aggetti

Si avverte che per errore mancano i numeri ad alcuni paragrafi del Ragionamento che fegue immediatamente dopo le Sezioni.

Vidit D. Paullus Jofephus Scatti Clericus Regularis S. Pauli, & in Ecclefia Metropolitana Bononiæ Pœnitentiarius pro Eminentiffimo, & Reverendiffimo Domino D. Vincentio Cardinali Malvetio Archiepifcopo Bononiæ, & S. R. I. Principe.

Die 15. *Februarii* 1766.

IMPRIMATUR.

Fr. Jofephus Maria Pettoni Vicarius Generalis Sancti Officii Bononiæ.

Fig. 2.

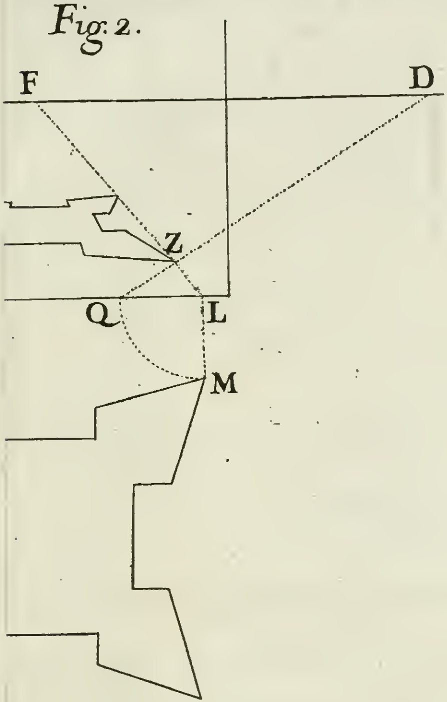
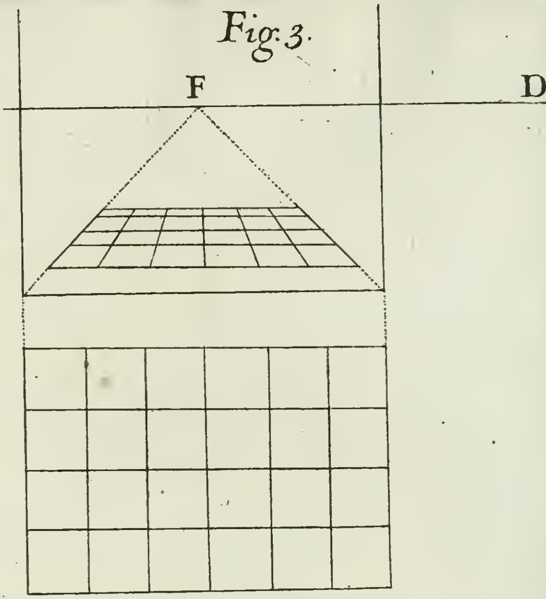


Fig. 3.



ig. 5.

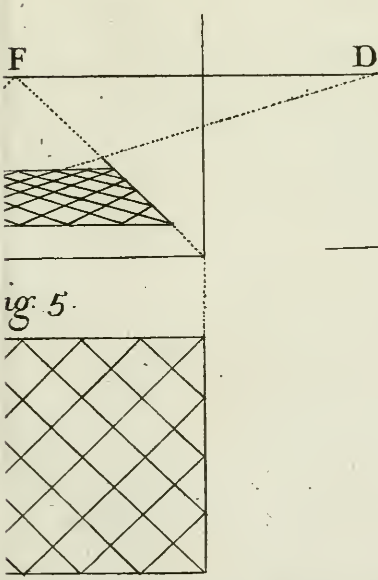
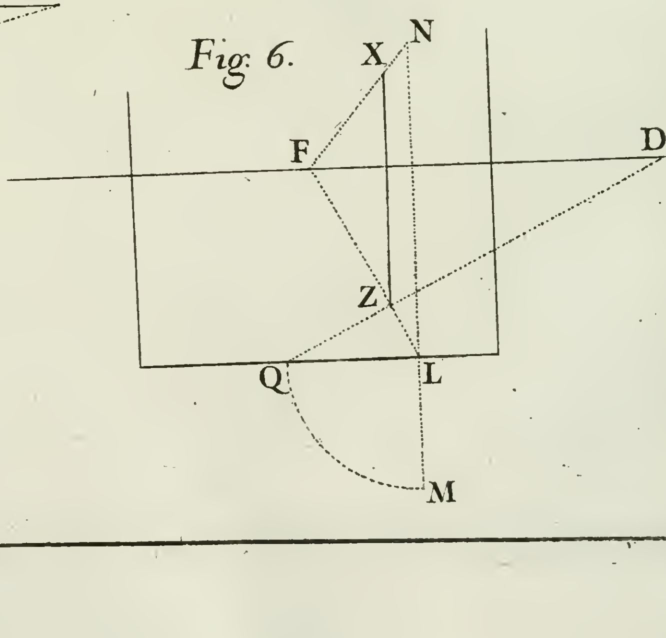


Fig. 6.



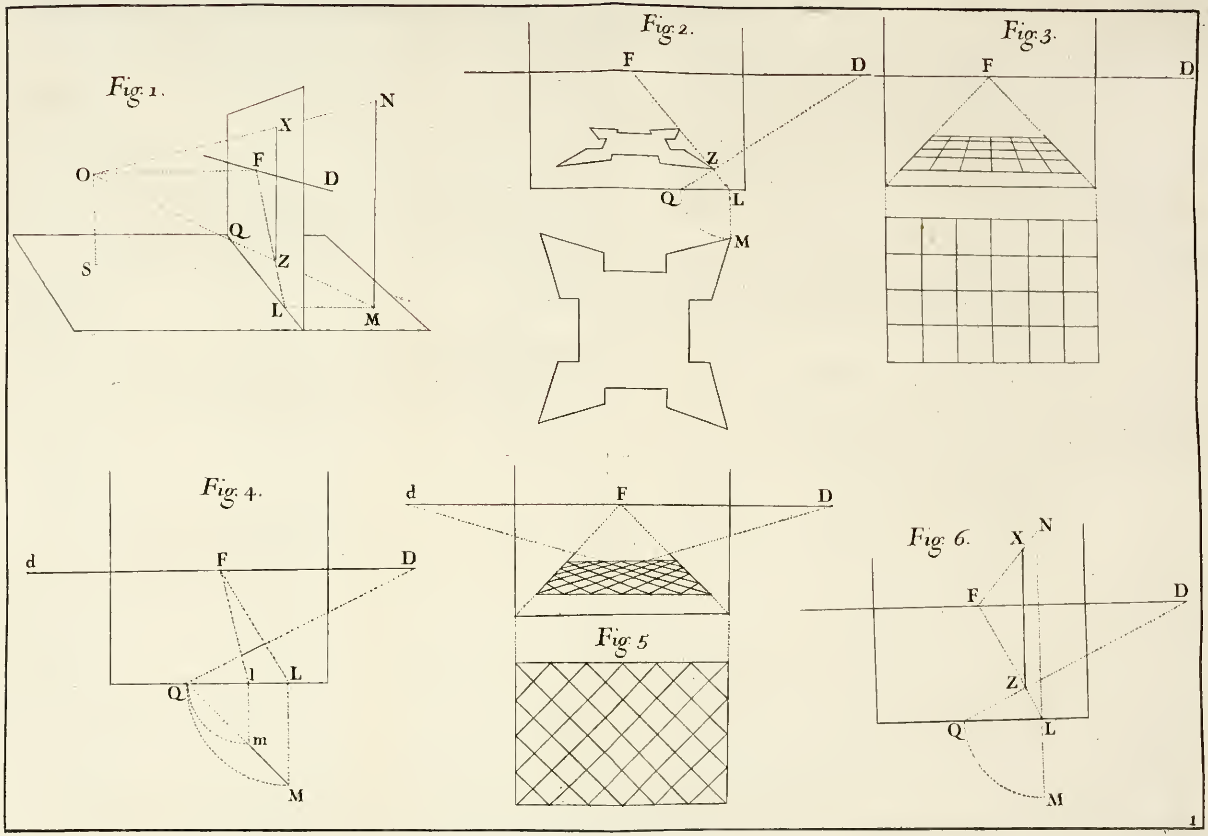
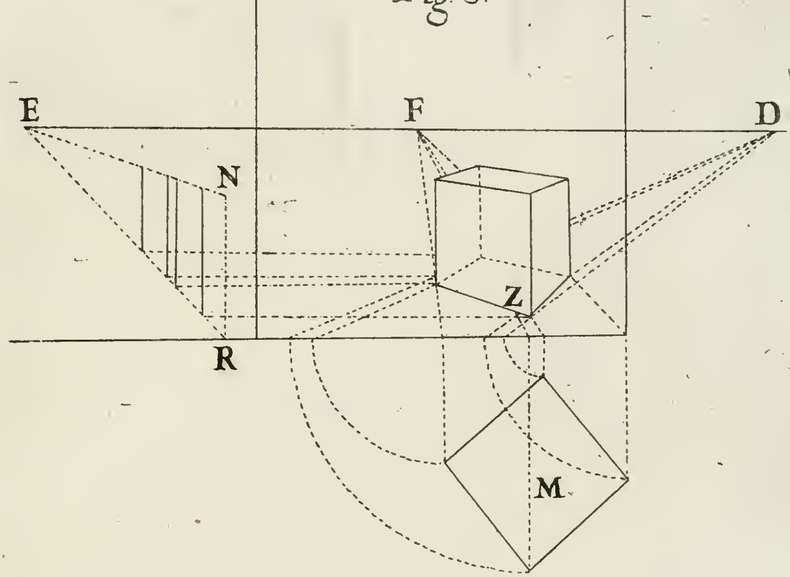


Fig. 1.
O
S
X
N
F
D
Q
Z
L
M
Fig. 2.
F
D
Z
Q
L
M
Fig. 3.
F
D
Fig. 4.
d
F
D
Q
l
L
m
M
Fig. 5
d
F
D
Fig. 6.
X
N
F
D
Z
Q
L
M

Fig. 8.



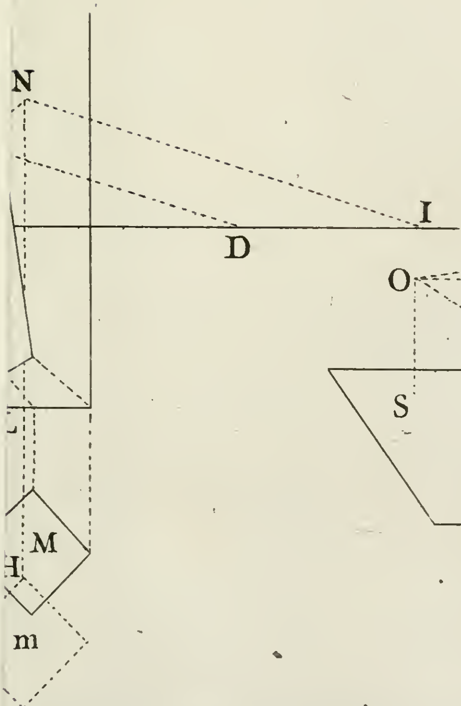
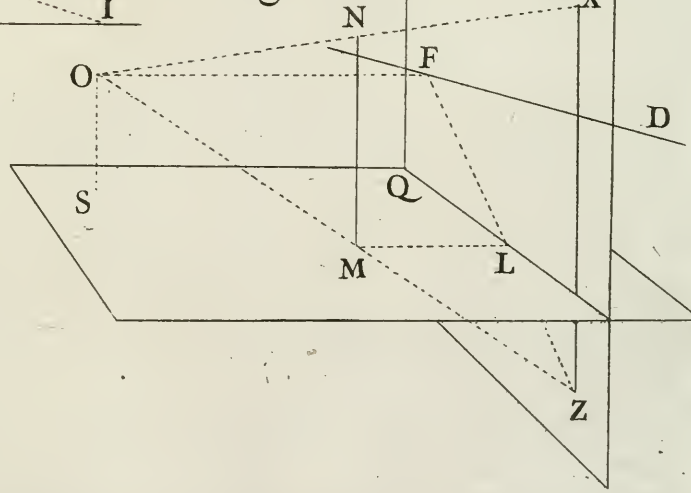


Fig. 11.



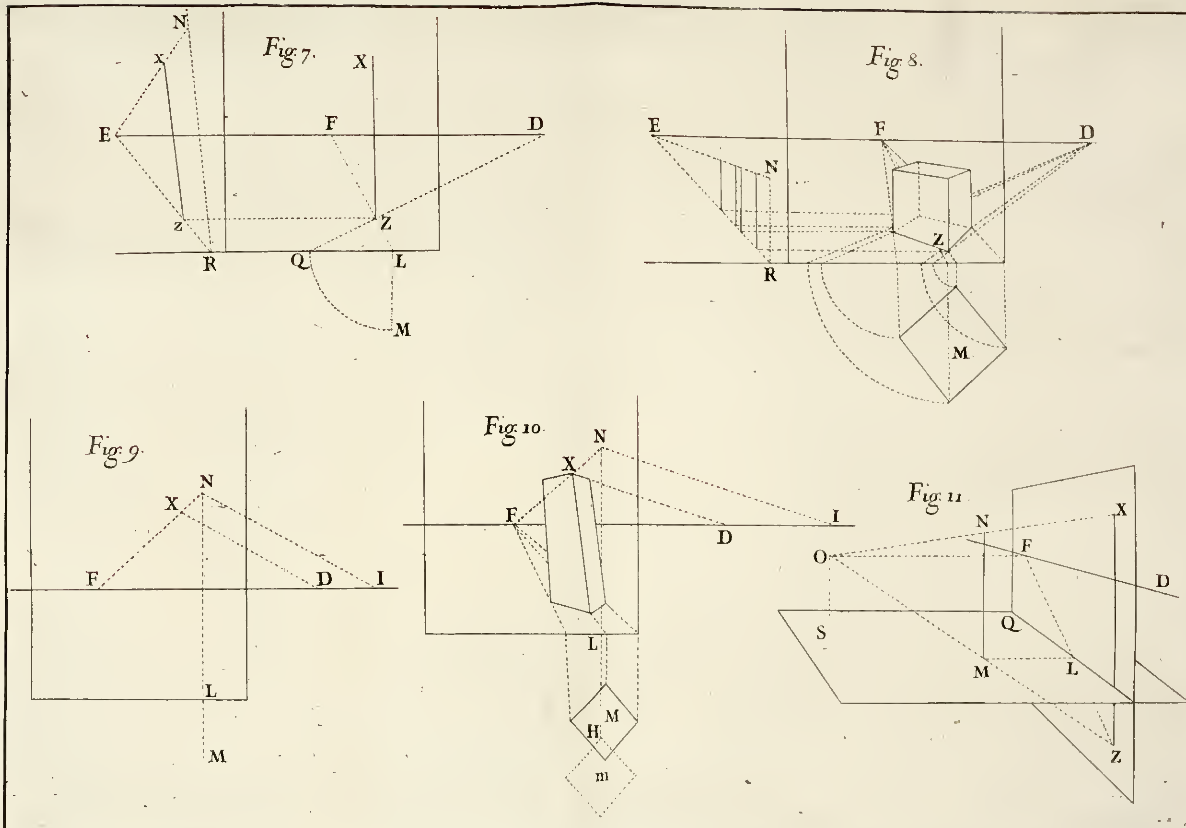


Fig. 7.
N
x
X
E
F
D
z
Z
R
Q
L
M
Fig. 8.
E
F
D
N
Z
R
M
Fig. 9.
N
X
F
D
I
L
M
Fig. 10.
N
X
F
I
D
L
M
H
m
Fig. 11
N
X
F
O
D
S
Q
M
L
Z
2

13.

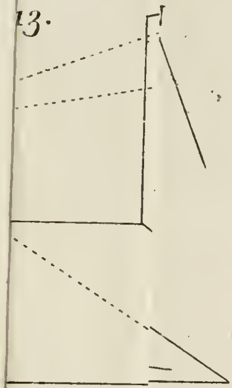
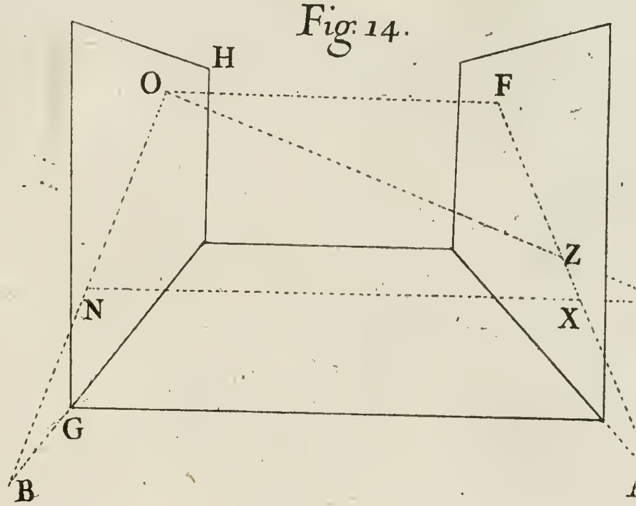


Fig. 14.



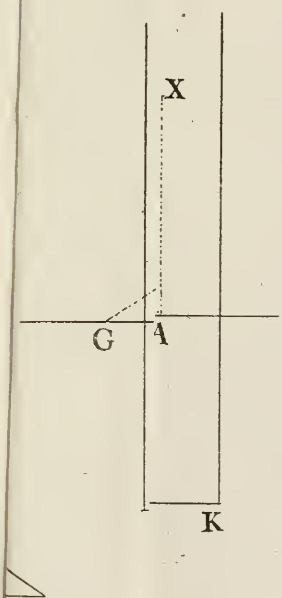


Fig. 17.

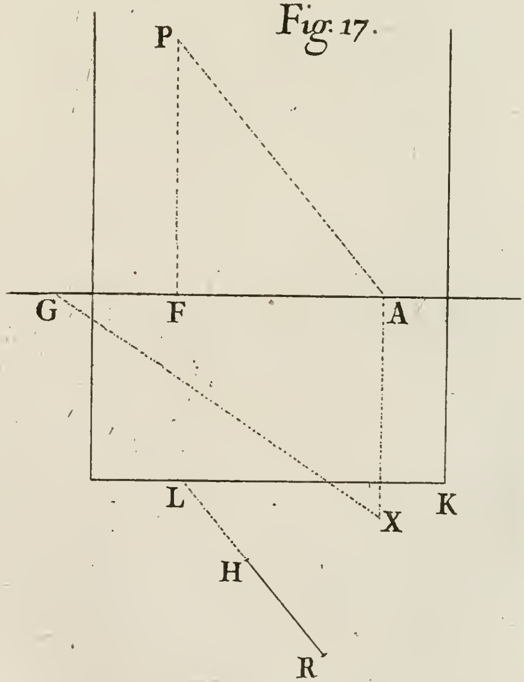


Fig. 12.

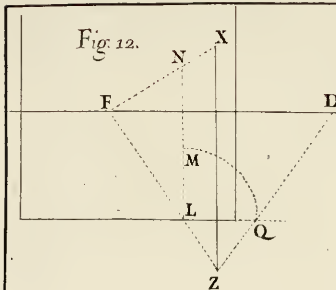


Fig. 13.

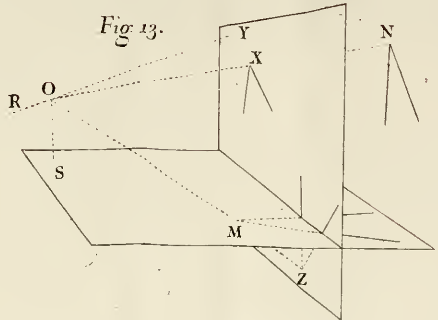


Fig. 14.

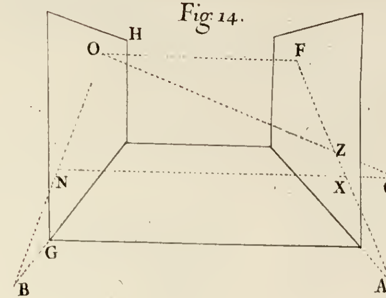


Fig. 15.

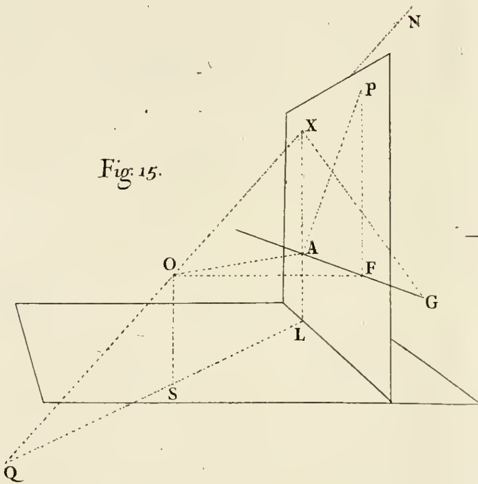


Fig. 16.

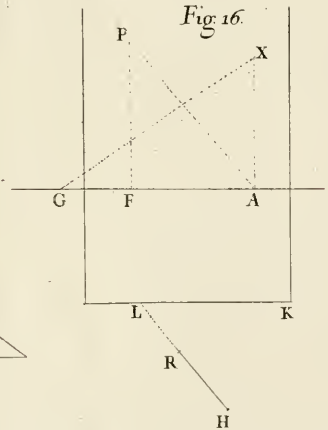
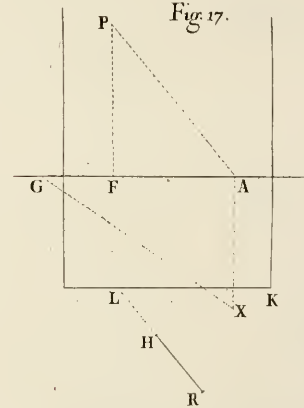


Fig. 17.



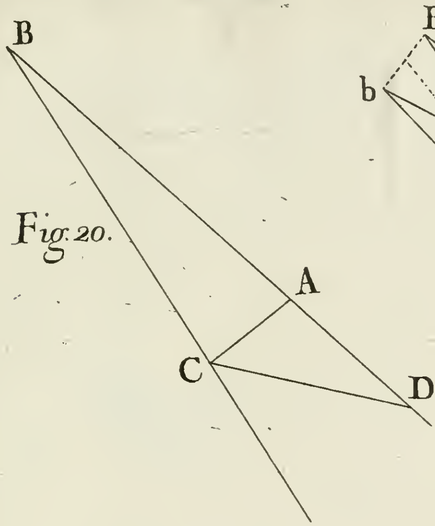


Fig. 20.

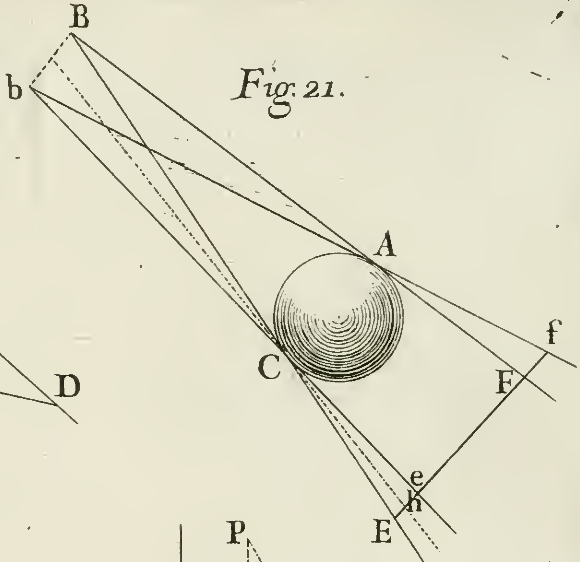
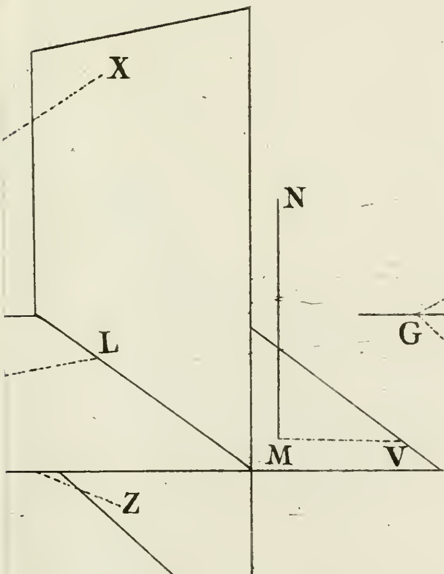


Fig. 21.



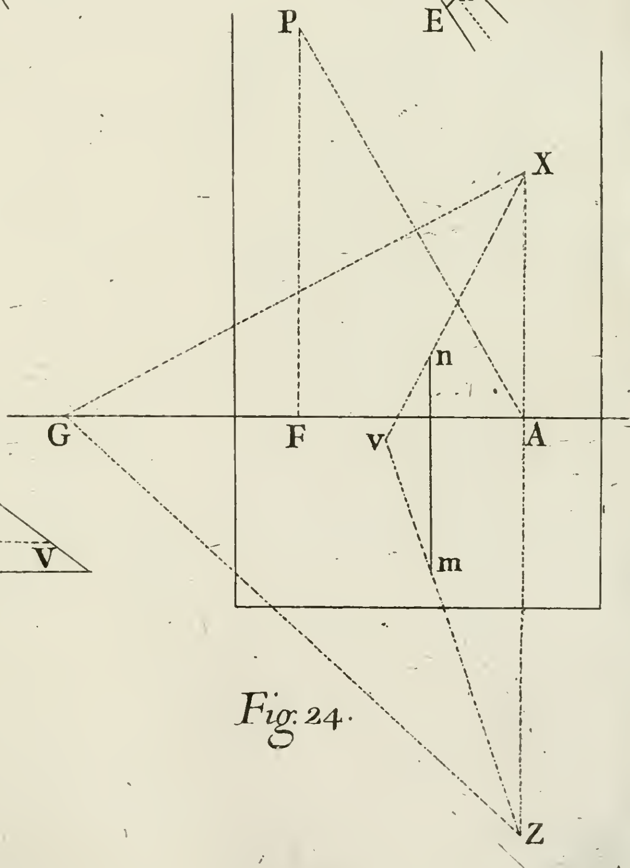


Fig. 24.

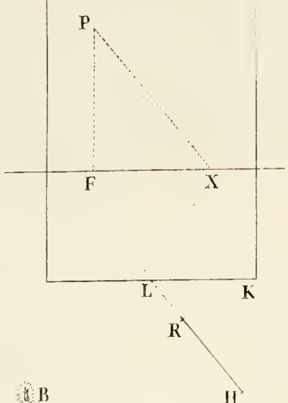


Fig. 18.

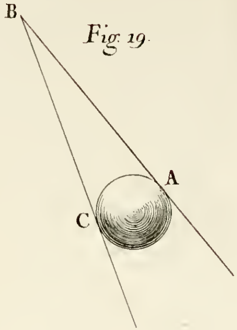


Fig. 19.

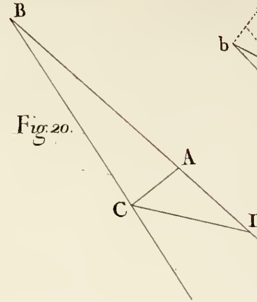


Fig. 20.

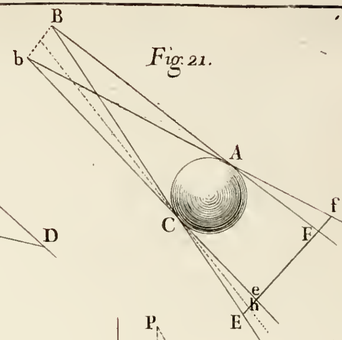


Fig. 21.

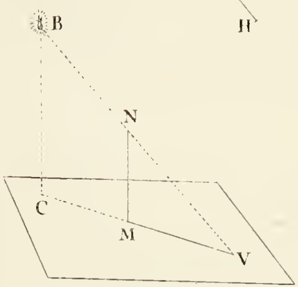


Fig. 22.

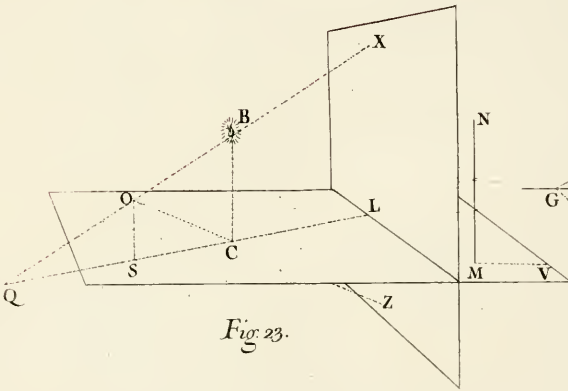


Fig. 23.

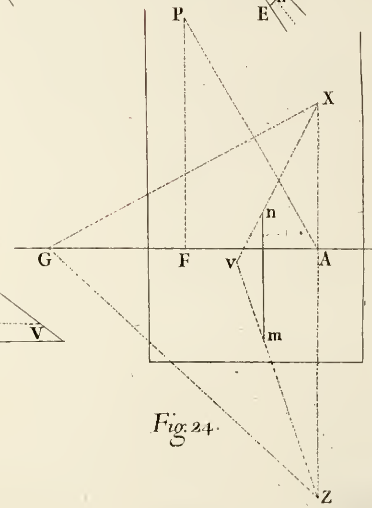


Fig. 24.

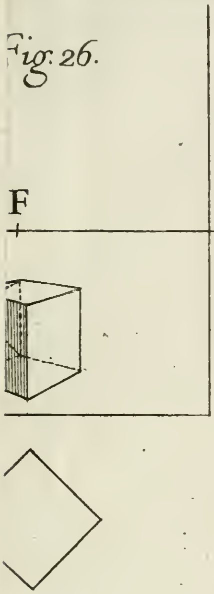


Fig. 26.

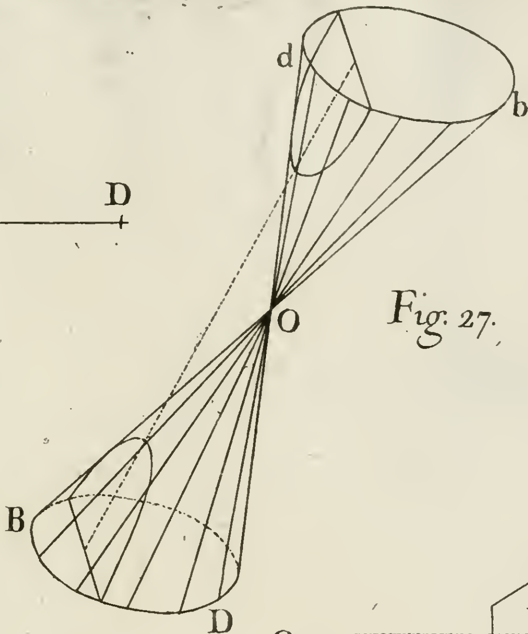


Fig. 27.

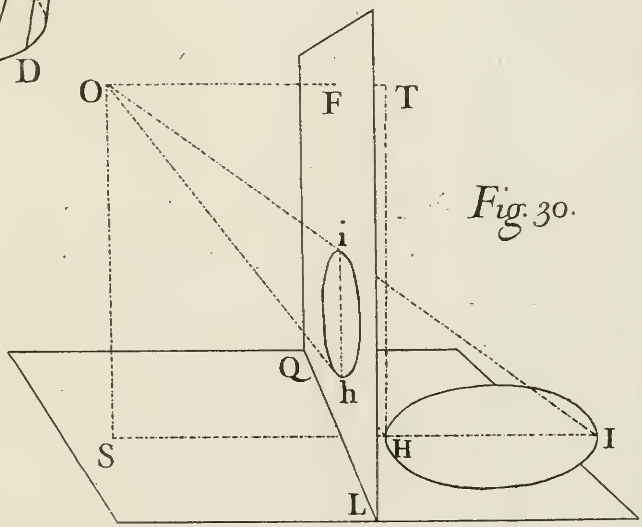


Fig. 30.

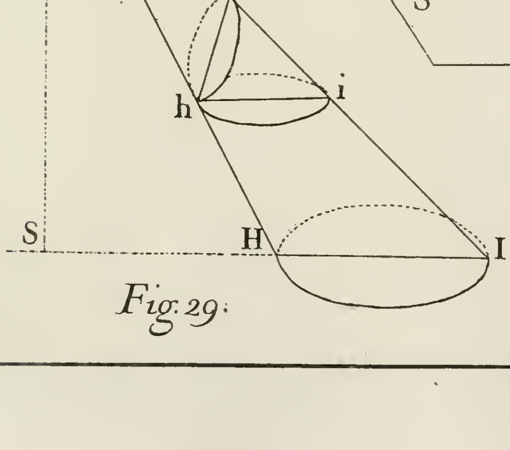


Fig. 29.

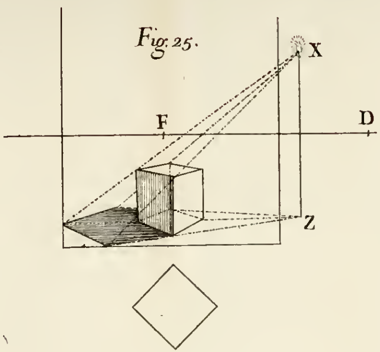


Fig. 25.

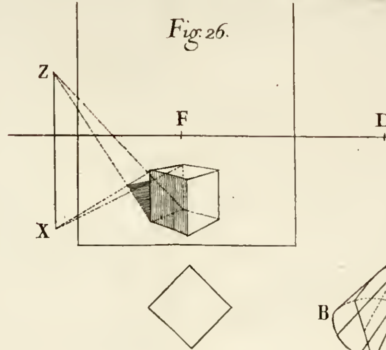


Fig. 26.

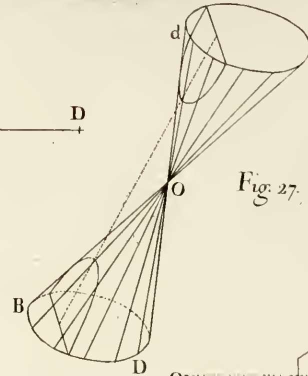


Fig. 27.

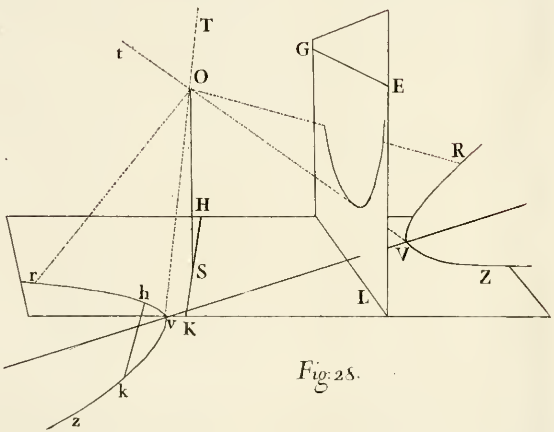


Fig. 28.

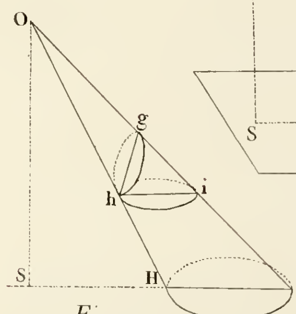


Fig. 29.

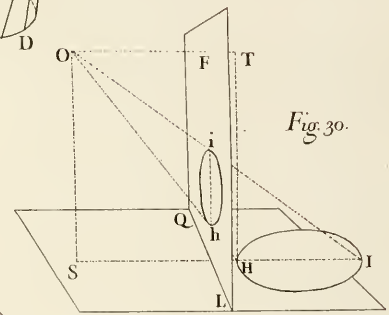


Fig. 30.

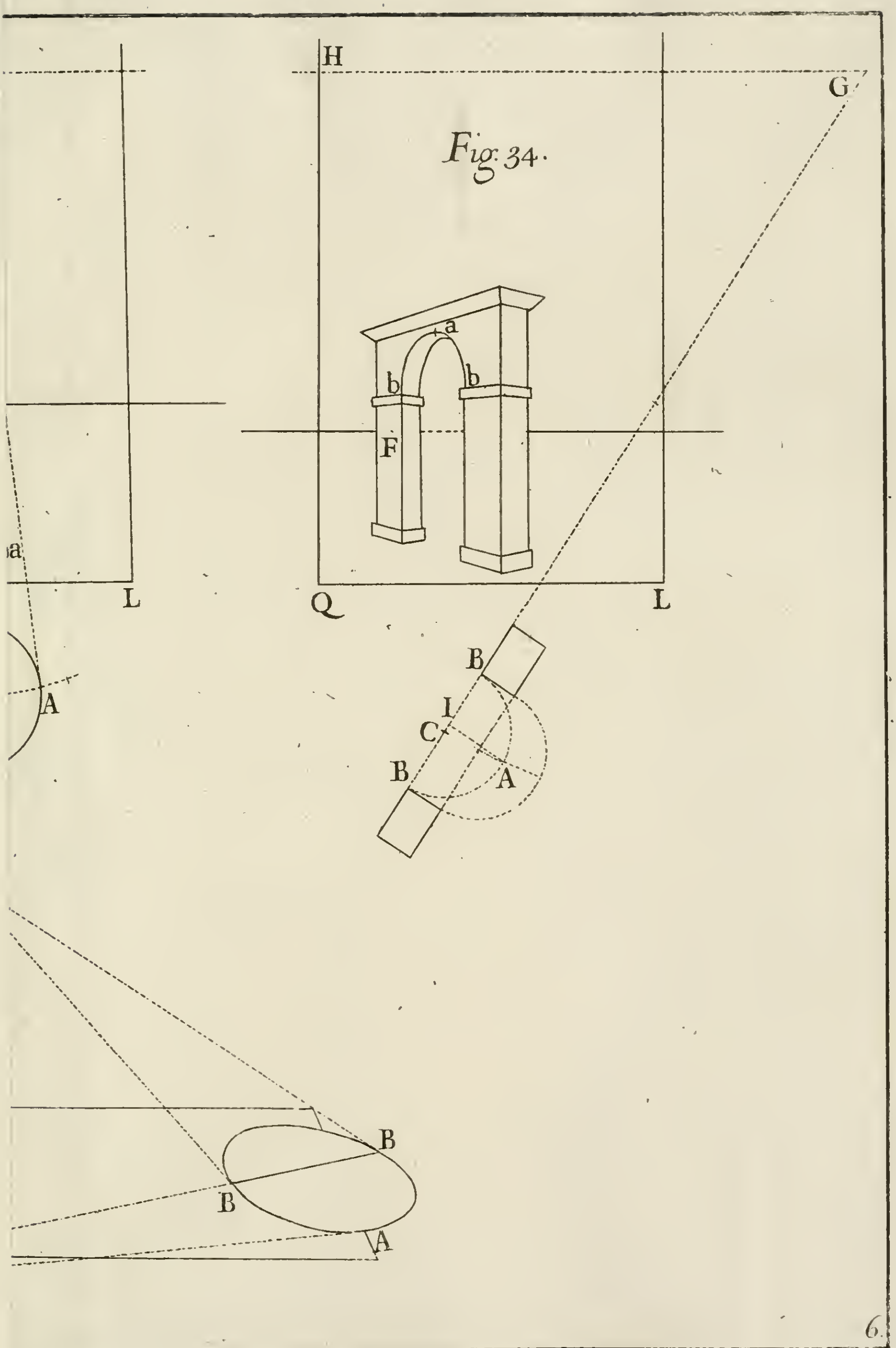


Fig. 34.

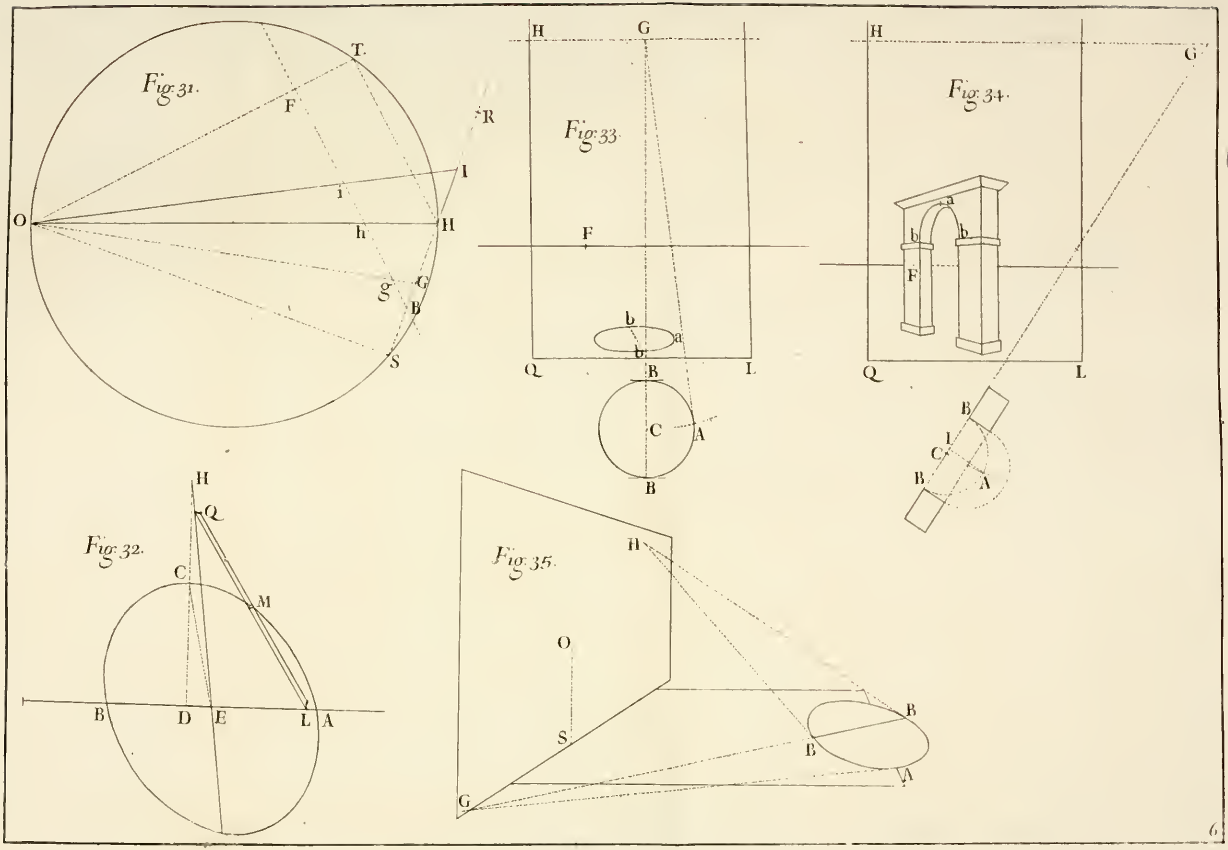
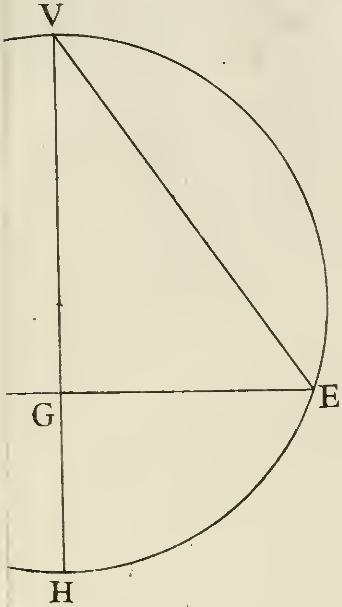
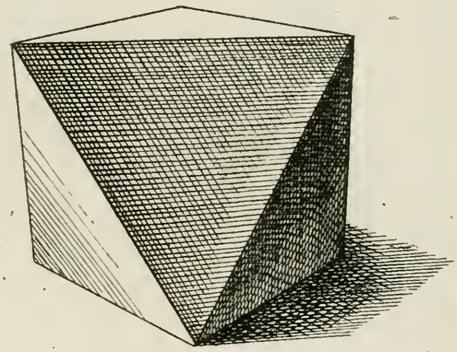


Fig. 31.
T.
F
R
I
i
O
h
H
G
g
B
S
Fig. 33.
H
G
F
b
a
b
Q
B
L
C
A
B
Fig. 34.
H
G
a
b
b
F
Q
L
B
I
C
A
B
Fig. 32.
H
Q
C
M
B
D
E
L
A
Fig. 35.
H
O
S
B
B
A
G
6





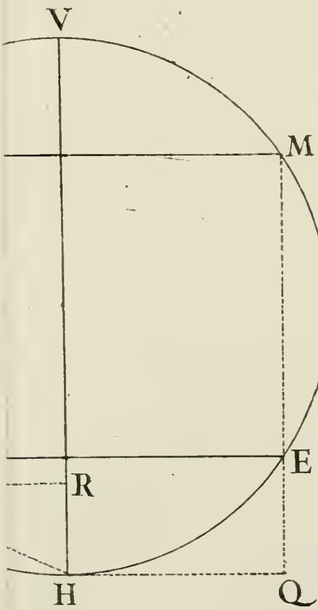
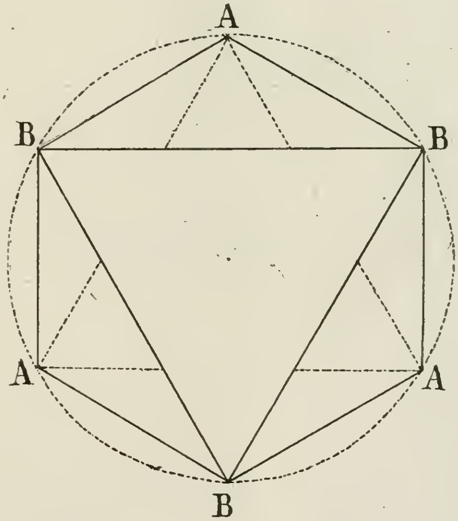


Fig. 38.



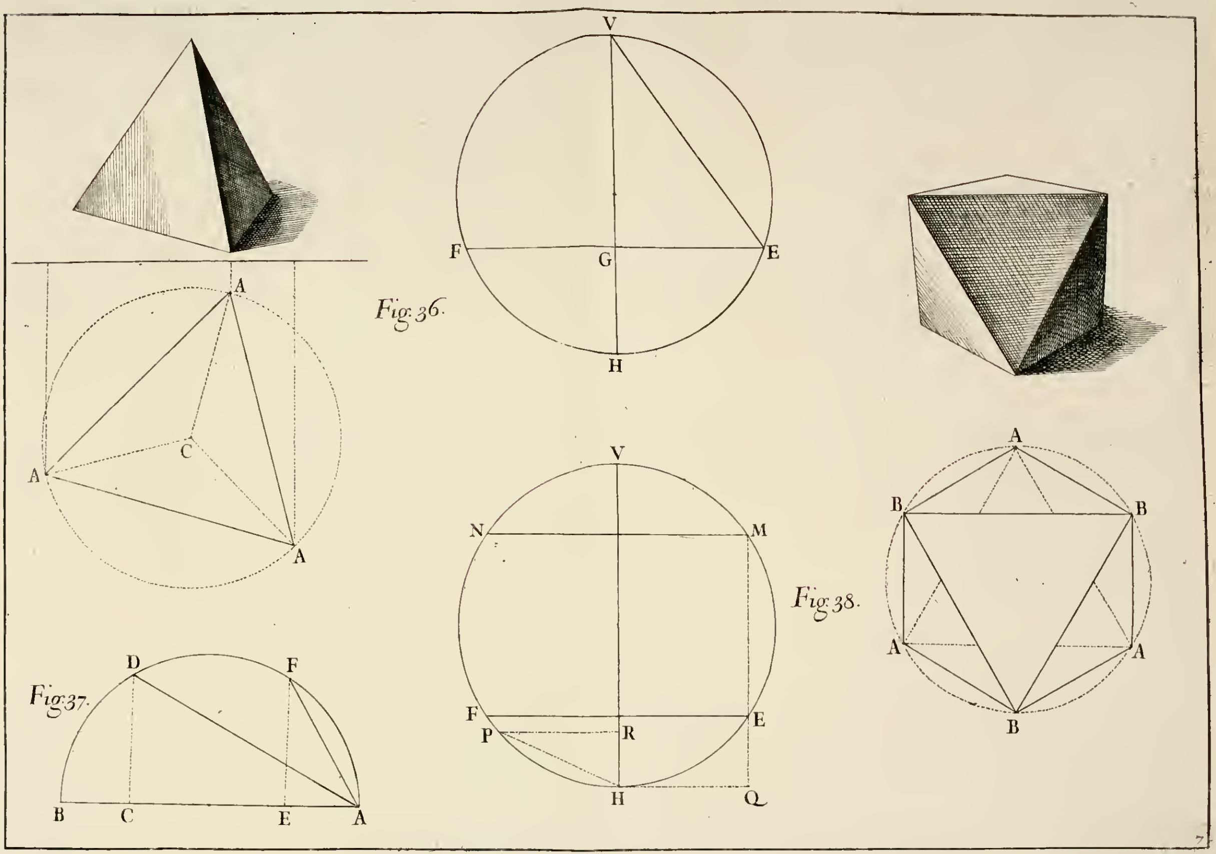


Fig. 36.

Fig. 37.

Fig. 38.

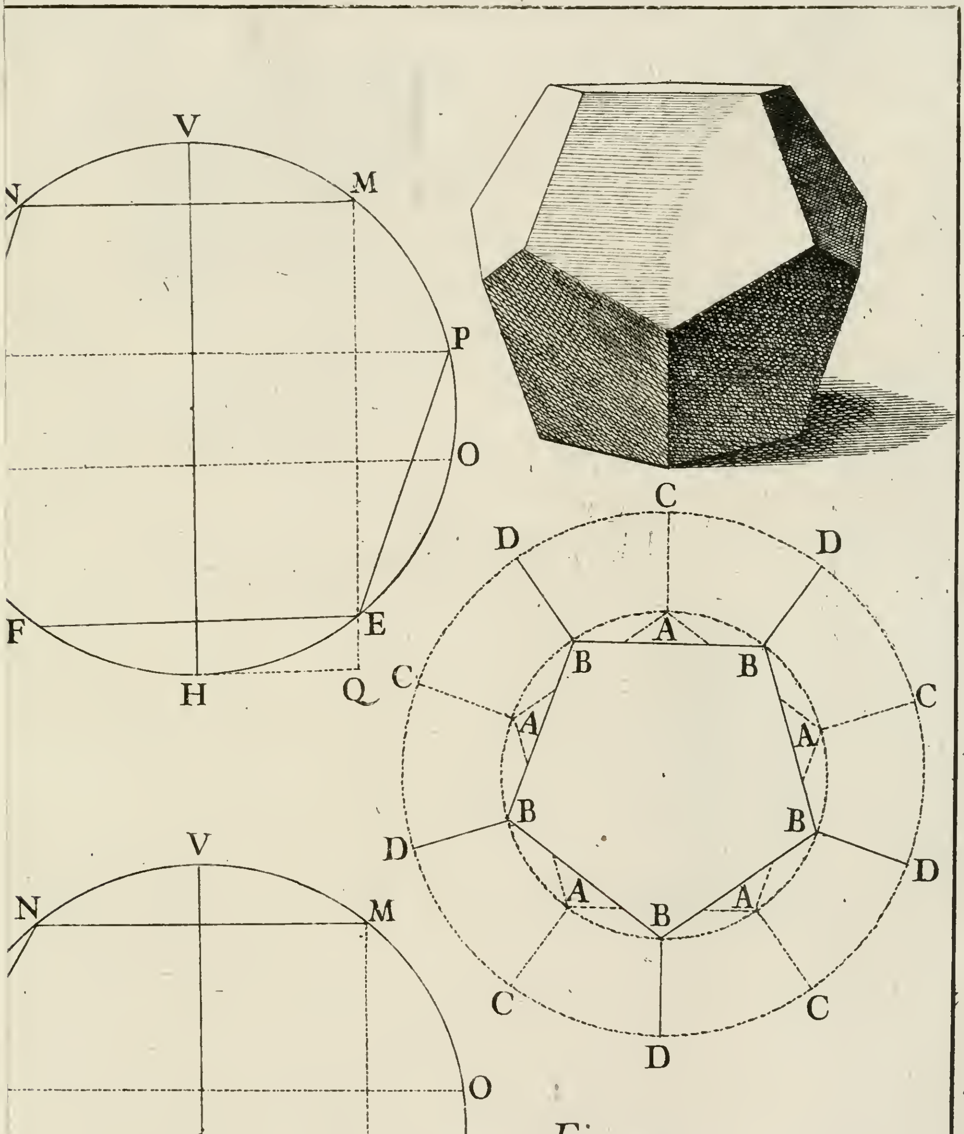


Fig: 42.

8.

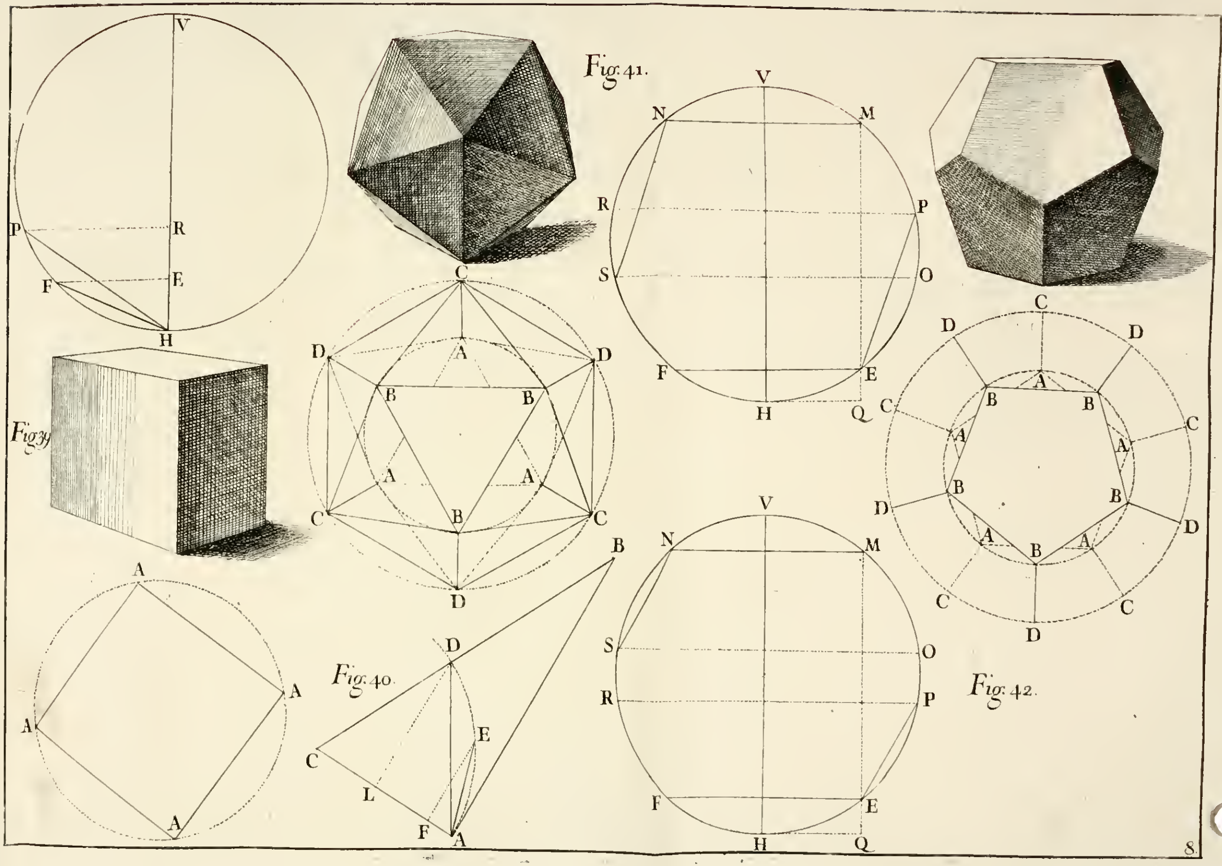
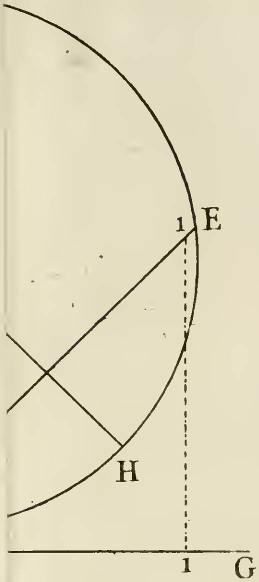


Fig. 39.
Fig. 40.
Fig. 41.
Fig. 42.
8.



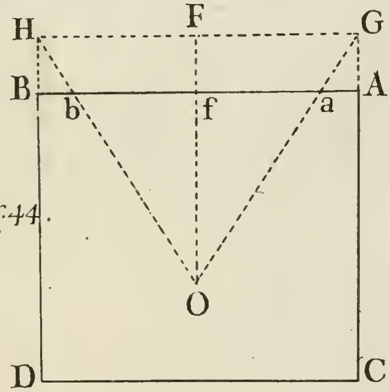


Fig. 44.

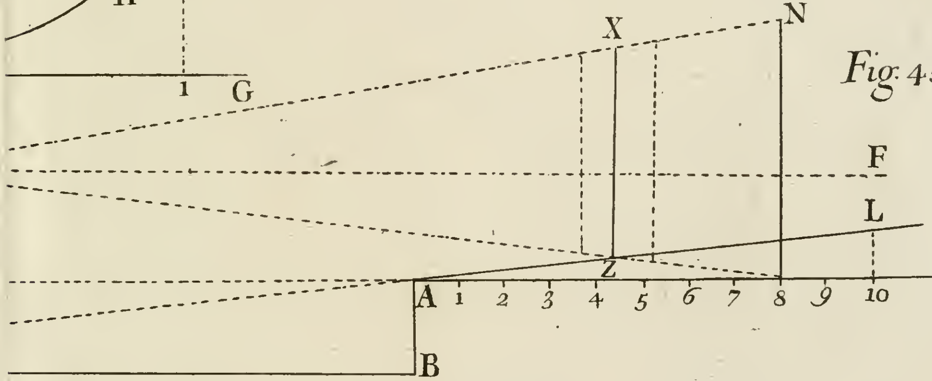


Fig. 45.

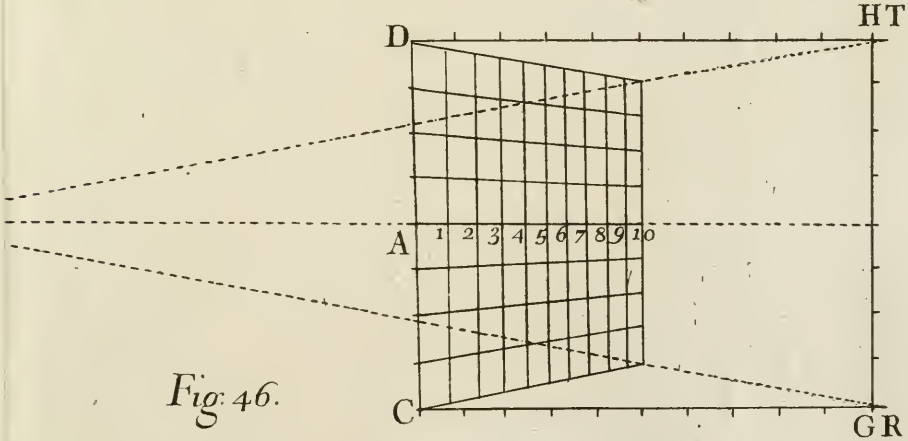
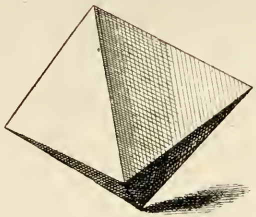
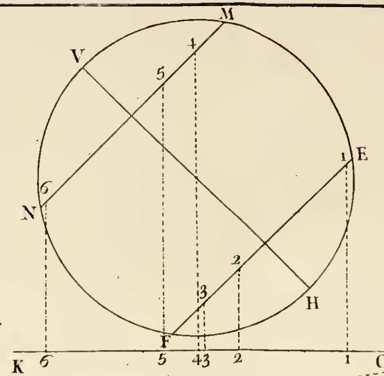


Fig. 46.





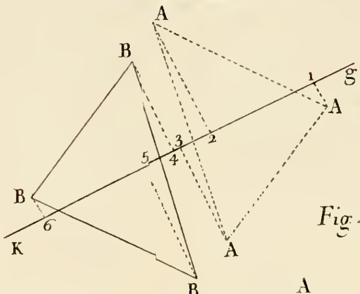


Fig. 43.

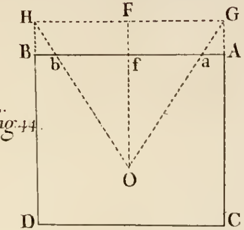


Fig. 44.

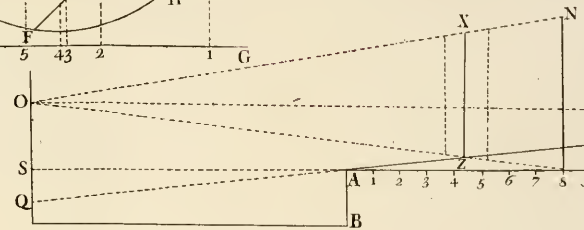
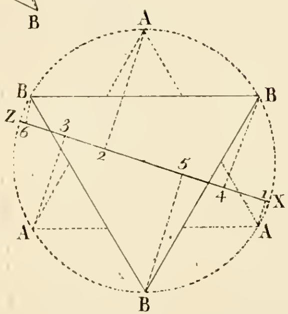


Fig. 45.



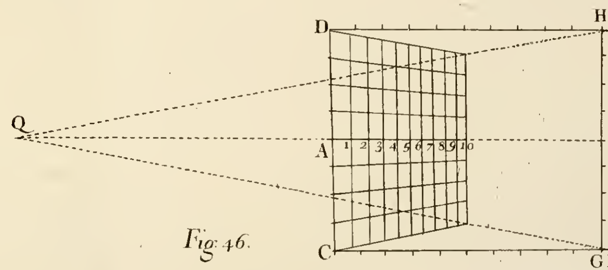
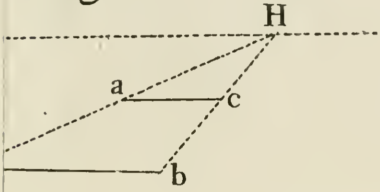


Fig. 46.

9

Fig. 48.



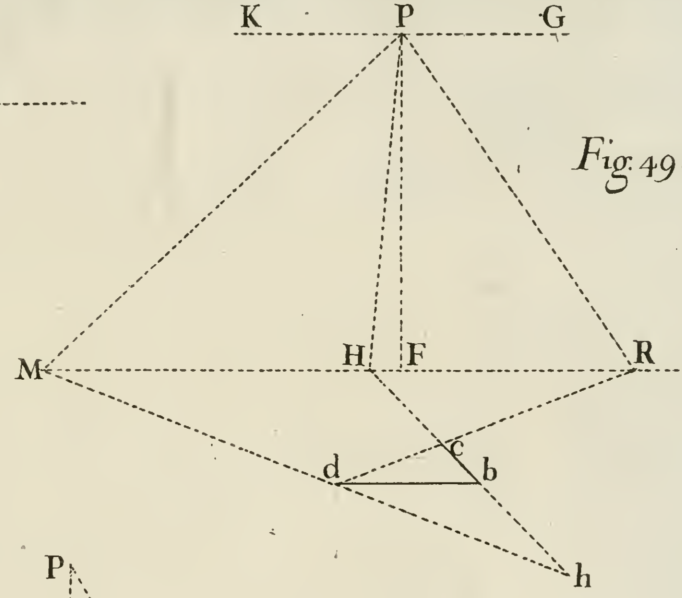
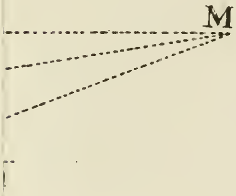


Fig. 49.



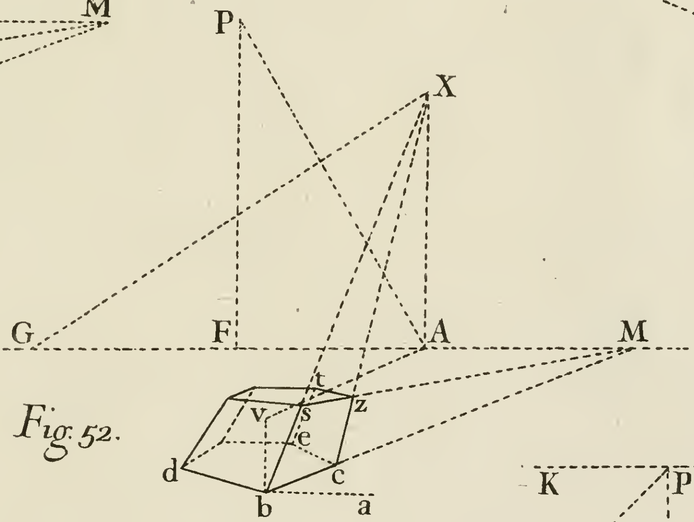


Fig. 52.

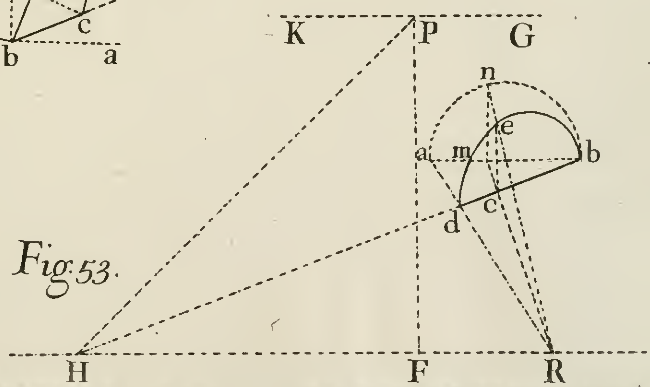


Fig. 53.

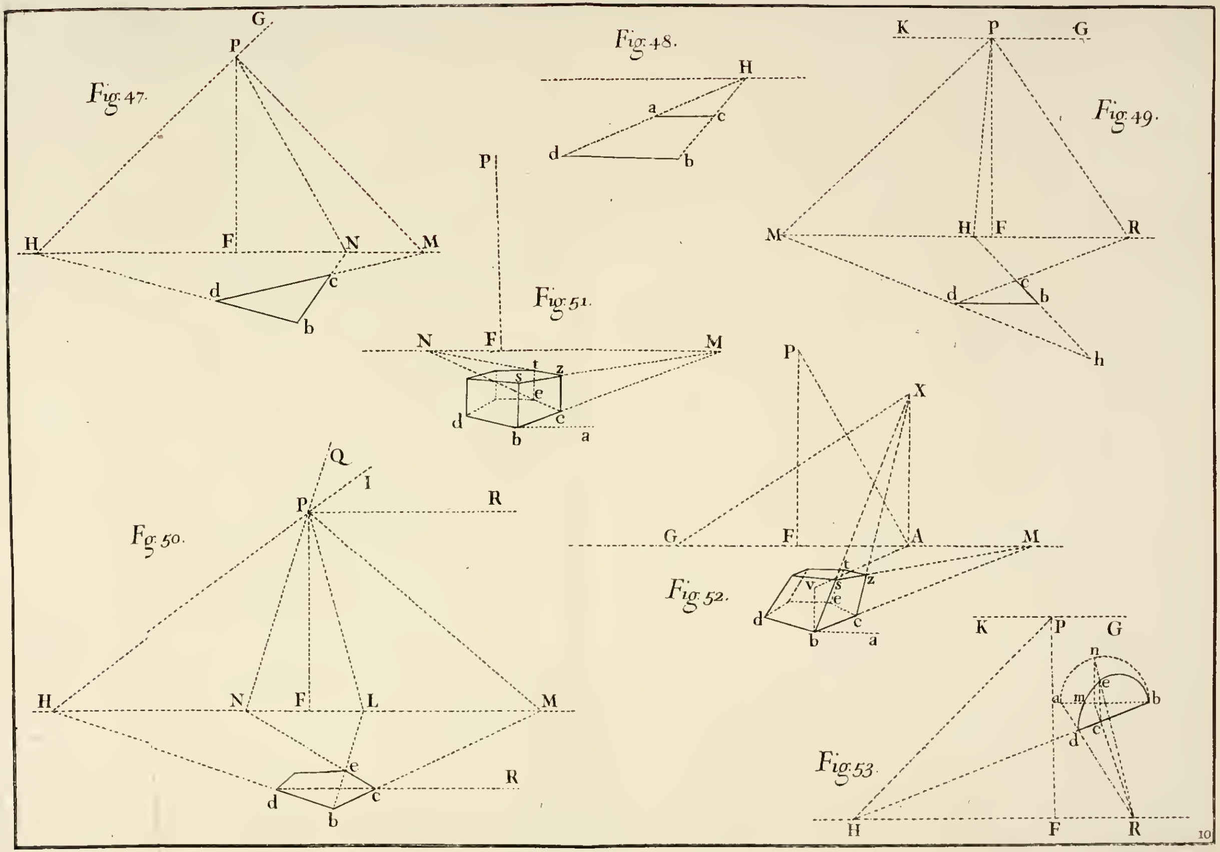
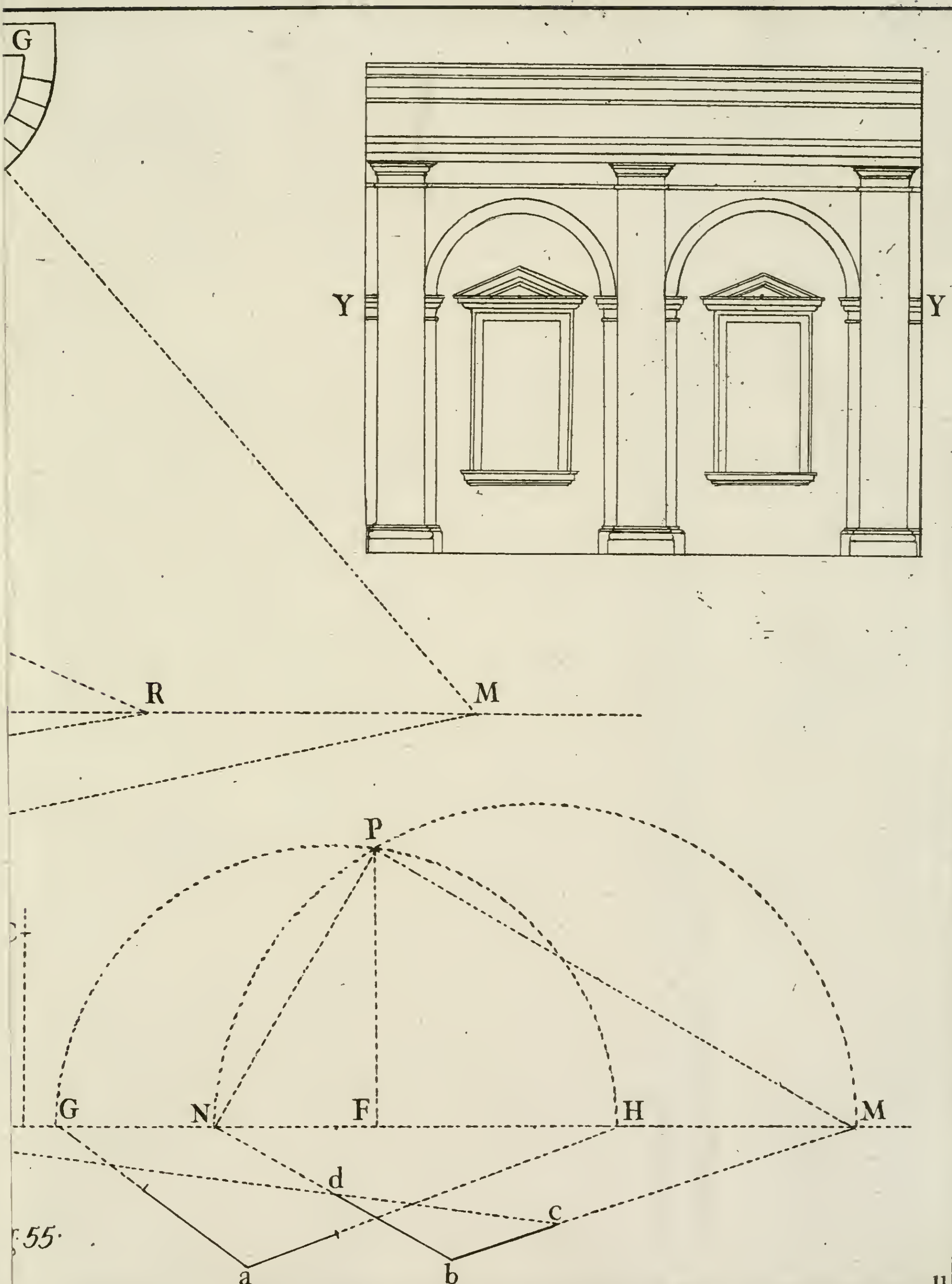


Fig. 47.
Fig. 48.
Fig. 49.
Fig. 50.
Fig. 51.
Fig. 52.
Fig. 53.
10



ig. 55·

11

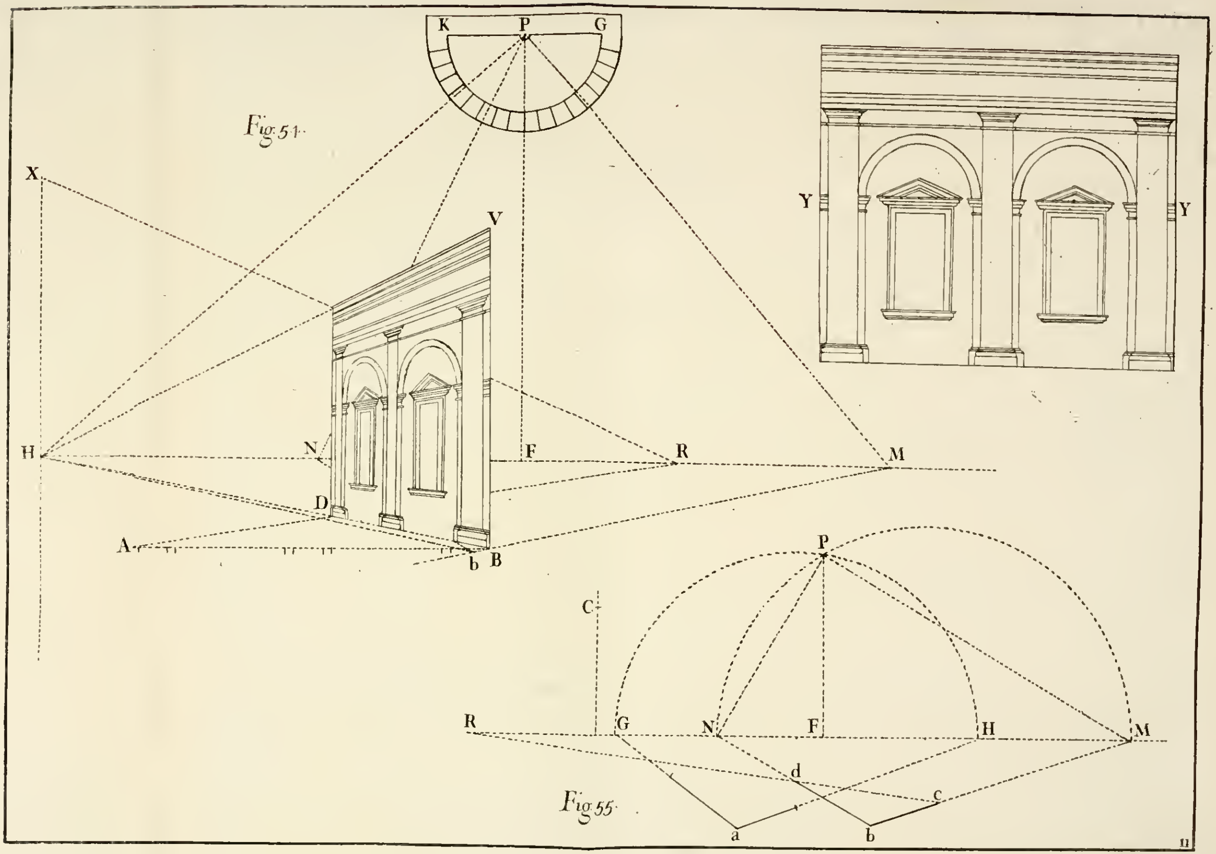


Fig. 54.

Fig. 55.

11